V. Sobolev

COURS D'ASTROPHYSIQUE THÉORIQUE

Éditions Mir Moscou

В. В. СОБОЛЕВ

КУРС ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ АСТРОФИЗИКИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
МОСКВА

V. SOBOLEV

COURS D'ASTROPHYSIQUE THÉORIQUE



ÉDITIONS MIR MOSCOU

Traduit du russe par
VALENTIN POLONSKI

На французском языке

Imprimé en Union Soviétique

ISBN 5-03-001630-9

TABLE DES MATIÈRES

Préface à la troisième édition russe 9
Préface à la deuxième édition russe 9
Extraits de la préface à la première édition russe 9

Chapitre premier. PHOTOSPHÈRES STELLAIRES 11

§ 1. Equilibre radiatif de la photosphère stellaire 12
1. Champ de rayonnement (12). 2. Equation de transfert du rayonnement (14). 3. Equation d'équilibre radiatif (17). 4. Modèle géométrique de la photosphère (18).

§ 2. Théorie des photosphères à coefficient d'absorption indépendant de la fréquence 20
1. Equations fondamentales (20). 2. Solution approchée des équations (22). 3. Application des formules des quadratures (25). 4. Equation intégrale de Milne (26). 5. Distribution de l'éclat sur le disque d'une étoile (29).

§ 3. Solution exacte des équations fondamentales 31
1. Equation de la résolvante (31). 2. Equations auxiliaires (32). 3. Calcul de la fonction $\Phi(\tau)$ (34). 4. Solution de l'équation homogène (35). 5. Intensité du rayonnement issu (36). 6. Application aux photosphères stellaires (39).

§ 4. Equilibre thermodynamique local 42
1. Champ de rayonnement en équilibre thermodynamique (42). 2. Hypothèse de l'équilibre thermodynamique local de la photosphère stellaire (44). 3. Rayonnement provenant de la photosphère (46). 4. Dépendance de la température et de la densité par rapport à la profondeur (50). 5. Pression de radiation dans la photosphère (52).

§ 5. Dépendance du coefficient d'absorption par rapport à la fréquence 54
1. Emission et absorption dans le spectre continu (54). 2. Absorption par les atomes d'hydrogène (57). 3. Absorption d'hydrogène par les ions négatifs (60). 4. Diffusion de la lumière par les électrons libres (61). 5. Coefficient d'absorption moyen (63).

§ 6. Théorie des photosphères à coefficient d'absorption dépendant de la fréquence 67
1. Théorie approchée (67). 2. Cas de l'absorption par des atomes d'une espèce (69). 3. Modèles des photosphères (73). 4. Etoiles chaudes (75). 5. Etoiles froides (76). 6. Naines blanches (78). 7. Problèmes en l'absence d'équilibre thermodynamique local (80).

§ 7. Problèmes particuliers de la théorie des photosphères 81
1. Photosphères étendues (81). 2. Effet de couverture (83). 3. Effet de réflexion dans les binaires serrées (85). 4. Polarisation du rayonnement des étoiles chaudes (87).

Chapitre II. ATMOSPHÈRES STELLAIRES 91
§ 8. Coefficient d'absorption dans une raie spectrale 92
1. Coefficients des probabilités de transition d'Einstein (92). 2. Coefficient d'absorption dû à l'amortissement du rayonnement et à l'agitation thermique des atomes (95). 3. Effets de pression (99). 4. Effet Stark (103).
§ 9. Raies d'absorption en équilibre thermodynamique local 107
1. Formules fondamentales (107). 2. Détermination des profils des raies (110). 3. Raies faibles et ailes des raies fortes (112). 4. Ecarts de l'équilibre thermodynamique (115).
§ 10. Raies d'absorption dans la diffusion cohérente. 116
1. Modèle de Schwarzschild-Schuster (116). 2. Modèle d'Eddington (121). 3. Fluorescence dans les atmosphères stellaires (124). 4. Solution exacte du problème (128).
§ 11. Raies d'absorption dans la diffusion incohérente 131
1. Redistribution du rayonnement selon les fréquences à l'intérieur de la raie (131). 2. Equation de transfert du rayonnement et sa résolution (134). 3. Intensités centrales des raies d'absorption (138). 4. Variations des profils des raies sur le disque du Soleil (140). 5. Atome à niveaux multiples (142).
§ 12. Composition chimique des atmosphères stellaires 142
1. Largeurs équivalentes des raies (142). 2. Courbe de croissance du modèle de Schwarzschild-Schuster (144). 3. Courbe de croissance du modèle d'Eddington (147). 4. Construction des courbes de croissance d'après les données d'observation (148). 5. Teneur des atmosphères en divers atomes (150).
§ 13. Conditions physiques dans les atmosphères 153
1. Excitation et ionisation des atomes (153). 2. Concentration des électrons libres (156). 3. Turbulence dans les atmosphères (158). 4. Rotation des étoiles (159). 5. Champs magnétiques des étoiles (164).
§ 14. Etoiles des classes spectrales différentes 166
1. Dépendance entre le spectre et la température (166). 2. Influence de l'accélération de la pesanteur sur le spectre (169). 3. Etoiles des premières classes spectrales (171). 4. Etoiles des classes spectrales avancées (173). 5. Naines blanches (175).

Chapitre III. ATMOSPHÈRE DU SOLEIL 180
§ 15. Généralités 180
1. Photosphère du Soleil (180). 2. Convection et granulation (183). 3. Taches solaires (186). 4. Activité solaire (188).
§ 16. Chromosphère 190
1. Intensité des raies (190). 2. Autoabsorption dans les raies (193). 3. Distribution des atomes selon la hauteur (195). 4. Excitation des atomes dans la chromosphère (198). 5. Spectre ultraviolet du Soleil (199). 6. Raie L_α dans le spectre du Soleil (201).
§ 17. Couronne 203
1. Rayonnement de la couronne (203). 2. Origine du spectre continu de la couronne (205). 3. Concentration électronique (208). 4. Raies coronales (211). 5. Température de la couronne (213). 6. Ionisation et excitation des atomes (216). 7. Rayonnement UV et X (220).
§ 18. Rayonnement radio du Soleil 222
1. Résultats des observations (222). 2. Rayonnement radio du Soleil calme (224). 3. Distribution du rayonnement radio sur le disque (227). 4. Propagation des ondes radio dans la couronne (230). 5. Rayonnement radio sporadique (232). 6. Supercouronne du Soleil (234).

Chapitre IV. ATMOSPHÈRES DES PLANÈTES 236
§ 19. Diffusion de la lumière dans les atmosphères planétaires 236
1. Equations fondamentales (236). 2. Atmosphère semi-infinie (239). 3. Atmosphère d'une épaisseur optique finie (242). 4. Réflexion de la lumière par la surface d'une planète (246). 5. Albédo de la planète (249).
§ 20. Propriétés optiques des atmosphères planétaires 252
1. Atmosphère de Vénus (252). 2. Atmosphère de Mars (257). 3. Atmosphère de la Terre (259). 4. Interprétation des spectres planétaires (262).
§ 21. Structure des atmosphères des planètes 266
1. Températures des planètes (266). 2. Rayonnement radio des planètes (269). 3. Modèles des atmosphères planétaires (270). 4. Couches supérieures de l'atmosphère (273).

Chapitre V. NÉBULEUSES GAZEUSES 278
§ 22. Mécanisme de la luminosité des nébuleuses 279
1. Données d'observation (279). 2. Source de la luminosité des nébuleuses (280). 3. Théorème de Rosseland (282). 4. Détermination des températures des étoiles d'après les raies d'hydrogène (284). 5. Rayonnement des étoiles dans l'ultraviolet (288). 6. Détermination des températures des étoiles d'après les raies de « nébulium » (291).
§ 23. Ionisation des atomes 293
1. Nombre de recombinaisons (293). 2. Degré d'ionisation dans une nébuleuse (295). 3. Ionisation dans une nébuleuse de grande épaisseur optique (297). 4. Bilan énergétique des électrons libres (301).
§ 24. Excitation des atomes 307
1. Excitation par photo-ionisations et recombinaisons (307). 2. Intensités des raies d'émission (310). 3. Rôle des collisions (312). 4. Masses et densités des nébuleuses (314).
§ 25. Raies interdites 317
1. Conditions nécessaires à l'apparition des raies interdites (317). 2. Probabilités des collisions (321). 3. Intensités des raies interdites (322). 4. Températures et concentrations électroniques (325). 5. Composition chimique des nébuleuses (328).
§ 26. Spectre continu 330
1. Recombinaisons et transitions libre-libre (free-free) (330). 2. Emission simultanée de deux photons (334). 3. Influence des collisions (336). 4. Comparaison de la théorie avec les observations (339). 5. Rayonnement dans d'autres domaines du spectre (341).
§ 27. Diffusion du rayonnement dans les nébuleuses 342
1. Champ de rayonnement L_c (342). 2. Champ de rayonnement L_α dans une nébuleuse fixe (348). 3. Champ de rayonnement L_α dans une nébuleuse en expansion (354). 4. Pression de rayonnement (de radiation) (359).

Chapitre VI. ÉTOILES NON STABLES 364
§ 28. Etoiles à raies spectrales brillantes 365
1. Etoiles des premiers types à raies brillantes (365). 2. Profils des raies d'émission (368). 3. Intensités des raies d'émission (371). 4. Etoiles du type Be (376). 5. Etoiles du type Wolf-Rayet (380). 6. Etoiles des classes avancées à raies brillantes (385). 7. Etoiles éruptives (388).
§ 29. Novae 391
1. Données d'observation (391). 2. Explication de l'explosion (395). 3. Première période de l'explosion (397). 4. Stade nébulaire (401).

5. Nova Hercule 1934 (404). 6. Novae après l'écoulement de nombreuses années depuis l'explosion (410).
§ 30. Mouvement et luminosité des enveloppes 412
1. Energie libérée par l'explosion (412). 2. Interprétation de la courbe de lumière (416). 3. Ejection de la matière par l'étoile (420). 4. Mouvement de l'enveloppe dans le milieu interstellaire (422).
§ 31. Supernovae 424
1. Résultats des observations (424). 2. Rayonnement synchrotron (426). 3. Nébuleuse du Crabe (430). 4. Supernovae et rayons cosmiques (433). 5. Pulsars (434).

Chapitre VII. MILIEU INTERSTELLAIRE 437
§ 32. Poussière interstellaire 438
1. Liaison entre les étoiles et les nébuleuses (438). 2. Fluctuations d'éclat de la Voie Lactée (441). 3. Luminescence des nébuleuses de poussière (444). 4. Nature des particules de poussière (450). 5. Polarisation de la lumière stellaire (452).
§ 33. Gaz interstellaire 454
1. Ionisation de l'hydrogène interstellaire (454). 2. Ionisation d'autres atomes (458). 3. Raies d'absorption interstellaires (461). 4. Etat physique du gaz interstellaire (465). 5. Mouvement du gaz interstellaire (467).
§ 34. Rayonnement radiocosmique 469
1. Rayonnement de la région H II (469). 2. Rayonnement non thermique (472). 3. Rayonnement radiomonochromatique (474). 4. Raies d'absorption dans le domaine radio (478). 5. Masers cosmiques (480). 6. Rayonnement radio de la Métagalaxie (482). 7. Quasars (484).

Chapitre VIII. STRUCTURE INTERNE DES ÉTOILES 488
§ 35. Equation d'équilibre d'une étoile 489
1. Equation d'équilibre mécanique (489). 2. Densité, pression et température interne d'une étoile (491). 3. Energie gravifique d'une étoile (493). 4. Equation du bilan énergétique (496). 5. Modèle standard d'une étoile (498).
§ 36. Processus physiques à l'intérieur des étoiles 500
1. Equation d'état de la matière stellaire (500). 2. Dégénérescence du gaz (503). 3. Transfert d'énergie à l'intérieur d'une étoile (506). 4. Réactions nucléaires comme source de l'énergie stellaire (510).
§ 37. Structure et évolution des étoiles 514
1. Equations fondamentales (514). 2. Méthodes de calcul des modèles stellaires (515). 3. Modèles stellaires (518). 4. Equation d'évolution d'une étoile (521). 5. Structure des naines blanches (523). 6. Etoiles à neutrons (529). 7. Problème de l'évolution stellaire (531).

Index 535

PRÉFACE À LA TROISIÈME ÉDITION RUSSE

La première édition de cet ouvrage a paru en 1967, et la deuxième, en 1975. L'essor que l'astrophysique théorique a connu pendant les deux dernières décennies a été extrêmement rapide, bien que les principes de cette discipline aient peu changé. Ceci fait que la troisième édition ne se distingue pas beaucoup des éditions précédentes, bien que de nombreux passages du texte aient été abrégés, alors que d'autres aient été considérablement complétés. Les acquisitions les plus récentes de l'astrophysique sont généralement exposées dans des cours spéciaux professés aux étudiants après l'assimilation du cours d'Astrophysique théorique.

PRÉFACE À LA DEUXIÈME ÉDITION RUSSE

La deuxième édition de l'Astrophysique théorique se distingue de la première surtout par plusieurs compléments dus aux acquisitions de pointe de la discipline au cours de ces dernières années. D'autre part, les bibliographies données à la fin de chaque chapitre ont été sensiblement remaniées. Le texte a également été modifié quelque peu (correction des coquilles, précisions apportées à certains renseignements, etc.). Pour une étude plus profonde des questions posées dans l'ouvrage, le lecteur peut recourir aux monographies de la série « Problèmes de l'Astrophysique théorique » publiées par les éditions « Naouka ». Les passages correspondants de l'ouvrage sont munis des renvois nécessaires.

EXTRAITS DE LA PRÉFACE À LA PREMIÈRE ÉDITION RUSSE

L'ouvrage que nous présentons au lecteur est rédigé sur la base des conférences professées par l'auteur pendant les deux dernières décennies aux étudiants de l'Université de Leningrad.

Ces dernières années l'astrophysique théorique a connu des modifications notables. D'abord, l'ensemble des données d'observation que doit interpréter l'astrophysique théorique s'est extrêmement élargi. Ceci est lié dans une grande mesure à l'apparition et au développement rapide de la radioastronomie et de l'astrophysique extra-atmosphérique. D'autre part, l'astrophysique théorique elle-même a donné naissance à plusieurs idées nouvelles importantes sur le très grand rôle des réactions nucléaires dans l'énergéti-

que et l'évolution des étoiles, sur l'influence considérable des forces électromagnétiques sur l'état des atmosphères stellaires et du milieu interstellaire, etc. En même temps, de nouvelles et puissantes méthodes ont été élaborées dans cette discipline (en particulier, dans la théorie de transfert du rayonnement), et les méthodes connues ont été perfectionnées dans le but d'utiliser les moyens offerts par les ordinateurs.

L'ouvrage présenté compte huit chapitres. Les deux premiers traitent des problèmes de la formation du spectre continu et du spectre de raies des étoiles. Nous y analysons en détail les processus d'absorption et d'émission de l'énergie rayonnante qui se déroulent dans un volume élémentaire, ainsi que les processus de transfert de l'énergie rayonnante à travers les couches superficielles d'une étoile. Nous montrons également comment déterminer d'après l'observation des spectres stellaires les conditions physiques dans les couches superficielles des étoiles et leur composition chimique.

Le Chapitre III est spécialement consacré à l'atmosphère solaire. La proximité du Soleil nous permet d'étudier les détails de son disque, ainsi que les couches les plus extérieures de son atmosphère, la chromosphère et la couronne. Au Chapitre IV nous traitons des atmosphères planétaires, dont on sait qu'elles brillent en diffusant le rayonnement solaire.

Le Chapitre V donne un exposé de la physique des nébuleuses gazeuses, section relativement simple et fort bien élaborée de l'astrophysique. Nous y accordons une grande place aux problèmes de l'ionisation et de l'excitation des atomes, à la formation des spectres d'émission, etc. Les résultats obtenus sont appliqués ensuite à l'examen des étoiles non stationnaires (Chapitre VI) et du milieu interstellaire (Chapitre VII). Le livre se termine par le chapitre consacré à la théorie de la structure interne des étoiles.

Dans son ouvrage l'auteur n'a pas cherché à exposer toutes les sections de l'astrophysique théorique avec la même plénitude. S'il avait procédé autrement, l'ouvrage, étant donné son volume, aurait été constitué de parties hétéroclites ne pouvant servir à des buts didactiques. L'auteur examine surtout les problèmes relatifs aux champs de rayonnement des objets cosmiques et à la formation de leurs spectres dans les différents domaines. Cette particularité du cours est parfaitement naturelle, l'étude des spectres des objets cosmiques constituant la base de l'astrophysique théorique.

Le manuscrit du livre a été revu par. V. Ivanov et N. Minine, collaborateurs de la chaire d'Astrophysique de l'Université de Leningrad, qui ont apporté de nombreuses et précieuses suggestions. Plusieurs propositions importantes visant à améliorer l'ouvrage ont été dues à S. Kaplan. L'auteur leur exprime sa profonde reconnaissance.

V. Sobolev

CHAPITRE PREMIER

PHOTOSPHÈRES STELLAIRES

On appelle *photosphère* d'une étoile la couche d'où le rayonnement du spectre continu parvient à l'observateur. Au-dessus de la photosphère se situe l'atmosphère qui donne un spectre de raies. Bien entendu, il n'existe pas de frontière bien nette entre la photosphère et l'atmosphère, mais néanmoins les raies spectrales apparaissent généralement dans des couches plus élevées que celle du spectre continu. Sous la photosphère se trouve l'intérieur non accessible à l'observation. Nous verrons par la suite que pour la grande majorité des étoiles la photosphère est relativement mince, c'est-à-dire que son épaisseur est bien plus petite que le rayon de l'étoile.

C'est précisément la luminosité de la photosphère qui détermine l'éclat de l'étoile, d'où le nom de photosphère: sphère de lumière. Cependant, l'énergie n'est pas produite à son intérieur. Ses sources reposent dans les couches plus profondes de l'étoile, alors qu'à travers la photosphère l'énergie se propage vers l'extérieur.

Dans les premières recherches de la théorie des photosphères il a déjà été établi que dans celles-ci l'énergie est transportée surtout par rayonnement. Le transfert de l'énergie par conduction thermique ne joue pas de rôle notable par suite de la petitesse du coefficient de conductivité thermique des gaz. Son transfert par convection ne peut présenter de l'intérêt que pour des régions isolées de la photosphère.

L'étude du transfert de l'énergie rayonnante est le problème fondamental de la théorie des photosphères. Sa résolution est liée à l'établissement de la structure des photosphères, c'est-à-dire à l'obtention de la dépendance entre la densité, la température et autres quantités physiques d'une part, et la profondeur, de l'autre.

L'une des tâches les plus importantes de la théorie est d'établir la répartition de l'énergie dans le spectre continu d'une étoile. En comparant la répartition théorique et observée de l'énergie, on peut vérifier les hypothèses qui sont à la base de la théorie.

Un développement conséquent de la théorie des photosphères et des atmosphères stellaires est donné dans les ouvrages de E. Milne, S. Rosseland, V. Ambartsoumian.

§ 1. Equilibre radiatif de la photosphère stellaire

1. Champ de rayonnement. Puisque notre problème immédiat consiste à analyser le champ de rayonnement de la photosphère, il nous faut introduire en premier lieu les quantités caractéristiques de ce champ.

L'une d'elles est l'intensité de rayonnement. Voici comment on la détermine. En un point donné de l'espace prenons une aire élémentaire perpendiculaire à la direction du rayonnement. Si la grandeur de l'aire est $d\sigma$, et le rayonnement tombe dans l'intervalle de fréquences de ν à $\nu + d\nu$ dans un angle solide $d\omega$ pendant un temps dt, alors la quantité d'énergie rayonnante dE_ν reçue par l'aire sera proportionnelle à $d\sigma\, d\nu\, d\omega\, dt$, c'est-à-dire

$$dE_\nu = I_\nu\, d\sigma\, d\nu\, d\omega\, dt. \tag{1.1}$$

Le coefficient de proportionnalité qui figure dans cette formule s'appelle *intensité de rayonnement*. On peut dire que l'intensité de rayonnement est la quantité d'énergie rayonnante qu'une aire unitaire perpendiculaire à la direction du rayonnement reçoit dans une gamme de fréquence unitaire, par unité de temps, dans un angle solide unitaire. En général, l'intensité de rayonnement dépend des coordonnées du point donné, de la direction du rayonnement et de la fréquence ν. Si l'intensité de rayonnement est donnée, on peut également déterminer sans peine les autres quantités caractéristiques du champ de rayonnement. L'une d'elles est la densité de rayonnement ρ_ν qui est la quantité d'énergie rayonnante dans l'intervalle de fréquence unitaire, par unité de volume.

Pour exprimer ρ_ν à l'aide de I_ν procédons de la façon suivante. Supposons d'abord que le rayonnement d'intensité I_ν sur l'intervalle de fréquences de ν à $\nu + d\nu$ sur une aire $d\sigma$ qui lui est perpendiculaire en un temps dt à l'intérieur d'un petit angle solide $\Delta\omega$. Alors, la quantité d'énergie rayonnante reçue par l'aire s'écrit: $I_\nu\, d\sigma\, d\nu\, dt\, \Delta\omega$. Il est clair que cette énergie occupe le volume $d\sigma\, c\, dt$, où c est la vitesse de la lumière. Aussi, la quantité d'énergie rayonnante relative reçue par unité de volume est-elle égale à $I_\nu\, d\nu\, \Delta\omega/c$. D'autre part, cette même quantité vaut par définition $\rho_\nu\, d\nu$. Par conséquent. dans notre cas

$$\rho_\nu = I_\nu \frac{\Delta\omega}{c}. \tag{1.2}$$

Dans le cas général, lorsque le rayonnement incident sur le volume vient de tous les côtés, la densité de rayonnement ρ_ν est exprimée par la formule:

$$\rho_\nu = \frac{1}{c} \int I_\nu\, d\omega, \tag{1.3}$$

où l'intégration porte sur tous les angles solides.

Il est également facile d'exprimer par l'intensité le flux de rayonnement H_ν, quantité d'énergie rayonnante passant par unité de temps dans toutes les directions par l'aire unitaire dans l'intervalle de fréquence unitaire. Pour ce faire, considérons d'abord le rayonnement traversant l'aire $d\sigma$ dans la direction qui fait un angle ϑ avec sa normale extérieure (fig. 1). Dans notre cas, la surface de l'aire

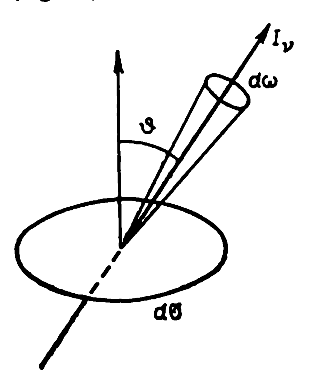


Fig. 1

élémentaire perpendiculaire à la direction du rayonnement est égale à $d\sigma \cos \vartheta$. La quantité d'énergie rayonnante reçue par l'aire $d\sigma$ sous un angle ϑ à la normale à l'intérieur de l'angle solide $d\omega$ en un temps dt sur l'intervalle de fréquences de ν à $\nu + d\nu$ est donc égale à $I_\nu \, d\sigma \cos \vartheta \, d\nu \, dt \, d\omega$. En intégrant cette expression sur toutes les directions, on obtient une quantité égale par définition à $H_\nu \, d\sigma \, dt \, d\nu$. Donc

$$H_\nu = \int I_\nu \cos \vartheta \, d\omega. \quad (1.4)$$

Dans le système de coordonnées sphériques avec axe polaire orienté suivant la normale extérieure vers l'aire $d\sigma$, un élément de l'angle solide vaut: $d\omega = \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi$, où φ est l'azimut de la direction du rayonnement. L'expression du flux de rayonnement peut donc s'écrire:

$$H_\nu = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} I_\nu \cos \vartheta \sin \vartheta \, d\vartheta. \quad (1.5)$$

Puisque $\cos \vartheta < 0$ pour $\vartheta > \pi/2$, la formule (1.5) entraîne que le flux de rayonnement H_ν est la différence de deux quantités positives

$$H_\nu = \mathscr{E}_\nu - \mathscr{E}'_\nu, \quad (1.6)$$

où

$$\mathscr{E}_\nu = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} I_\nu \cos\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta \tag{1.7}$$

et

$$\mathscr{E}'_\nu = -\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\pi/2}^{\pi} I_\nu \cos\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta. \tag{1.8}$$

La quantité $\mathscr{E}_\nu$ représente l'éclairement de l'aire d'un côté, et la quantité $\mathscr{E}'_\nu$ l'éclairement de l'autre côté. De la sorte, le flux de rayonnement passant par une aire est la différence des éclairements de cette aire.

Signalons une propriété importante de l'intensité de rayonnement : dans un espace vide, c'est-à-dire en l'absence de l'absorption et de l'émission d'une énergie rayonnante, l'intensité ne change pas le long du rayon.

Pour démontrer cette propriété prenons sur le rayon deux aires élémentaires perpendiculaires au rayon, situées à la distance s l'une de l'autre. Soient $d\sigma$ et $d\sigma'$ les surfaces de ces aires et $d\omega$ et $d\omega'$ les angles solides sous lesquels l'une des aires est vue à partir de l'autre. En considérant l'énergie rayonnante passant par les deux aires, nous pouvons écrire: $I_\nu \, d\sigma \, d\omega = I'_\nu \, d\sigma' \, d\omega'$, où I_ν et I'_ν sont les intensités du rayonnement incident respectivement sur l'une et sur l'autre aire. Or $d\omega = s^2 \, d\sigma'$ et $d\omega' = s^2 \, d\sigma$. Donc, comme nous l'avons avancé, $I_\nu = I'_\nu$.

Ce qui vient d'être dit implique, en particulier, que l'intensité du rayonnement solaire est la même sur toute la distance du Soleil à la Terre qu'à la sortie du Soleil. Cependant, il est évident que la densité et le flux de rayonnement diminuent à mesure qu'on s'éloigne du Soleil.

2. Equation de transfert du rayonnement. Nous avons déjà dit que dans un espace vide l'intensité de rayonnement ne change pas le long du rayon. Maintenant nous supposerons que l'espace est rempli d'un milieu susceptible d'absorber et d'émettre de l'énergie rayonnante. L'intensité de rayonnement changera alors le long du rayon, et nous allons déduire l'équation qui décrit cette variation. Cependant, introduisons au préalable dans notre analyse des quantités caractéristiques des pouvoirs absorbant et émissif du milieu.

Admettons que l'aire $d\sigma$ perpendiculaire à la direction du rayonnement reçoit un rayonnement d'intensité I_ν à l'intérieur d'un angle solide $d\omega$ dans l'intervalle de fréquences de ν à $\nu + d\nu$ en un temps dt. La quantité d'énergie incidente est égale à $I_\nu \, d\sigma \, d\omega \, d\nu \, dt$. Si le milieu est capable d'absorber le rayonnement, sur le parcours ds il absorbera une certaine partie de la quantité d'énergie mention-

née; cette partie est proportionnelle à ds. Nous la noterons $\alpha_\nu ds$. Ainsi, la quantité d'énergie absorbée sur le parcours ds est

$$\alpha_\nu \, ds \, I_\nu \, d\sigma \, d\omega \, d\nu \, dt. \tag{1.9}$$

La quantité α_ν s'appelle *taux* ou *coefficient d'absorption*. La part de l'énergie absorbée $\alpha_\nu ds$ étant une quantité adimensionnelle, le taux d'absorption α_ν a une dimension inverse à la longueur. Notons que le taux d'absorption dépend de la fréquence du rayonnement et des coordonnées du point donné, mais ne dépend pas de la direction du rayonnement dans un milieu isotrope.

Si le milieu est également capable d'émettre de l'énergie, la quantité d'énergie émise par le volume dV à l'intérieur de l'angle solide $d\omega$ dans l'intervalle de fréquences de ν à $\nu + d\nu$ en un temps dt est proportionnelle à $dV \, d\omega \, d\nu \, dt$. Cette quantité d'énergie sera notée

$$\varepsilon_\nu \, dV \, d\omega \, d\nu \, dt \tag{1.10}$$

et la quantité ε_ν sera appelée *taux d'émission*. Par conséquent, le taux d'émission est la quantité d'énergie émise par unité de temps par le volume unitaire dans un angle solide unitaire dans l'intervalle unitaire de fréquence de ν à $\nu + d\nu$. Le taux d'émission dépend de la fréquence ν, des coordonnées du point donné et, en général, de la direction du rayonnement.

En admettant que les quantités α_ν et ε_ν sont données, cherchons comment varie l'intensité de rayonnement le long du rayon. Supposons à cet effet que le champ de rayonnement est stationnaire, c'est-à-dire qu'il ne change pas avec le temps.

Prenons un cylindre élémentaire dont l'axe est orienté selon le rayon donné. Soit $d\sigma$ l'aire de la base du cylindre, et ds, sa hauteur, celle-ci étant petite devant les dimensions linéaires de la base. Considérons le rayonnement incident et issu du cylindre en un temps dt à l'intérieur d'un angle solide $d\omega$ dans l'intervalle de fréquences de ν à $\nu + d\nu$. Si l'intensité du rayonnement incident est I_ν, la quantité d'énergie reçue par le cylindre est

$$I_\nu \, d\sigma \, d\omega \, d\nu \, dt.$$

Désignons l'intensité issue du cylindre par $I_\nu + dI_\nu$. Alors, la quantité d'énergie issue du cylindre s'écrit:

$$(I_\nu + dI_\nu) \, d\sigma \, d\omega \, d\nu \, dt.$$

La différence entre les quantités d'énergie indiquées apparaît aussi bien à la suite de l'absorption d'énergie dans le cylindre qu'à la suite de l'émission d'énergie par ce dernier. La quantité d'énergie absorbée est déterminée par l'expression (1.9). Quant à l'énergie

émise, elle est donnée par l'expression (1.10) si on y pose $dV = d\sigma\, ds$. Alors, on obtient

$$(I_\nu + dI_\nu)\, d\sigma\, d\omega\, d\nu\, dt =$$
$$= I_\nu d\sigma\, d\omega\, d\nu\, dt - \alpha_\nu\, ds\, I_\nu\, d\sigma\, d\omega\, d\nu\, dt + \varepsilon_\nu\, d\sigma\, ds\, d\omega\, d\nu\, dt,$$

ou après les réductions nécessaires,

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu. \tag{1.11}$$

Cette équation est celle que l'on cherche et qui détermine précisément la variation de l'intensité de rayonnement lors de son passage à travers un milieu absorbant et émissif. On l'appelle *équation de transfert du rayonnement*.

Dans le cas particulier d'un milieu où l'énergie rayonnante est absorbée et où il n'y a pas d'émission (c'est-à-dire lorsque $\alpha_\nu \neq 0$ et $\varepsilon_\nu = 0$), au lieu de l'équation (1.11) on a

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu. \tag{1.12}$$

L'intégration de cette équation donne:

$$I_\nu(s) = I_\nu(0)\, e^{-\int_0^s \alpha_\nu(s')\, ds'}, \tag{1.13}$$

où $I_\nu(0)$ est l'intensité de rayonnement pour $s = 0$ (par exemple, l'intensité du rayonnement incident sur un milieu).

La quantité adimensionnelle

$$\int_0^s \alpha_\nu(s')\, ds'$$

s'appelle *distance optique* entre deux points. Lorsque le rayonnement parcourt une distance optique unitaire l'intensité de rayonnement diminue de e fois.

Dans le cas général (avec $\alpha_\nu \neq 0$ et $\varepsilon_\nu \neq 0$), en résolvant l'équation (1.11) par rapport à I_ν, on obtient

$$I_\nu(s) = I_\nu(0)\, e^{-\int_0^s \alpha_\nu(s')\, ds'} + \int_0^s \varepsilon_\nu(s')\, e^{-\int_{s'}^s \alpha_\nu(s'')\, ds''}\, ds'. \tag{1.14}$$

La relation (1.14) peut être nommée *forme intégrale de l'équation de transfert du rayonnement*.

Nous voyons que dans le cas général l'intensité de rayonnement se compose de deux termes. Le premier terme représente l'intensité de rayonnement initial (au point $s = 0$) affaibli par suite de l'absorp-

tion sur le parcours de 0 à s. Le deuxième terme est l'intensité du rayonnement dû à l'émission d'énergie rayonnante sur le parcours de 0 à s et à son affaiblissement correspondant en vertu de l'absorption sur le parcours du point d'émission s' au point envisagé s.

3. Equation d'équilibre radiatif. Si l'on connaît le coefficient d'émission ε_ν et le coefficient d'absorption α_ν, l'équation de transfert du rayonnement (1.11) permet de trouver l'intensité de rayonnement I_ν. D'habitude, dans les problèmes sur le transfert du rayonnement le coefficient d'émission ε_ν n'est pas donné, mais dépend de la quantité d'énergie rayonnante absorbée par un volume élémentaire, c'est-à-dire des quantités α_ν et I_ν. Pour trouver cette dépendance il faut examiner les processus énergétiques se déroulant dans un volume élémentaire du milieu considéré.

Ces processus sont spécifiques pour chaque problème. Nous envisagerons ici les processus énergétiques se déroulant dans un volume élémentaire de la photosphère stellaire.

Nous avons déjà dit dans l'introduction de ce chapitre que la photosphère ne possède pas de sources d'énergie et que l'énergie produite à l'intérieur des étoiles est rayonnée à travers la photosphère. De ce fait, l'émission de chaque volume élémentaire de la photosphère a lieu au prix de l'énergie rayonnante absorbée par ce volume. En supposant la photosphère stationnaire, nous pouvons dire que chaque volume élémentaire émet autant d'énergie qu'il en absorbe. Cet état de la photosphère s'appelle *équilibre radiatif*.

Bien entendu, l'état d'équilibre radiatif n'est propre qu'aux photosphères des étoiles qui ne subissent pas de variations rapides avec le temps. On sait que c'est le cas de la grande majorité des étoiles et ce sont précisément elles qui feront l'objet du présent chapitre. Les étoiles dont l'éclat et le spectre subissent des variations rapides (par exemple, les novae) seront examinées plus loin (voir Chapitre VI).

Donnons l'énoncé mathématique de la condition de l'équilibre radiatif. A cet effet cherchons la quantité d'énergie rayonnante absorbée par un volume élémentaire et la quantité d'énergie émise par ce volume.

Prenons un volume élémentaire avec une aire de base $d\sigma$ et une hauteur dr. Supposons que ce volume reçoive un rayonnement d'intensité I_ν à l'intérieur de l'angle solide $d\omega$ dans la direction formant un angle ϑ avec la normale à la base. La quantité d'énergie reçue par le volume dans l'intervalle de fréquences de ν à $\nu+d\nu$ en un temps dt est $I_\nu \, d\sigma \cos \vartheta \, d\omega d\nu \, dt$. Le chemin parcouru dans le volume par le rayonnement étant $dr \sec \vartheta$, la part absorbée de la quantité totale d'énergie reçue par le volume est $\alpha_\nu \, dr \sec \vartheta$. Par conséquent, la quantité d'énergie absorbée s'écrit:

$$d\sigma \, dr \, dt \, \alpha_\nu \, I_\nu \, d\nu \, d\omega.$$

Pour obtenir la quantité totale d'énergie absorbée par le volume il faut intégrer cette expression sur toutes les fréquences et toutes les directions. Il en résulte que la quantité totale d'énergie absorbée par le volume est donnée par l'expression:

$$d\sigma\, dr\, dt \int_0^\infty \alpha_\nu\, d\nu \int I_\nu\, d\omega. \tag{1.15}$$

D'après (1.10) la quantité d'énergie émise par le volume $d\sigma\, dr$ en un temps dt à l'intérieur d'un angle solide $d\omega$ dans l'intervalle de fréquences de ν à $\nu + d\nu$, vaut

$$\varepsilon_\nu\, d\sigma\, dr\, d\omega\, d\nu\, dt.$$

L'énergie du spectre continu étant émise par un volume élémentaire avec la même probabilité dans toutes les directions, pour la quantité d'énergie totale émise par ce volume on obtient l'expression:

$$4\pi\, d\sigma\, dr\, dt \int_0^\infty \varepsilon_\nu\, d\nu. \tag{1.16}$$

En égalant les expressions (1.15) et (1.16), on trouve

$$4\pi \int_0^\infty \varepsilon_\nu\, d\nu = \int_0^\infty \alpha_\nu\, d\nu \int I_\nu\, d\omega. \tag{1.17}$$

(1.17) s'appelle *équation d'équilibre radiatif.*

L'équation de transfert du rayonnement (1.11) et celle de l'équilibre radiatif (1.17) font partie des formules fondamentales de la théorie des photosphères stellaires.

4. Modèle géométrique de la photosphère. L'équation (1.11) est la forme la plus générale de l'équation de transfert du rayonnement. Dans des cas concrets, la forme de celle-ci est déterminée par le système de coordonnées adopté, ainsi que par les arguments dont dépend l'intensité de rayonnement.

Nous pouvons admettre qu'une étoile possède une symétrie sphérique. L'intensité de rayonnement I_ν dépend alors des deux arguments, de la distance r au centre de l'étoile et de l'angle ϑ entre la direction du rayonnement et celle du rayon vecteur. Dans notre cas nous avons:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \frac{\partial I_\nu}{\partial r}\frac{dr}{ds} + \frac{\partial I_\nu}{\partial \vartheta}\frac{d\vartheta}{ds} \tag{1.18}$$

et

$$\frac{dr}{ds} = \cos\vartheta, \quad \frac{d\vartheta}{ds} = -\frac{\sin\vartheta}{r}. \tag{1.19}$$

Aussi dans le cas d'une photosphère à symétrie sphérique l'équation de transfert du rayonnement se met-elle sous la forme:

$$\cos\vartheta \frac{\partial I_\nu}{\partial r} - \frac{\sin\vartheta}{r} \frac{\partial I_\nu}{\partial\vartheta} = -\alpha_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu. \quad (1.20)$$

Dans le cas considéré l'équation d'équilibre radiatif (1.17) peut être remplacée par une autre, plus simple, de sens physique analogue. En intégrant l'équation (1.20) sur toutes les fréquences et toutes les directions on obtient:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \int_0^\infty H_\nu \, d\nu \right) = -\int_0^\infty \alpha_\nu \, d\nu \int I_\nu \, d\omega + 4\pi \int_0^\infty \varepsilon_\nu \, d\nu. \quad (1.21)$$

Il s'ensuit que si l'équation (1.17) est respectée, l'équation

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \int_0^\infty H_\nu \, d\nu \right) = 0 \quad (1.22)$$

doit être vérifiée elle aussi.

Il découle de (1.22) que

$$\int_0^\infty H_\nu \, d\nu = \frac{C}{r^2}, \quad (1.23)$$

où C est la constante déterminée par les sources d'énergie de l'étoile.

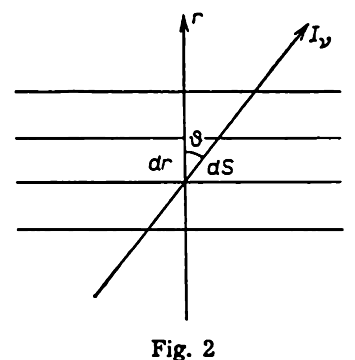


Fig. 2

La relation (1.23) tout comme l'équation (1.17) est une conséquence de l'absence dans la photosphère de sources et de déversoirs d'énergie.

Nous avons déjà dit que presque toutes les étoiles possèdent des photosphères dont l'épaisseur est négligeable devant le rayon de l'étoile. Pour ces étoiles les équations (1.20) et (1.23) peuvent être

sensiblement simplifiées, sauf pour des étoiles de types particuliers (par exemple, du type Wolf-Rayet).

Si l'épaisseur de la photosphère est bien plus petite que le rayon de l'étoile, les couches photosphériques peuvent être considérées non pas comme sphériques, mais comme planes parallèles (fig. 2). Dans ce cas l'angle ϑ ne change pas le long du rayon et au lieu de l'équation (1.20) on obtient

$$\cos\vartheta\,\frac{dI_\nu}{dr} = -\alpha_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu. \tag{1.24}$$

La distance r au centre de l'étoile variant dans la photosphère dans de très petites limites, au lieu de l'équation (1.23), on a

$$\int_0^\infty H_\nu\,d\nu = \text{const.} \tag{1.25}$$

Ainsi, en examinant le champ de rayonnement dans la photosphère des étoiles « ordinaires », il convient d'appliquer les équations (1.24) et (1.17) ou les équations (1.24) et (1.25).

§ 2. Théorie des photosphères à coefficient d'absorption indépendant de la fréquence

1. Equations fondamentales. Dans la théorie des photosphères on supposait initialement que le coefficient d'absorption soit indépendant de la fréquence, hypothèse qui a simplifié sensiblement la théorie. Toutefois, par la suite il a été établi que cette approximation est très grossière. Néanmoins, la théorie des photosphères à coefficient d'absorption indépendant de la fréquence présente toujours de l'intérêt du fait qu'elle peut être envisagée comme la première approximation d'une théorie plus rigoureuse.

En admettant que le coefficient d'absorption est indépendant de la fréquence ($\alpha_\nu = \alpha$), au lieu de l'équation de transfert du rayonnement (1.24) et de l'équation d'équilibre radiatif (1.17), on obtient

$$\cos\vartheta\,\frac{dI_\nu}{dr} = -\alpha I_\nu + \varepsilon_\nu, \tag{2.1}$$

$$4\pi\int_0^\infty \varepsilon_\nu\,d\nu = \alpha\int d\omega\int_0^\infty I_\nu\,d\nu. \tag{2.2}$$

Introduisons les notations:

$$\int_0^\infty I_\nu\,d\nu = I, \qquad \int_0^\infty \varepsilon_\nu\,d\nu = \varepsilon. \tag{2.3}$$

La quantité I peut être nommée *intensité de rayonnement totale*, et la quantité ε, *taux d'émission total*.

En intégrant l'équation (2.1) sur toutes les fréquences, on trouve :

$$\cos\vartheta\,\frac{dI}{dr} = -\alpha I + \varepsilon, \tag{2.4}$$

et l'équation (2.2) se récrit sous la forme:

$$4\pi\varepsilon = \alpha\int I\,d\omega. \tag{2.5}$$

En étudiant le transfert de rayonnement dans un milieu quelconque, il est logique de passer des distances géométriques aux distances optiques. Dans notre cas, il est commode d'introduire la profondeur optique τ calculée d'après la formule:

$$\tau = \int_r^\infty \alpha\,dr. \tag{2.6}$$

Posons également

$$\varepsilon = \alpha S. \tag{2.7}$$

Alors, les équations (2.4) et (2.5) se mettent sous la forme :

$$\left.\begin{aligned} \cos\vartheta\,\frac{dI}{d\tau} &= I - S,\\ S &= \int I\,\frac{d\omega}{4\pi}. \end{aligned}\right\} \tag{2.8}$$

Ainsi, nous avons obtenu deux équations qui déterminent deux fonctions inconnues I et S.

Dans le système d'équations (2.8) la quantité I est fonction de τ et ϑ et la quantité S, fonction de τ. En retenant que $d\omega = \sin\vartheta\,d\vartheta\,d\varphi$ et en procédant à l'intégration sur φ dans les limites de 0 à 2π, au lieu de (2.8) on obtient

$$\left.\begin{aligned} \cos\vartheta\,\frac{dI(\tau,\vartheta)}{d\tau} &= I(\tau,\vartheta) - S(\tau),\\ S(\tau) &= \frac{1}{2}\int_0^\pi I(\tau,\vartheta)\sin\vartheta\,d\vartheta. \end{aligned}\right\} \tag{2.9}$$

Au système d'équations (2.9) il faut encore adjoindre la condition aux limites. Elle traduit le fait qu'aucun rayonnement provenant de l'extérieur n'atteint l'étoile, c'est-à-dire

$$I(0,\vartheta) = 0 \quad \text{pour} \quad \vartheta > \frac{\pi}{2}. \tag{2.10}$$

D'autre part, pour obtenir une solution bien définie du système d'équations (2.9) sous la condition aux limites (2.10) il faut encore donner le flux de rayonnement total dans la photosphère

$$H = \frac{L}{4\pi R^2}, \tag{2.11}$$

où L est la luminosité de l'étoile (la quantité d'énergie totale émise par l'étoile en 1 s) et R, son rayon.

En astrophysique les systèmes d'équations du type (2.9) sont très fréquents. De telles équations se présentent également en géophysique (étude de la diffusion de la lumière dans l'atmosphère terrestre et les bassins). Certains problèmes de la physique, par exemple celui de la diffusion des neutrons, aboutissent également à des équations analogues. De ce fait, les systèmes du type (2.9) ont été l'objet de nombreuses recherches et plusieurs méthodes sont proposées pour leur résolution (voir [4] et [5]).

Nous décrirons ci-dessous certaines de ces méthodes qui présentent le plus d'intérêt pour l'astrophysique.

2. Solution approchée des équations. Pour résoudre le système d'équations (2.9) on a proposé des méthodes approchées fondées sur le calcul de la moyenne de l'intensité de rayonnement selon les directions. La première de ces méthodes est due à Schwarzschild et Schuster, la seconde, à Eddington. Nous allons résoudre le système d'équations (2.9) à l'aide de chacune des méthodes citées.

Méthode de Schwarzschild-Schuster. Désignons par $I_1(\tau)$ l'intensité moyenne du rayonnement allant de bas en haut et par $I_2(\tau)$, l'intensité moyenne du rayonnement allant de haut en bas. Ces quantités valent:

$$I_1(\tau) = \int_0^{\pi/2} I(\tau, \vartheta) \sin\vartheta \, d\vartheta, \qquad I_2(\tau) = \int_{\pi/2}^{\pi} I(\tau, \vartheta) \sin\vartheta \, d\vartheta. \tag{2.12}$$

En multipliant la première des équations (2.9) par $\sin\vartheta \, d\vartheta$ et en intégrant sur les limites de 0 à $\pi/2$, on obtient

$$\frac{d}{d\tau} \int_0^{\pi/2} I(\tau, \vartheta) \cos\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta = I_1(\tau) - S(\tau). \tag{2.13}$$

Mettons l'intégrale du premier membre de cette équation sous une forme approchée

$$\int_0^{\pi/2} I(\tau, \vartheta) \cos\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta = \frac{1}{2} I_1(\tau), \tag{2.14}$$

c'est-à-dire faisons sortir du signe d'intégration la valeur moyenne du cos ϑ dans la demi-sphère supérieure, égale à $^1/_2$. Alors, au lieu de (2.13), on a

$$\frac{1}{2}\frac{dI_1(\tau)}{d\tau}=I_1(\tau)-S(\tau). \tag{2.15}$$

En multipliant la première des équations (2.9) par sin $\vartheta\, d\vartheta$ et en intégrant dans les limites de $\pi/2$ à π, on trouve d'une façon analogue

$$-\frac{1}{2}\frac{dI_2(\tau)}{d\tau}=I_2(\tau)-S(\tau). \tag{2.16}$$

A l'aide des quantités $I_1(\tau)$ et $I_2(\tau)$ la deuxième des équations (2.9) se récrit de la façon suivante:

$$S(\tau)=\frac{1}{2}[I_1(\tau)+I_2(\tau)]. \tag{2.17}$$

De la sorte, nous avons passé du système d'équations (2.9) au système d'équations (2.15)-(2.17) qui est très simple à résoudre.

En additionnant terme à terme les équations (2.15) et (2.16) et en utilisant (2.17), on trouve

$$I_1(\tau)-I_2(\tau)=F, \tag{2.18}$$

où F est une constante arbitraire. En retranchant (2.16) de (2.15) et en tenant compte de (2.18), on obtient

$$I_1(\tau)+I_2(\tau)=2F\tau+C, \tag{2.19}$$

où C est une nouvelle constante.

Pour calculer les constantes F et C considérons d'abord la condition aux limites (2.10). Dans notre cas elle signifie que $I_2(0)=0$. En obtenant à partir de (2.18) et (2.19) la quantité $I_2(0)$ et en utilisant cette condition, on obtient

$$C=F. \tag{2.20}$$

Quant à la constante F, elle est exprimée à l'aide du flux de rayonnement total H, constant dans la photosphère et donné par la formule (2.11). Par définition, le flux de rayonnement total est

$$H=2\pi\int_0^\pi I(\tau,\ \vartheta)\cos\vartheta\sin\vartheta\, d\vartheta. \tag{2.21}$$

Pour l'approximation adoptée

$$H=2\pi\left[\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} I(\tau,\ \vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta-\frac{1}{2}\int_{\pi/2}^{\pi} I(\tau,\ \vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta\right]=$$
$$=\pi[I_1(\tau)-I_2(\tau)]. \tag{2.22}$$

En comparant (2.22) et (2.18) on obtient

$$H = \pi F. \tag{2.23}$$

En portant (2.19) et (2.20) dans (2.17) on obtient l'une des fonctions cherchées:

$$S(\tau) = F\left(\tau + \frac{1}{2}\right). \tag{2.24}$$

A l'aide de la première des équations (2.9) l'autre fonction cherchée $I(\tau, \vartheta)$ est exprimée sans peine à travers $S(\tau)$.

Méthode d'Eddington. Multiplions la première des équations (2.9) par $2\pi \cos\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta$ et intégrons de 0 à π. En appliquant la formule (2.21) on obtient

$$2\pi \frac{d}{d\tau} \int_0^\pi I(\tau, \vartheta) \cos^2\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta = H. \tag{2.25}$$

Faisons sortir de l'intégrale la valeur moyenne de $\cos^2\vartheta$ sur la sphère, égale à $^1/_3$, c'est-à-dire posons approximativement

$$\int_0^\pi I(\tau, \vartheta) \cos^2\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta = \frac{1}{3} \int_0^\pi I(\tau, \vartheta) \sin\vartheta \, d\vartheta. \tag{2.26}$$

Alors, compte tenu de la deuxième des équations (2.9) on obtient au lieu de (2.25):

$$\frac{4\pi}{3} \frac{dS(\tau)}{d\tau} = H. \tag{2.27}$$

Le flux de rayonnement total dans la photosphère étant constant, (2.27) entraîne que

$$S(\tau) = \frac{3}{4\pi} H\tau + C, \tag{2.28}$$

où C est une constante arbitraire.

Pour calculer C écrivons l'expression des quantités $S(\tau)$ et H pour $\tau = 0$. En tenant compte de la condition aux limites (2.10), on trouve

$$S(0) = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} I(0, \vartheta) \sin\vartheta \, d\vartheta, \tag{2.29}$$

et, approximativement,

$$H = \pi \int_0^{\pi/2} I(0, \vartheta) \sin\vartheta \, d\vartheta. \tag{2.30}$$

On a donc

$$S(0) = H/2\pi. \tag{2.31}$$

Sous la condition (2.31) on obtient pour la constante C

$$C = H/2\pi. \tag{2.32}$$

En portant (2.32) dans (2.28), il vient

$$S(\tau) = F\left(\frac{3}{4}\tau + \frac{1}{2}\right), \tag{2.33}$$

où, comme dans ce qui précède, on utilise la notation (2.23).

Nous voyons que l'expression (2.33) de la fonction $S(\tau)$ ne se distingue pas beaucoup de l'expression (2.24) obtenue par la méthode précédente.

3. Application des formules des quadratures. En astrophysique les méthodes approchées décrites ci-dessus ont trouvé une application assez large. Cependant, la précision des résultats qu'elles fournissent est relativement peu élevée. On utilise donc une autre méthode approchée, fondée sur le remplacement du terme intégral de l'équation d'équilibre radiatif par la somme de Gauss des quadratures numériques. Dans ces conditions l'équation de transfert du rayonnement s'écrit pour les valeurs du cos ϑ qui constituent des points de division de l'intervalle dans la formule de la quadrature. Ceci permet de ramener le problème au système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants.

L'avantage de cette méthode consiste en ce qu'elle permet d'améliorer la précision des résultats en augmentant le nombre des termes de la formule de la quadrature. Toutefois, même avec un nombre de termes peu élevé on obtient des résultats satisfaisants grâce à la précision élevée de la substitution de la somme de Gauss à l'intégrale.

Cette méthode a été élaborée en détail par Chandrasekhar [4]. Nous l'appliquerons ici à la résolution du système d'équations (2.9).

Récrivons au préalable ce système sous la forme d'une équation

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu)}{d\tau} = I(\tau, \mu) - \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu')\, d\mu', \tag{2.34}$$

où l'on a noté $\mu = \cos\vartheta$.

Représentons le terme intégral de l'équation (2.34) sous la forme d'une somme d'après la formule de Gauss de la quadrature :

$$\int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu)\, d\mu = \sum_{j=-n}^{n} a_j I(\tau, \mu_j). \tag{2.35}$$

Ici $\mu_{-n}, \ldots, \mu_{-1}, \mu_1, \ldots, \mu_n$ sont les racines du polynôme de Legendre $P_{2n}(\mu)$, et a_j, certains facteurs de poids $(a_{-j} = a_j)$. La représentation (2.35) est d'autant plus précise que n est plus grand.

En n-ième approximation l'équation (2.34) est remplacée par le système d'équations différentielles linéaires d'ordre $2n$:

$$\mu_i \frac{dI_i}{d\tau} = I_i - \frac{1}{2} \sum_j a_j I_j \quad (i = \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm n), \qquad (2.36)$$

où pour abréger $I(\tau, \mu_i)$ est noté I_i.

Les constantes arbitraires qui figurent dans la solution générale de ce système se calculent à partir des conditions suivantes: 1) absence de rayonnement incident sur la photosphère provenant de l'extérieur, c'est-à-dire $I_{-i} = 0$ pour $\tau = 0$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$; 2) inexistence des termes à croissance exponentielle avec τ; 3) flux de rayonnement $H = \pi F$ donné.

Après le calcul des quantités I_i d'après les équations (2.36) la fonction cherchée principale $S(\tau)$ sera déterminée par la formule:

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \sum a_i I_i. \qquad (2.37)$$

A titre d'exemple cherchons la fonction $S(\tau)$ en première approximation. Dans notre cas $\mu_1 = -\mu_{-1} = 1/\sqrt{3}$; $a_1 = -a_{-1} = 1$. On obtient donc au lieu de (2.36)

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{dI_1}{d\tau} &= I_1 - \frac{1}{2}(I_1 + I_{-1}), \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{dI_{-1}}{d\tau} &= I_{-1} - \frac{1}{2}(I_1 + I_{-1}). \end{aligned}\right\} \qquad (2.38)$$

Le système d'équations (2.38) doit être résolu sous les conditions que $I_{-1} = 0$ pour $\tau = 0$ et

$$\frac{2}{\sqrt{3}}(I_1 - I_{-1}) = F. \qquad (2.39)$$

En calculant I_1 et I_{-1} de (2.38) sous les conditions précitées, on obtient pour la fonction $S(\tau)$

$$S(\tau) = \frac{3}{4} F \left(\tau + \frac{1}{\sqrt{3}}\right). \qquad (2.40)$$

Comme nous le verrons par la suite, l'expression (2.40) de la fonction $S(\tau)$ s'avère plus exacte que les expressions (2.24) et (2.33) déduites précédemment. En augmentant le nombre de termes de la formule de la quadrature (2.35) on peut obtenir des expressions de $S(\tau)$ encore plus précises.

4. Equation intégrale de Milne. Le système d'équations (2.9) permet d'obtenir encore une équation intégrale pour le calcul de

la fonction $S(\tau)$. A cet effet il faut résoudre la première des équations (2.9) par rapport à $I(\tau, \vartheta)$ et porter à l'aide de $S(\tau)$ l'expression obtenue de $I(\tau, \vartheta)$ dans la deuxième de ces équations. Cette façon de résoudre le problème est la plus naturelle, puisque nous obtenons une équation pour déterminer une fonction qui dépend d'un seul argument.

La solution générale de la première des équations (2.9) s'écrit:

$$I(\tau, \vartheta) = I(\tau_*, \vartheta)\, e^{-(\tau_*-\tau)\sec\vartheta} + \int_{\tau}^{\tau_*} e^{-(\tau'-\tau)\sec\vartheta} S(\tau') \sec\vartheta\, d\tau'. \quad (2.41)$$

Ceci est la forme intégrale de l'équation de transfert du rayonnement [comparez avec l'équation (1.14)].

L'équation (2.41) doit être envisagée séparément pour deux cas, pour le rayonnement orienté de bas en haut et celui dirigé de haut en bas.

Dans le premier cas, en posant $\tau_* = \infty$ et en admettant que l'intensité de rayonnement ne croît pas exponentiellement avec la croissance de τ, il vient

$$I(\tau, \vartheta) = \int_{\tau}^{\infty} e^{-(\tau'-\tau)\sec\vartheta} S(\tau') \sec\vartheta\, d\tau' \quad \left(\vartheta < \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.42)$$

Dans le deuxième cas, en posant $\tau_* = 0$ et en tenant compte de la condition aux limites (2.10), on trouve

$$I(\tau, \vartheta) = -\int_{0}^{\tau} e^{-(\tau'-\tau)\sec\vartheta} S(\tau') \sec\vartheta\, d\tau' \quad \left(\vartheta > \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.43)$$

Maintenant il faut porter les expressions (2.42) et (2.43) dans la deuxième des équations (2.9). Cette substitution et le changement de l'ordre d'intégration donnent:

$$S(\tau) = \frac{1}{2}\int_{\tau}^{\infty} S(\tau')\, d\tau' \int_{0}^{\pi/2} e^{-(\tau'-\tau)\sec\vartheta} \sec\vartheta \sin\vartheta \cdot d\vartheta -$$
$$-\frac{1}{2}\int_{0}^{\tau} S(\tau')\, d\tau' \int_{\pi/2}^{\pi} e^{-(\tau'-\tau)\sec\vartheta} \sec\vartheta \sin\vartheta\, d\vartheta. \quad (2.44)$$

Posons $\sec\vartheta = x$ dans la première intégrale et $-\sec\vartheta = x$ dans la deuxième. Retenant que $\sec\vartheta \sin\vartheta\, d\vartheta = dx/x$, au lieu de l'équa-

tion précédente on obtient

$$S(\tau) = \frac{1}{2}\int_{\tau}^{\infty} S(\tau')\,d\tau' \int_{1}^{\infty} e^{-(\tau'-\tau)x}\frac{dx}{x} +$$
$$+\frac{1}{2}\int_{0}^{\tau} S(\tau')\,d\tau' \int_{1}^{\infty} e^{-(\tau-\tau')x}\frac{dx}{x}. \qquad (2.45)$$

Les exposants des deux exponentielles pouvant s'écrire $-|\tau-\tau'|\,x$, (2.45) peut se mettre sous la forme abrégée:

$$S(\tau) = \frac{1}{2}\int_{0}^{\infty} S(\tau')\,d\tau' \int_{1}^{\infty} e^{-|\tau-\tau'|x}\frac{dx}{x}. \qquad (2.46)$$

Le noyau de l'équation intégrale (2.46) est une fonction exponentielle intégrale déterminée par la formule:

$$E_1\tau = \int_{1}^{\infty} e^{-\tau x}\frac{dx}{x}. \qquad (2.47)$$

Notons que pour $\tau = 0$ la fonction $E_1\tau$ présente une particularité logarithmique et que pour $\tau \to \infty$ elle tend vers zéro comme $e^{-\tau}/\tau$.

A l'aide de (2.47) l'équation intégrale qui détermine la fonction $S(\tau)$ se met finalement sous la forme:

$$S(\tau) = \frac{1}{2}\int_{0}^{\infty} E_1|\tau-\tau'|\,S(\tau')\,d\tau'. \qquad (2.48)$$

Cette équation intégrale s'appelle *équation de Milne*.

(2.48) détermine la fonction $S(\tau)$ à un facteur arbitraire près, lequel se calcule en partant de la condition que le flux de rayonnement $H = \pi F$ est donné.

Exprimons le flux de rayonnement à l'aide de la fonction $S(\tau)$. A cet effet il faut porter les expressions (2.42) et (2.43) dans la formule (2.21). En effectuant les mêmes transformations que pour l'obtention de la formule (2.48), on trouve

$$F = 2\int_{\tau}^{\infty} S(\tau')\,E_2(\tau'-\tau)\,d\tau' - 2\int_{0}^{\tau} S(\tau')\,E_2(\tau-\tau')\,d\tau', \qquad (2.49)$$

où $E_2\tau$ est la deuxième des fonctions exponentielles intégrales déterminées par l'égalité

$$E_n\tau = \int_{1}^{\infty} e^{-\tau x}\frac{dx}{x^n}. \qquad (2.50)$$

L'équation intégrale de Milne a été étudiée par de nombreux auteurs. L'étude la plus complète appartient à Hopf qui a trouvé que la solution exacte de cette équation s'écrit:

$$S(\tau)=\frac{3}{4}F[\tau+q(\tau)], \tag{2.51}$$

où $q(\tau)$ est une fonction monotone variant dans des limites peu élevées entre

$$q(0)=\frac{1}{\sqrt{3}}=0{,}58 \quad \text{et} \quad q(\infty)=0{,}71.$$

Il est intéressant de comparer les expressions approchées de $S(\tau)$ obtenues ci-dessus par les méthodes de Schwarzschild-Schuster, Eddington et Chandrasekhar (en première approximation) à la formule exacte (2.51). Ces expressions approchées sont données par les formules respectives (2.24), (2.33) et (2.40). Nous voyons que la formule (2.40) est la plus exacte. Les valeurs de la fonction $S(\tau)$ calculées d'après ces formules pour $\tau=0$ et pour de grands τ, et notamment

$$S(0)=\frac{\sqrt{3}}{4}F \tag{2.52}$$

et

$$S(\tau)=\frac{3}{4}F\tau \quad \text{pour} \quad \tau\gg 1, \tag{2.53}$$

coïncident avec les valeurs exactes de $S(\tau)$. La formule (2.33) donne les valeurs exactes de la fonction $S(\tau)$ seulement pour $\tau\gg 1$. Les valeurs de $S(\tau)$ obtenues d'après la formule (2.24) diffèrent des valeurs exactes aussi bien pour $\tau=0$ que pour $\tau\gg 1$.

5. Distribution de l'éclat sur le disque d'une étoile. La connaissance de la fonction $S(\tau)$ permet de calculer l'intensité de rayonnement à une profondeur optique quelconque. En particulier, nous pouvons déterminer l'intensité du rayonnement quittant l'étoile, c'est-à-dire la quantité $I(0, \vartheta)$. Il est clair que l'intensité du rayonnement provenant de la photosphère sous un angle ϑ à la normale est l'éclat du disque de l'étoile à une distance angulaire ϑ au centre du disque (fig. 3). C'est pourquoi la quantité $I(0, \vartheta)$ donne la distribution de l'éclat sur le disque de l'étoile.

Pour trouver $I(0, \vartheta)$ il faut dans la formule (2.42) de l'intensité du rayonnement orienté de bas vers le haut (c'est-à-dire pour $\vartheta<<\pi/2$), poser $\tau=0$. En procédant ainsi et en remplaçant la variable d'intégration τ' par τ, il vient

$$I(0, \vartheta)=\int_0^\infty S(\tau)\,e^{-\tau\sec\vartheta}\sec\vartheta\,d\tau. \tag{2.54}$$

Nous avons obtenu plus haut différentes formules approchées de la fonction $S(\tau)$. Voyons quelle est la distribution de l'éclat sur le disque de l'étoile à laquelle conduit chacune de ces formules.

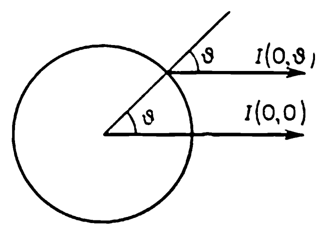


Fig. 3

En utilisant pour la fonction $S(\tau)$ les formules (2.24), (2.33) et (2.40) fournies par les approximations de Schwarzschild-Schuster, d'Eddington et par la première approximation de Chandrasekhar, on obtient respectivement:

$$I(0, \vartheta) = F\left(\frac{1}{2} + \cos\vartheta\right), \tag{2.55}$$

$$I(0, \vartheta) = F\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\cos\vartheta\right) \tag{2.56}$$

et

$$I(0, \vartheta) = F\left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4}\cos\vartheta\right). \tag{2.57}$$

Pour le rapport entre l'éclat au centre du disque et l'éclat au bord. c'est-à-dire pour la quantité $I(0, 0)/I(0, \pi/2)$, ces formules donnent respectivement 3, 2,5 et 2,7. Comme nous le verrons par la suite, sa valeur exacte est 2,9.

Ainsi, l'éclat au centre du disque est sensiblement plus grand que l'éclat au bord. Ceci s'explique par le fait qu'au centre du disque le rayonnement provient en moyenne des couches plus profondes qu'au bord.

La loi théorique exposée ci-dessus de la distribution de l'éclat sur le disque d'une étoile est généralement confirmée par les données d'observation. Ces données sont fournies surtout par l'étude du Soleil, les disques des autres étoiles étant invisibles pour nous. Quelques renseignements sur l'assombrissement du disque lors du passage du centre vers le bord sont donnés également par l'analyse des courbes de lumière des variables à éclipses. Dans ce cas l'une des étoiles couvre périodiquement l'autre et d'après la brillance de la partie du disque restée découverte, on peut juger de la distribution de l'éclat sur le disque.

Insistons sur le fait que dans ce paragraphe il s'agissait des éclats totaux, c'est-à-dire intégrés sur tout le spectre. Or, les observations renseignent non seulement sur l'éclat total selon le disque, mais encore sur la distribution de l'éclat dans des ondes de longueurs différentes. La question de la loi de l'assombrissement du disque lors du passage du centre vers le bord dans des ondes de longueurs différentes sera examinée dans ce qui suit.

§ 3. Solution exacte des équations fondamentales

1. Equation de la résolvante. L'équation intégrale de Milne citée ci-dessus est un cas particulier des équations très usitées en astrophysique. Toutes ces équations possèdent des noyaux qui dépendent de la valeur absolue de la différence de deux arguments. Pour les résoudre on a proposé une méthode relativement simple que nous exposerons plus loin (voir [5]). Ensuite cette méthode sera utilisée pour obtenir la solution exacte du problème de transfert du rayonnement à travers la photosphère d'une étoile. Par la suite cette même méthode servira pour résoudre d'autres problèmes astrophysiques (de la formation des raies d'absorption dans les spectres stellaires, de la diffusion de la lumière dans les atmosphères des planètes, etc.).

Considérons l'équation intégrale

$$S(\tau) = \int_0^\infty K(|\tau-\tau'|)\, S(\tau')\, d\tau' + g(\tau), \tag{3.1}$$

qui détermine la fonction $S(\tau)$ ne coïncidant pas, en général, avec la fonction $S(\tau)$ introduite précédemment, mais possédant un sens physique analogue. Ici $K(|\tau-\tau'|)$ est le noyau de l'équation, et $g(\tau)$, la fonction caractéristique de la distribution des sources de rayonnement dans le milieu. Les fonctions $K(\tau)$ et $g(\tau)$ sont données, et pour les divers problèmes elles sont différentes (les exemples seront examinés dans ce qui suit).

La solution de l'équation (3.1) peut se mettre sous la forme

$$S(\tau) = g(\tau) + \int_0^\infty \Gamma(\tau, \tau')\, g(\tau')\, d\tau', \tag{3.2}$$

où $\Gamma(\tau, \tau')$ est la résolvante qui, comme on le sait, satisfait à l'équation:

$$\Gamma(\tau, \tau') = K(|\tau-\tau'|) + \int_0^\infty K(|\tau-\tau''|)\, \Gamma(\tau'', \tau')\, d\tau''. \tag{3.3}$$

De plus, $\Gamma(\tau, \tau')$ est une fonction symétrique de τ et τ', c'est-à-dire $\Gamma(\tau, \tau') = \Gamma(\tau', \tau)$.

En utilisant (3.3) nous pouvons obtenir une autre équation de la résolvante. A cet effet récrivons (3.3) sous la forme:

$$\Gamma(\tau, \tau') = K(|\tau-\tau'|) + \int_0^\tau K(\alpha)\,\Gamma(\tau-\alpha, \tau')\,d\alpha + \int_0^\infty K(\alpha)\,\Gamma(\tau+\alpha, \tau')\,d\alpha. \quad (3.4)$$

En dérivant (4.5) d'abord par rapport à τ, puis à τ', et en additionnant terme à terme les égalités obtenues, on trouve

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial\tau} + \frac{\partial\Gamma}{\partial\tau'} = K(\tau)\,\Gamma(0, \tau') + \int_0^\infty K(|\tau-\tau''|)\left(\frac{\partial\Gamma}{\partial\tau} + \frac{\partial\Gamma}{\partial\tau'}\right)d\tau''. \quad (3.5)$$

D'autre part, on tire de l'équation (3.3):

$$\Gamma(0, \tau) = K(\tau) + \int_0^\infty K(|\tau-\tau''|)\,\Gamma(\tau'', 0)\,d\tau''. \quad (3.6)$$

La comparaison de (3.5) et de (3.6) donne

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial\tau} + \frac{\partial\Gamma}{\partial\tau'} = \Phi(\tau)\,\Phi(\tau'), \quad (3.7)$$

où l'on a noté

$$\Gamma(0, \tau) = \Phi(\tau). \quad (3.8)$$

(3.7) entraîne que pour $\tau' > \tau$

$$\Gamma(\tau, \tau') = \Phi(\tau'-\tau) + \int_0^\tau \Phi(\alpha)\,\Phi(\alpha+\tau'-\tau)\,d\alpha. \quad (3.9)$$

Ainsi, la résolvante $\Gamma(\tau, \tau')$ est exprimée par l'intermédiaire de la fonction $\Phi(\tau)$ qui dépend d'un seul argument.

Pour déterminer la fonction $\Phi(\tau)$ on peut utiliser l'équation

$$\Phi(\tau) = K(\tau) + \int_0^\infty K(|\tau-\tau'|)\,\Phi(\tau')\,d\tau', \quad (3.10)$$

qui, si l'on tient compte de (3.8), représente l'équation (3.6). Une autre équation déterminant $\Phi(\tau)$ sera obtenue par la suite.

2. Equations auxiliaires. La fonction $\Phi(\tau)$ permet d'exprimer la solution de l'équation (3.1) pour une fonction $g(\tau)$ quelconque.

Aussi, la fonction $\Phi(\tau)$ doit-elle jouer un rôle fondamental dans la théorie des équations envisagées. Pour calculer cette fonction nous allons obtenir certaines équations auxiliaires. En même temps, comme nous le verrons par la suite, ces équations présentent de l'intérêt pour elles-mêmes.

Considérons l'équation

$$S(\tau, x) = \int_0^\infty K(|\tau-\tau'|) S(\tau', x) d\tau' + e^{-x\tau}, \tag{3.11}$$

qui est un cas particulier de (3.1). En partant de la formule (3.2) on a

$$S(\tau, x) = e^{-x\tau} + \int_0^\infty \Gamma(\tau', \tau) e^{-x\tau'} d\tau'. \tag{3.12}$$

En multipliant (3.7) par $e^{-x\tau'}$, en intégrant par rapport à τ' dans les limites de 0 à ∞ et en tenant compte de (3.12), on obtient

$$\frac{\partial S(\tau, x)}{\partial \tau} = -xS(\tau, x) + \Phi(\tau)\left[1 + \int_0^\infty \Phi(\tau') e^{-x\tau'} d\tau'\right]. \tag{3.13}$$

Mais (3.12) entraîne que

$$S(0, x) = 1 + \int_0^\infty \Phi(\tau) e^{-x\tau} d\tau. \tag{3.14}$$

Il vient donc

$$\frac{\partial S(\tau, x)}{\partial \tau} = -xS(\tau, x) + S(0, x)\Phi(\tau). \tag{3.15}$$

Après l'intégration de (3.15), on a

$$S(\tau, x) = S(0, x)\left[e^{-x\tau} + \int_0^\tau e^{-x(\tau-\tau')}\Phi(\tau') d\tau'\right]. \tag{3.16}$$

Dans la plupart des problèmes sur le transfert du rayonnement le noyau de l'équation intégrale (3.1) se présente sous la forme:

$$K(\tau) = \int_a^b A(y) e^{-y\tau} dy, \tag{3.17}$$

où $A(y)$ est une fonction arbitraire; a et b, certains nombres. Dans ce cas pour le calcul de la fonction $S(0, x)$ on obtient des équations relativement simples. A son tour, la fonction cherchée $\Phi(\tau)$ est exprimée à l'aide de la fonction $S(0, x)$.

Si $K(\tau)$ est donnée par la formule (3.17), l'équation (3.11) conduit à

$$S(0,\ x)=1+\int_a^b A(y)\,dy\int_0^\infty S(\tau,\ x)\,e^{-y\tau}\,d\tau. \tag{3.18}$$

En multipliant (3.15) par $e^{-y\tau}$, en intégrant dans les limites de 0 à ∞ et en vertu de (3.14) on obtient

$$\int_0^\infty S(\tau,\ x)\,e^{-y\tau}\,d\tau=\frac{S(0,\ x)\,S(0,\ y)}{x+y}. \tag{3.19}$$

En portant (3.19) dans (3.18), il vient

$$S(0,\ x)=1+S(0,\ x)\int_a^b A(y)\,\frac{S(0,\ y)}{x+y}\,dy. \tag{3.20}$$

Nous avons obtenu une équation intégrale non linéaire qui, pour la détermination de $S(0,\ x)$, peut être sans peine calculée numériquement.

(3.20) permet également d'obtenir une équation intégrale linéaire pour le calcul de $S(0,\ x)$. En multipliant (3.20) par $A(x)/(x-z)$ et en intégrant sur x dans les limites de a à b on trouve après les transformations peu compliquées:

$$S(0,\ z)\left[1-2\int_a^b A(x)\,\frac{x\,dx}{x^2-z^2}\right]=1-\int_a^b A(x)\,\frac{S(0,\ x)}{x-z}\,dx. \tag{3.21}$$

La solution de cette équation peut s'obtenir sous une forme explicite.

3. Calcul de la fonction $\Phi(\tau)$. En comparant entre elles les fonctions (3.10) et (3.11) nous voyons que le terme constant de (3.10) est la superposition des termes constants de (3.11). On a donc

$$\Phi(\tau)=\int_a^b A(x)\,S(\tau,\ x)\,dx. \tag{3.22}$$

En multipliant (3.16) par $A(x)$ et en intégrant par rapport à x dans les limites de a à b, on trouve

$$\Phi(\tau)=L(\tau)+\int_0^\tau L(\tau-\tau')\,\Phi(\tau')\,d\tau', \tag{3.23}$$

où

$$L(\tau)=\int_a^b A(x)\,S(0,\ x)\,e^{-x\tau}\,dx. \tag{3.24}$$

(3.23) est l'équation cherchée qui détermine la fonction $\Phi(\tau)$. En y appliquant la transformation de Laplace, on obtient

$$\int_0^\infty \Phi(\tau)\, e^{-s\tau}\, d\tau = \frac{1}{1-\int_a^b A(x)\, S(0,\, x) \frac{dx}{x+s}} - 1. \tag{3.25}$$

De la sorte. le calcul de la résolvante de l'équation (3.1) se ramène à la recherche de la fonction $S(0, x)$ à partir de l'équation (3.20) ou (3.21), et à la détermination ultérieure de la fonction $\Phi(\tau)$ à partir de (3.25) en renversant la transformation de Laplace. La réalisation de cette opération est aisée si on applique la méthode de l'intégration de contour en utilisant la relation (3.21).

Si la fonction $\Phi(\tau)$ est connue, on peut calculer également à l'aide des formules (3.2) et (3.9) la fonction $S(\tau)$ quelles que soient les sources de rayonnement. Dans certains cas la fonction $S(\tau)$ est exprimée d'une façon bien simple. A titre d'exemple on peut citer le cas lorsque la distribution des sources de rayonnement dans le milieu est exponentielle. Comme nous l'avons montré plus haut, pour $g(\tau) = e^{-x\tau}$ la fonction $S(\tau)$, notée $S(\tau, x)$, est donnée par la formule (3.16).

L'expression de la fonction $S(\tau)$ devient particulièrement simple si la distribution des sources dans le milieu est uniforme, c'est-à-dire avec $g(\tau) = 1$. En posant dans la formule (3.16) $x = 0$, on trouve

$$S(\tau,\ 0) = S(0,\ 0)\left[1 + \int_0^\tau \Phi(\tau')\, d\tau'\right]. \tag{3.26}$$

La quantité $S(0, 0)$ qui figure dans (3.26) est exprimée directement à l'aide de la fonction $A(x)$. Posons dans (3.20) $x = 0$ et dans (3.21), $z = 0$. Alors, les équations obtenues entraînent

$$S^2(0,\ 0)\left[1 - 2\int_a^b A(x)\, \frac{dx}{x}\right] = 1. \tag{3.27}$$

Les formules simples de $S(\tau)$ peuvent également être obtenues pour $g(\tau) = \tau^n$, où n est un nombre entier.

4. Solution de l'équation homogène. Dans ce qui précède nous avons montré que quelle que soit la fonction $g(\tau)$ la solution de l'équation inhomogène (3.1) est exprimée par l'intermédiaire de la fonction $\Phi(\tau)$. Maintenant nous montrerons que la même fonction $\Phi(\tau)$ permet d'exprimer la solution d'une équation homogène:

$$S(\tau) = \int_0^\infty K(|\tau - \tau'|)\, S(\tau')\, d\tau'. \tag{3.28}$$

Du point de vue physique cette équation correspond au cas où les sources de l'énergie se trouvent à une profondeur infiniment grande.

En supposant que la solution de l'équation (3.28) existe, dérivons-la par rapport à τ. Il en résulte

$$S'(\tau) = \int_0^\infty K(|\tau - \tau'|)\, S'(\tau')\, d\tau' + S(0)\, K(\tau). \qquad (3.29)$$

En comparant (3.29) et (3.10) on voit que

$$S'(\tau) = kS(\tau) + S(0)\, \Phi(\tau), \qquad (3.30)$$

où k est une constante. (3.30) entraîne que

$$S(\tau) = S(0)\left[e^{k\tau} + \int_0^\tau e^{k(\tau-\tau')}\Phi(\tau')\, d\tau'\right]. \qquad (3.31)$$

Pour trouver la constante k examinons l'équation (3.28) pour $\tau =$ $= 0$. Tenant compte de (3.17)

$$S(0) = \int_a^b A(x)\, dx \int_0^\infty S(\tau)\, e^{-x\tau}\, d\tau. \qquad (3.32)$$

En multipliant (3.30) par $e^{-x\tau}$, en intégrant sur τ dans les limites de 0 à ∞ et en tenant compte de (3.14), on trouve:

$$\int_0^\infty S(\tau)\, e^{-x\tau}\, d\tau = S(0)\, \frac{S(0, x)}{x - k}. \qquad (3.33)$$

Portons (3.33) dans (3.32) pour obtenir

$$\int_a^b A(x)\, \frac{S(0, x)}{x - k}\, dx = 1, \qquad (3.34)$$

ou, compte tenu de (3.21),

$$2\int_a^b A(x)\, \frac{x\, dx}{x^2 - k^2} = 1. \qquad (3.35)$$

De la sorte, la solution de l'équation homogène (3.28) est exprimée à l'aide de la fonction $\Phi(\tau)$ par la formule (3.31) dans laquelle la constante k est déterminée par l'équation (3.35).

5. Intensité du rayonnement issu. La fonction auxiliaire $\Phi(\tau)$ présente de l'intérêt non seulement parce qu'elle peut servir pour déterminer la résolvante de l'équation intégrale (3.1). Il importe tout autant que dans de nombreux cas l'expression immédiate de

l'intensité du rayonnement issu d'un milieu est également donnée par la même fonction.

Nous allons examiner certains de ces cas en obtenant pourtant, au préalable, une formule générale importante de l'intensité du rayonnement issu d'un milieu.

Considérons un rayonnement issu d'un milieu semi-infini sous un angle ϑ à la normale. En introduisant la notation $\cos\vartheta = \mu$, on a pour l'intensité de ce rayonnement

$$I(0, \mu) = \int_0^\infty S(\tau) e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}. \tag{3.36}$$

Ici par $S(\tau)$ on entend la solution de l'équation intégrale (3.1) quelle que soit la fonction $g(\tau)$, c'est-à-dire quelles que soient les sources de rayonnement.

La fonction $S(\tau)$ est exprimée par l'intermédiaire de $g(\tau)$ et de la résolvante $\Gamma(\tau, \tau')$ à l'aide de la formule (3.2). En portant (3.2) dans (3.36), on obtient

$$I(0, \mu) = \int_0^\infty g(\tau) \frac{d\tau}{\mu} \left[e^{-\frac{\tau}{\mu}} + \int_0^\infty \Gamma(\tau, \tau') e^{-\frac{\tau'}{\mu}} d\tau' \right]. \tag{3.37}$$

En appliquant (3.12), on tire

$$I(0, \mu) = \int_0^\infty g(\tau) S\left(\tau, \frac{1}{\mu}\right) \frac{d\tau}{\mu}. \tag{3.38}$$

Ceci est justement la formule de l'intensité de rayonnement. Ainsi, pour trouver la fonction $I(0, \mu)$ les sources de rayonnement étant quelconques, il suffit de connaître seulement la fonction $S(\tau, x)$ déterminée par l'équation (3.11).

Toutefois, comme nous l'avons déjà dit, dans de nombreux cas particuliers pour déterminer l'intensité de rayonnement nous devons connaître seulement la fonction $S(0, x)$. Puisque cette fonction est déterminée directement par les équations (3.20) ou (3.21), pour trouver $I(0, \mu)$ on n'a pas besoin dans ces cas de connaître la fonction $\Phi(\tau)$.

Examinons les cas particuliers suivants de la disposition des sources de rayonnement:

1. Soit la fonction $g(\tau)$ décroisse exponentiellement avec la profondeur optique, c'est-à-dire

$$g(\tau) = e^{-m\tau}. \tag{3.39}$$

Dans notre cas, en appliquant la formule (3.19) on trouve

$$I(0,\ \mu)=\frac{S(0,\ m)\,S\left(0,\ \frac{1}{\mu}\right)}{1+m\mu}. \tag{3.40}$$

2. Supposons que la répartition des sources de rayonnement dans le milieu soit uniforme, c'est-à-dire que $g(\tau) = 1$. Alors, en posant dans (3.40) $m = 0$, il vient

$$I(0,\ \mu)=S(0,\ 0)\,S\left(0,\ \frac{1}{\mu}\right). \tag{3.41}$$

En portant S (0, 0) de (3.27) dans (3.41), on obtient

$$I(0,\ \mu)=S\left(0,\ \frac{1}{\mu}\right)\left[1-2\int_a^b A(x)\,\frac{dx}{x}\right]^{-1/2}. \tag{3.42}$$

3. Supposons que $g(\tau) = \tau$. La formule (3.38) entraîne que

$$I(0,\ \mu)=\int_0^\infty \tau S\left(\tau,\ \frac{1}{\mu}\right)\frac{d\tau}{\mu}. \tag{3.43}$$

Pour calculer l'intégrale (3.43) profitons de l'équation (3.15). La multiplication par τ et l'intégration sur τ de 0 à ∞ conduisent à

$$x\int_0^\infty S(\tau,\ x)\,\tau\,d\tau=\int_0^\infty S(\tau,\ x)\,d\tau+S(0,\ x)\int_0^\infty \Phi(\tau)\,\tau\,d\tau. \tag{3.44}$$

Il découle des formules (3.38) et (3.41)

$$x\int_0^\infty S(\tau,\ x)\,d\tau=S(0,\ 0)\,S(0,\ x). \tag{3.45}$$

Au lieu de (3.41) on trouve alors

$$x\int_0^\infty S(\tau,\ x)\,\tau\,d\tau=S(0,\ x)\left[\frac{1}{x}\,S(0,\ 0)+\int_0^\infty \Phi(\tau)\,\tau\,d\tau\right]. \tag{3.46}$$

Pour calculer l'intégrale du deuxième membre de la relation (3.46) miltiplions celle-ci par $A(x)\,dx/x$ et intégrons de a à b. En utilisant la formule (3.22) et l'équation (3.20) pour $x = 0$, on obtient

$$\int_0^\infty \Phi(\tau)\,\tau\,d\tau=S^2(0,\ 0)\int_a^b A(x)\,S(0,\ x)\,\frac{dx}{x^2}. \tag{3.47}$$

En remplaçant dans (3.46) x par $1/\mu$ et en le portant dans (3.47), on a finalement

$$I(0, \mu) = S(0, 0)\, S\left(0, \frac{1}{\mu}\right) \times$$
$$\times \left[\mu + S(0, 0) \int_a^b A(x)\, S(0, x) \frac{dx}{x^2}\right]. \quad (3.48)$$

D'une façon analogue, l'utilisation de la formule (3.38) et de l'équation (3.15) permet de trouver l'intensité de rayonnement I $(0,\mu)$ aussi pour le cas où $g(\tau) = \tau^n$ pour tout n entier.

4. Admettons que les sources de rayonnement se situent à une profondeur infiniment grande. La fonction $S(\tau)$ déterminée alors par l'équation homogène (3.28) est liée à la fonction $\Phi(\tau)$ par la relation (3.30). En multipliant celle-ci par $e^{-\tau/\mu}$ et en l'intégrant sur τ de 0 à ∞, on trouve

$$I(0, \mu)(1 - k\mu) = S(0)\left[1 + \int_0^\infty \Phi(\tau)\, e^{-\frac{\tau}{\mu}}\, d\tau\right]. \quad (3.49)$$

On en tire en utilisant la formule (3.14)

$$I(0, \mu) = S(0) \frac{S\left(0, \frac{1}{\mu}\right)}{(1 - k\mu)}. \quad (3.50)$$

Nous voyons que dans tous les cas envisagés l'intensité de rayonnement I $(0, \mu)$ est exprimée à l'aide de la fonction S $(0, x)$ par des formules bien simples. Par la suite ces formules seront appliquées à bien plus d'une reprise.

6. Application aux photosphères stellaires. Employons la méthode exposée pour résoudre le problème de transfert du rayonnement à travers la photosphère d'une étoile. On sait que sous l'hypothèse de l'indépendance du coefficient d'absorption par rapport à la fréquence, ce problème se ramène à l'équation intégrale de Milne:

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^\infty E_1 |\tau - \tau'|\, S(\tau')\, d\tau'. \quad (3.51)$$

On voit que cette équation est un cas particulier de l'équation homogène (3.28) pour

$$K(\tau) = \frac{1}{2} E_1\tau = \frac{1}{2} \int_1^\infty e^{-\tau x} \frac{dx}{x}, \quad (3.52)$$

c'est-à-dire pour $A(x) = {}^1/_2 x$, $a = 1$, et $b = \infty$.

La méthode exposée doit être appliquée en composant d'abord l'équation déterminant la fonction $S(0, x)$. Pour simplifier l'écriture, introduisons les notations: $x = 1/\mu$, $S(0, x) = \varphi(\mu)$. Alors, pour notre cas, l'équation (3.20) devient

$$\varphi(\mu) = 1 + \frac{\mu}{2} \varphi(\mu) \int_0^1 \frac{\varphi(\mu')}{\mu + \mu'} d\mu'. \tag{3.53}$$

L'équation (3.53) a été déduite initialement par V. Ambartsoumian d'une autre façon. Sa résolution numérique a permis de tabuler en détail la fonction $\varphi(\mu)$. Cette fonction enregistre une croissance monotone de la valeur $\varphi(0) = 1$ à la valeur $\varphi(1) = 2{,}9$. On a également obtenu l'expression de $\varphi(\mu)$ sous une forme explicite (pour plus de détails sur les équations du type (3.53) voir Chapitre IV).

Si la fonction $\varphi(\mu)$ est connue, on peut trouver également la fonction $\Phi(\tau)$. Pour la calculer on a l'équation

$$\int_0^\infty \Phi(\tau) e^{-s\tau} d\tau = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\int_0^1 \varphi(\mu) \frac{d\mu}{1 + s\mu}} - 1, \tag{3.54}$$

qui se déduit de (3.25). Le renversement de la transformation de Laplace donne

$$\Phi(\tau) = \sqrt{3} + 2 \int_0^1 \frac{e^{-\frac{\tau}{\mu}} d\mu}{\left[(\pi\mu)^2 + \left(2 + \mu \ln \frac{1-\mu}{1+\mu}\right)^2\right] \mu\varphi(\mu)}. \tag{3.55}$$

La connaissance de la fonction $\Phi(\tau)$ permet d'obtenir aussi bien la solution de l'équation homogène (3.51) que la solution de l'équation inhomogène qui lui correspond. Toutefois, nous ne nous intéressons maintenant qu'à la solution de l'équation (3.51). Cette solution est déterminée par la formule (3.31).

L'équation (3.35) entraîne que dans notre cas $k = 0$. Nous avons donc

$$S(\tau) = S(0)\left[1 + \int_0^\tau \Phi(\tau') d\tau'\right]. \tag{3.56}$$

La formule (3.56) est celle qui donne justement la solution exacte cherchée de l'équation intégrale de Milne.

Nous pouvons obtenir également la loi précise de la distribution de l'éclat sur le disque d'une étoile. A la distance angulaire ϑ au centre du disque l'éclat est donné par la formule (2.54). En y posant $\cos\vartheta = \mu$ on aboutit à la formule (3.36). Nous avons montré

précédemment que pour les sources repoussées à l'infini l'intensité de rayonnement $I(0, \mu)$ est déterminée par la formule (3.50). Mais dans notre cas $k = 0$ et $S(0, 1/\mu) = \varphi(\mu)$. Donc, à la distance angulaire arccos μ au centre du disque l'éclat vaut:

$$I(0, \mu) = S(0)\,\varphi(\mu). \tag{3.57}$$

Pour le rapport entre l'éclat au centre du disque et l'éclat au bord on trouve la valeur $\varphi(1)/\varphi(0) = 2{,}9$ citée déjà au paragraphe précédent.

La quantité $S(0)$ figurant dans les formules (3.56) et (3.57) peut être exprimée à l'aide du flux de rayonnement dans la photosphère πF. On a

$$F = 2\int_0^1 I(0, \mu)\,\mu\,d\mu = 2S(0)\,\alpha_1, \tag{3.58}$$

où l'on a utilisé la notation

$$\alpha_n = \int_0^1 \varphi(\mu)\,\mu^n\,d\mu. \tag{3.59}$$

Les quantités α_n qui représentent les moments de la fonction $\varphi(\mu)$ peuvent s'obtenir à partir de l'équation (3.53). En intégrant cette dernière sur μ dans les limites de 0 à 1, on obtient

$$\alpha_0 = 1 + \frac{1}{2}\int_0^1\int_0^1 \varphi(\mu)\,\varphi(\mu')\,\frac{\mu}{\mu+\mu'}\,d\mu\,d\mu' =$$

$$= 1 + \frac{1}{2}\alpha_0^2 - \frac{1}{2}\int_0^1\int_0^1 \varphi(\mu)\,\varphi(\mu')\,\frac{\mu'}{\mu+\mu'}\,d\mu\,d\mu' =$$

$$= 2 + \frac{1}{2}\alpha_0^2 - \alpha_0, \tag{3.60}$$

d'où l'on tire

$$\alpha_0 = 2. \tag{3.61}$$

En multipliant (3.53) par $\mu^2\,d\mu$ et en intégrant dans les limites de 0 à 1, on trouve d'une manière analogue:

$$\alpha_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}. \tag{3.62}$$

La substitution de (3.62) dans (3.58) donne

$$F = \frac{4}{\sqrt{3}}\,S(0). \tag{3.63}$$

Cette formule qui exprime la dépendance précise entre les quantités F et S (0) a déjà été mentionnée au paragraphe précédent.

En portant (3.63) dans (3.56), on trouve

$$S(\tau)=\frac{\sqrt{3}}{4}F\left[1+\int_0^\tau \Phi(\tau')\,d\tau'\right]. \tag{3.64}$$

La comparaison de (3.64) avec (2.51) amène

$$q(\tau)=\frac{1}{\sqrt{3}}\left[1+\int_0^\tau \Phi(\tau')\,d\tau'\right]-\tau. \tag{3.65}$$

Si nous portons l'expression (3.55) dans (3.65), nous aboutirons à la formule qui rend possible le calcul de la fonction q (τ) d'après les valeurs connues de la fonction φ (μ).

§ 4. Equilibre thermodynamique local

1. Champ de rayonnement en équilibre thermodynamique. Comme nous le verrons par la suite, dans la théorie des photosphères on utilise largement les formules qui décrivent l'état de l'équilibre thermodynamique. Nous devons donc indiquer certaines de ces formules. Le champ de rayonnement en équilibre thermodynamique présente pour nous un intérêt particulier.

On sait que l'équilibre thermodynamique est réalisé dans une enceinte dont les parois sont chauffées jusqu'à une certaine température constante T. L'état de l'équilibre thermodynamique est caractérisé par le fait que chaque processus est compensé par un processus opposé (c'est en ceci que consiste le principe du bilan détaillé).

On en tire, en particulier, qu'en équilibre thermodynamique l'intensité de rayonnement ne dépend ni de l'emplacement, ni de la direction. Sinon on observera dans certaines directions la transition d'énergie d'un lieu vers un autre.

Il est aussi évident qu'en équilibre thermodynamique l'intensité de rayonnement ne dépend pas des propriétés propres de l'enceinte. Pour le comprendre, il suffit d'admettre qu'il existe deux enceintes de mêmes températures, mais de valeurs différentes de l'intensité du rayonnement de fréquence ν. Alors, la réunion de ces deux enceintes déclenchera l'écoulement de l'énergie d'une des enceintes dans l'autre, ce qui contredirait le deuxième principe de la thermodynamique.

Ainsi, en équilibre thermodynamique l'intensité de rayonnement dépend seulement de la fréquence et de la température. Nous désignerons cette intensité par B_ν (T).

Appliquons au cas considéré l'équation de transfert du rayonnement (1.11). Puisque dans notre cas $dI_\nu/ds = 0$, (1.11) entraîne que

$$\frac{\varepsilon_\nu}{\alpha_\nu} = B_\nu(T). \tag{4.1}$$

La formule (4.1) traduit la loi de Kirchhoff : en équilibre thermodynamique le rapport du coefficient d'émission au coefficient d'absorption est égal à l'intensité de rayonnement, fonction universelle de la fréquence et de la température.

L'expression de l'intensité de rayonnement en équilibre thermodynamique a été énoncée initialement par Planck. La formule de Planck s'écrit :

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \tag{4.2}$$

où h est la constante de Planck, et k, la constante de Boltzmann.

Nous avons déjà dit qu'en équilibre thermodynamique l'intensité de rayonnement ne dépend pas de la direction, c'est-à-dire que le rayonnement est isotrope. C'est le cas dans lequel d'après la formule (1.3) la densité de rayonnement

$$\rho_\nu(T) = \frac{4\pi}{c} B_\nu(T). \tag{4.3}$$

Aussi obtient-on pour la densité du rayonnement $\rho_\nu(T)$ en équilibre thermodynamique :

$$\rho_\nu(T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{4.4}$$

Le flux de rayonnement en équilibre thermodynamique est évidemment nul. Cependant, lorsqu'un tel flux quitte l'enceinte envisagée par un petit orifice, il est différent de zéro. Pour obtenir sa valeur il faut recourir à la formule (1.4) tout en tenant compte que lorsqu'il n'y a pas de rayonnement incident sur l'enceinte, l'intensité du rayonnement émergeant ne dépend pas de la direction. Il en résulte pour le flux $H_\nu(T)$

$$H_\nu(T) = \pi B_\nu(T). \tag{4.5}$$

Notons que si l'enceinte reçoit le rayonnement à travers un petit orifice, il y est complètement absorbé. On peut dire qu'il s'agit dans ce cas d'un corps noir. De ce fait, la quantité $B_\nu(T)$ s'appelle souvent *intensité du rayonnement du corps noir.*

L'intégration de l'expression (4.4) sur toutes les fréquences fournit la densité totale du rayonnement en équilibre thermodynamique:

$$\rho(T)=\int_0^\infty \rho_\nu(T)\,d\nu=\frac{8\pi h}{c^3}\int_0^\infty \frac{\nu^3\,d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}, \tag{4.6}$$

ou

$$\rho(T)=aT^4, \tag{4.7}$$

où

$$a=\frac{8\pi^5k^4}{15c^3h^3}. \tag{4.8}$$

La formule (4.7) exprime la loi de Stefan-Boltzmann. La quantité a s'appelle *constante de Stefan.*

En intégrant l'expression (4.2) sur toutes les fréquences on trouve l'intensité totale du rayonnement du corps noir

$$B(T)=\frac{ac}{4\pi}T^4. \tag{4.9}$$

(4.5) et (4.9) entraînent que le flux du rayonnement total provenant du corps noir vaut

$$H(T)=\sigma T^4, \tag{4.10}$$

où

$$\sigma=\frac{ac}{4}. \tag{4.11}$$

2. Hypothèse de l'équilibre thermodynamique local de la photosphère stellaire. Dans la photosphère le champ de rayonnement se distingue fortement de celui qui existe en équilibre thermodynamique. On l'établit déjà du fait que dans ces conditions l'intensité dépend de la profondeur et de la direction. Il ne peut donc être même question de l'équilibre thermodynamique pour l'ensemble de la photosphère.

Même les conditions d'un volume élémentaire de la photosphère sont loin d'être celles de l'équilibre thermodynamique, ne serait-ce que du fait que le rayonnement incident n'est pas isotrope. Toutefois, le volume élémentaire qui a absorbé un rayonnement soumet celui-ci à une transformation très forte en vue d'établir l'équilibre thermodynamique. On peut donc supposer qu'en chaque point de la photosphère le coefficient d'émission ε_ν est lié au coefficient d'absorption α_ν par la même relation que dans le cas de l'équilibre thermodynamique à une certaine température T caractéristique du point considéré. La température est alors déterminée par la condition que l'énergie totale émise par un volume élémentaire est égale à l'énergie totale absorbée par ce volume, c'est-à-dire par la condition de l'équilibre radiatif.

Ceci représente l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local de la photosphère stellaire. Il est certain que ce principe est observé avec une grande précision dans les couches profondes de la photosphère. La question de la mesure dans laquelle cette hypothèse est justifiée pour les couches superficielles d'une étoile présente pour l'analyse théorique assez de difficultés. Certaines conclusions à cet effet peuvent être tirées en comparant la théorie avec les observations (voir § 6).

L'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local signifie que le rapport du coefficient d'émission au coefficient d'absorption est donné par les formules (4.1) et (4.2), c'est-à-dire

$$\frac{\varepsilon_\nu}{\alpha_\nu} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{4.12}$$

La formule (4.12) appartient au nombre des relations fondamentales de la théorie des photosphères (avec l'équation de transfert du rayonnement et l'équation de l'équilibre radiatif).

L'adoption de l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local simplifie sensiblement la théorie des photosphères. Sans cette hypothèse le calcul du champ de rayonnement sur fréquences différentes dans la photosphère serait très ardu.

Tout comme dans ce qui précède, nous allons admettre que le coefficient d'absorption ne dépend pas de la fréquence. La dépendance de la température par rapport à la profondeur optique s'obtient alors sous une forme explicite et le calcul du champ de rayonnement sur fréquences différentes se fait sans peine.

Si le coefficient d'absorption ne dépend pas de la fréquence, la formule (4.12) devient:

$$\varepsilon_\nu = \alpha \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{4.13}$$

En intégrant (4.13) sur toutes les fréquences, on obtient

$$\varepsilon = \alpha \frac{ac}{4\pi} T^4, \tag{4.14}$$

vu (4.9). Introduisons comme au § 2 la notation $\varepsilon = \alpha S$. La quantité S a été trouvée par la théorie de l'équilibre radiatif comme fonction de la profondeur optique τ. On a donc

$$S(\tau) = \frac{ac}{4\pi} T^4. \tag{4.15}$$

Cette formule présente justement la relation entre la température et la profondeur optique.

Si la quantité $S(\tau)$ s'obtient en approximation d'Eddington, elle est déterminée par la formule (2.33). Dans ce cas il vient

$$\frac{ac}{4} T^4 = \pi F \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right). \tag{4.16}$$

En retenant pour $S(\tau)$ l'expression exacte donnée par la formule (2.50), on trouve

$$\frac{ac}{4} T^4 = \pi F \frac{3}{4} [\tau + q(\tau)]. \tag{4.17}$$

La quantité πF qui figure dans (4.16) et (4.17) est le flux de rayonnement total dans la photosphère. Il est commode de la présenter comme le flux de rayonnement total du corps noir porté à une certaine température T_e, c'est-à-dire de poser en s'appuyant sur la formule (4.10):

$$\pi F = \sigma T_e^4, \tag{4.18}$$

où $\sigma = ac/4$. T_e s'appelle *température effective de l'étoile*. Elle est liée à la luminosité L et le rayon R par la relation

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4. \tag{4.19}$$

En portant (4.18) dans les formules (4.16) et (4.17), on obtient

$$T^4 = T_e^4 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right), \tag{4.20}$$

$$T^4 = T_e^4 \frac{3}{4} [\tau + q(\tau)]. \tag{4.21}$$

Posons dans les formules déduites $\tau = 0$ pour déterminer la température superficielle T_0. En approximation d'Eddington on trouve:

$$T_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} T_e = 0{,}841 T_e. \tag{4.22}$$

Voici la relation exacte entre T_0 et T_e

$$T_0 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right)^{1/4} T_e = 0{,}811 T_e. \tag{4.23}$$

Si l'on pose dans ces mêmes formules $T = T_e$, on trouve la profondeur optique qui correspond à la température effective d'une étoile. Elle vaut $\tau = {}^2/_3$ d'après la formule (4.20) et $\tau = 0{,}64$, d'après la formule (4.21).

3. Rayonnement provenant de la photosphère. Pour déterminer le champ de rayonnement sur différentes fréquences dans la photosphère nous devons utiliser l'équation de transfert du rayonnement:

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = -\alpha_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu. \tag{4.24}$$

En posant ici

$$\frac{\varepsilon_\nu}{\alpha_\nu} = S_\nu \tag{4.25}$$

et en introduisant la profondeur optique sur la fréquence ν dans la photosphère

$$\tau_\nu = \int_r^\infty \alpha_\nu \, dr, \tag{4.26}$$

on obtient au lieu de (4.24):

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu(\tau_\nu, \vartheta)}{d\tau_\nu} = I_\nu(\tau_\nu, \vartheta) - S_\nu(\tau_\nu). \tag{4.27}$$

L'intégration de l'équation (4.27) permet de trouver l'intensité de rayonnement à des profondeurs optiques différentes. Ce qui présente le plus d'intérêt pour nous, c'est l'intensité du rayonnement émis par l'étoile, c'est-à-dire la quantité I_ν (0, ϑ). Elle vaut:

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu) \, e^{-\tau_\nu \sec\vartheta} \sec\vartheta \, d\tau_\nu. \tag{4.28}$$

La formule (4.28) est une simple conséquence de l'équation de transfert du rayonnement. Appliquons maintenant l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local. En comparant les formules (4.25) et (4.1) nous voyons que sous cette hypothèse

$$S_\nu(\tau_\nu) = B_\nu(T), \tag{4.29}$$

où $B_\nu(T)$ est l'intensité du rayonnement du corps noir donnée par la formule (4.2). Dans le cas de l'équilibre thermodynamique local on obtient donc au lieu de (4.28)

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_\nu(T) \, e^{-\tau_\nu \sec\vartheta} \sec\vartheta \, d\tau, \tag{4.30}$$

ou

$$I_\nu(0, \vartheta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau_\nu \sec\vartheta} \sec\vartheta \, d\tau_\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{4.31}$$

La formule (4.31) donne l'intensité de rayonnement sur la fréquence ν émis par l'étoile sous un angle ϑ au rayon vecteur. D'autre part, elle donne l'éclat du disque sur la fréquence ν à la distance angulaire ϑ du centre de l'étoile (voir § 2).

La quantité $I_\nu(0, \vartheta)$ peut être établie d'après les observations du Soleil et des étoiles à éclipses. Les observations des autres étoiles ne fournissent que la quantité proportionnelle au flux de rayonnement H_ν émis par la surface de l'étoile. Plus précisément, ces observations donnent l'éclairement dû à l'étoile, égal à

$$\mathscr{E}_\nu = \frac{L_\nu}{4\pi r^2}, \tag{4.32}$$

où L_ν est la luminosité sur la fréquence ν, et r, la distance entre l'étoile et l'observateur. Mais

$$L_\nu = 4\pi R^2 H_\nu, \tag{4.33}$$

où R est le rayon de l'étoile. Donc, on a

$$\mathscr{E}_\nu = \left(\frac{R}{r}\right)^2 H_\nu. \tag{4.34}$$

Ainsi, le flux de rayonnement H_ν caractérise la distribution relative de l'énergie dans le spectre de l'étoile.

Le flux de rayonnement H_ν est déterminé par la formule:

$$H_\nu = 2\pi \int_0^{\pi/2} I_\nu(0, \vartheta) \cos\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta, \tag{4.35}$$

qui se déduit de (1.5). En portant dans (4.35) l'expression (4.28) et en changeant l'ordre d'intégration, on trouve

$$H_\nu = 2\pi \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu) E_2 \tau_\nu \, d\tau_\nu, \tag{4.36}$$

où $E_2\tau_\nu$ est la deuxième fonction exponentielle intégrale [comparez avec la formule (2.50)].

Sous l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local dans la photosphère, (4.36) entraîne que

$$H_\nu = 2\pi \int_0^\infty B_\nu(T) E_2 \tau_\nu \, d\tau_\nu, \tag{4.37}$$

ou

$$H_\nu = \frac{4\pi h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{E_2 \tau_\nu \, d\tau_\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{4.38}$$

Les formules (4.31) et (4.38) sont vraies quelle que soit la relation entre le coefficient d'absorption et la fréquence. Cependant, pour utiliser ces formules il faut connaître la relation entre les quantités T et τ_ν. Dans ce qui suit nous établirons cette relation pour un

coefficient d'absorption α_ν arbitraire. Pour l'instant, tout comme dans ce qui précède, admettons que le coefficient d'absorption ne dépende pas de la fréquence. Alors, $\tau_\nu = \tau$ et la relation entre T et τ est donnée par la formule (4.21) ou par la formule approchée (4.20).

Dans le cas considéré, au lieu des formules (4.31) et (4.38) on obtient

$$I_\nu(0, \vartheta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau \sec\vartheta} \sec\vartheta \, d\tau}{e^{\frac{h\nu}{kT_e}\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\tau\right)^{-\frac{1}{4}}} - 1} \tag{4.39}$$

et

$$H_\nu = \frac{4\pi h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{E_2\tau \, d\tau}{e^{\frac{h\nu}{kT_e}\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\tau\right)^{-\frac{1}{4}}} - 1}, \tag{4.40}$$

où l'on a utilisé la formule (4.20).

Les calculs montrent que la distribution de l'énergie dans le spectre continu de l'étoile, donnée par la formule (4.40), ne se distingue pas beaucoup de la distribution de Planck à la température égale à la température effective de l'étoile, c'est-à-dire

$$H_\nu \simeq \pi \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_e}} - 1}. \tag{4.41}$$

C'est seulement dans l'ultraviolet lointain qu'il existe un excès de radiation notable par rapport à la distribution de Planck; de plus, cet excès croît avec la fréquence ν.

Toutefois, la distribution de l'énergie observée dans les spectres stellaires ne s'accorde pas avec les valeurs théoriques données par la formule (4.40). Dans ces conditions, les écarts entre les observations et la théorie sont différents pour les étoiles des classes spectrales différentes. Par exemple, n'étant pas très grands pour la partie visible du spectre solaire, ces écarts sont très importants dans le cas de la partie visible des spectres stellaires des classes A et B. Ceci est dû à ce que la formule (4.40) est écrite sous l'hypothèse du coefficient d'absorption indépendant de la fréquence. Il est clair que la dépendance du coefficient d'absorption par rapport à la fréquence doit intervenir sensiblement dans la distribution de l'énergie dans le spectre d'une étoile.

Cette dépendance et son influence sur la forme du spectre stellaire feront l'objet d'un examen détaillé dans les deux paragraphes qui suivent. Pour l'instant nous essayerons de déterminer certaines caractéristiques de la photosphère stellaire en conservant l'hypothè-

se que le coefficient d'absorption est indépendant de la fréquence. Si on recourt à un coefficient d'absorption moyen (c'est-à-dire à un coefficient d'absorption moyenné suivant la fréquence), les résultats obtenus ci-dessous peuvent être utilisés en tant qu'une approximation des photosphères stellaires.

4. Dépendance de la température et de la densité par rapport à la profondeur. Nous avons établi précédemment la dépendance de la température par rapport à la profondeur optique dans la photosphère. A cet effet nous avons émis les hypothèses de l'équilibre radiatif et de l'équilibre thermodynamique local. Maintenant nous chercherons la dépendance de la température et de la densité par rapport à la profondeur géométrique de la photosphère. Dans ce but il nous faudra faire encore une hypothèse, celle de l'équilibre mécanique de la photosphère. Il est clair que pour la plus grande partie des étoiles (sauf celles du type Wolf-Rayet, les novae et les étoiles identiques que nous n'envisagerons pas pour l'instant) cette hypothèse n'est pas mise en cause.

Admettons que chaque élément de volume de la photosphère est en équilibre sous l'action de deux forces, la gravitation et la pression du gaz (pour l'instant nous négligeons la pression de radiation). En égalant ces forces l'une à l'autre, on obtient l'équation d'équilibre hydrostatique:

$$dp = -g\rho\, dr, \tag{4.42}$$

où p est la pression; ρ, la densité et g, l'accélération de la pesanteur dans la photosphère.

On peut admettre évidemment que le gaz de la photosphère est parfait. Ajoutons donc à (4.42) l'équation d'état du gaz parfait:

$$p = \frac{R^*}{\mu}\rho T, \tag{4.43}$$

où μ est le poids moléculaire moyen et R^*, la constante de gaz.

En admettant que μ ne change pas dans la photosphère, on tire de (4.42) et (4.43):

$$\frac{R^*}{\mu} d(\rho T) = -g\rho\, dr. \tag{4.44}$$

Utilisons également la relation obtenue plus haut entre la température T et la profondeur optique τ. La relation approchée entre ces quantités est donnée par la formule (4.20) qui amène

$$dT^4 = -\frac{3}{4} T_e^4 \alpha\, dr. \tag{4.45}$$

Comme nous l'avons déjà dit, ici on peut entendre par α le coefficient d'absorption moyen.

A partir des deux dernières équations on peut trouver ρ et T sous la forme d'une fonction de r. Mais à cet effet il faut donner la dépendance de α par rapport à ρ et T. Nous poserons $\alpha = \varkappa\rho$ et admettrons d'abord que $\varkappa =$ const. Alors, les équations (4.44) et (4.45) donnent

$$d(\rho T) = \frac{4}{3}\frac{g\mu}{\varkappa R^*}\frac{dT^4}{T_e^4}, \tag{4.46}$$

ou, après l'intégration,

$$\rho = \frac{4}{3}\frac{g\mu}{\varkappa R^*}\frac{T^4 - T_0^4}{T_e^4 T}, \tag{4.47}$$

où T_0 est la température superficielle de l'étoile.

Dans les couches profondes de la photosphère, où $T^4 \gg T_0^4$, la densité s'avère liée à la température par la relation

$$\rho = \frac{4}{3}\frac{g\mu}{\varkappa R^*}\frac{T^3}{T_e^4}. \tag{4.48}$$

En portant (4.48) dans (4.44) on trouve la formule suivante du gradient de température

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{g\mu}{4R^*}. \tag{4.49}$$

Les équations (4.44) et (4.45) peuvent également être résolues sans peine sous des hypothèses plus générales sur α. Supposons, par exemple, que

$$\alpha \sim \frac{\rho^2}{T^s}, \tag{4.50}$$

où s est un paramètre (comme nous le verrons au § 5 cette formule de α existe réellement). Alors, au lieu de (4.48) et (4.49) on obtient

$$\rho \sim T^{\frac{s+3}{2}} \tag{4.51}$$

et

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{2}{s+5}\frac{g\mu}{R^*}. \tag{4.52}$$

Appliquons les formules obtenues plus haut à la photosphère du Soleil. En posant dans (4.49) $g = 2{,}7\cdot 10^4$; $\mu = 1$; $R^* = 8{,}3\cdot 10^7$, on trouve: $dT/dr = -10^{-4}$ kelvin/cm. Par conséquent, lorsqu'on pénètre de 1 km à l'intérieur de la photosphère du Soleil, la température augmente de 10 kelvins.

Les formules obtenues permettent également de trouver la quantité $|dr/d\tau|$, c'est-à-dire l'épaisseur géométrique de la couche d'une

épaisseur optique unitaire. En portant l'expression (4.48) dans la formule $d\tau = -\varkappa\rho\, dr$, on trouve

$$\frac{dr}{d\tau} = -\frac{3}{4}\frac{R^*T_e}{g\mu T^3}. \tag{4.53}$$

Si nous y posons $T = T_e$, la quantité $|dr/d\tau|$ caractérisera l'épaisseur de la photosphère. Dans le cas du Soleil celle-ci est de l'ordre de 100 km. Le rayon du Soleil étant égal à 700 000 km, ceci nous prouve que l'épaisseur de la photosphère est sensiblement inférieure au rayon. Nous avons déjà utilisé ce résultat en admettant que les couches photosphériques sont planes parallèles.

5. **Pression de radiation dans la photosphère.** En examinant l'équilibre mécanique de la photosphère nous n'avons pas tenu compte de la pression de radiation. Evaluons maintenant le rôle de celle-ci en établissant le rapport entre la pression de radiation et la pression de gaz. A cet effet, déduisons d'abord les formules générales qui déterminent la force de la pression de radiation. Par la suite nous aurons besoin de ces formules pour les appliquer non seulement à la photosphère, mais encore à d'autres objets.

On sait que la quantité de mouvement de chaque photon est égale à $h\nu/c$. Si un photon est absorbé par un atome, celui-ci acquiert la quantité de mouvement $h\nu/c$ dans la direction du mouvement du photon. C'est ce qui provoque la pression de radiation exercée sur les atomes.

Prenons un volume élémentaire à aire de base $d\sigma$ et d'épaisseur dr. Supposons que le volume reçoive un rayonnement provenant de tous les côtés, et cherchons la force de la pression de radiation subie par le volume dans la direction de la normale à la base. Considérons d'abord le rayonnement reçu par le volume sous un angle ϑ à la normale à l'intérieur de l'angle solide $d\omega$ dans l'intervalle de fréquences de ν à $\nu + d\nu$ pendant l'intervalle de temps dt. Si l'intensité de rayonnement est I_ν, la quantité d'énergie reçue par le volume est égale à $I_\nu\, d\sigma \cos\vartheta\, d\omega\, d\nu\, dt$. Cependant la pression n'est pas exercée par toute l'énergie que reçoit le volume, mais seulement par une de ses parties absorbée par ce volume. La voie parcourue par les photons dans le volume étant $dr \sec\vartheta$, la quantité d'énergie absorbée est $\alpha_\nu I_\nu\, d\sigma\, dr\, d\omega\, d\nu\, dt$. Pour trouver la quantité de mouvement reçue par le volume dans la direction de la normale à la base, il faut multiplier cette énergie par $\cos\vartheta/c$. Par conséquent, la quantité de mouvement indiquée sera

$$\frac{\cos\vartheta}{c}\alpha_\nu I_\nu\, d\sigma\, dr\, d\omega\, d\nu\, dt.$$

L'intégration de cette expression sur toutes les fréquences et dans toutes les directions fournit la quantité de mouvement totale reçue

par le volume en un temps dt. Elle vaut

$$\frac{1}{c}\,d\sigma\,dr\,dt\int\alpha_\nu\,d\nu\,I_\nu\cos\vartheta\,d\omega,$$

ou

$$\frac{1}{c}\,d\sigma\,dr\,dt\int\alpha_\nu H_\nu\,d_\nu. \tag{4.54}$$

Introduisons la notation

$$f_r\,d\sigma\,dr\,dt \tag{4.55}$$

pour l'impulsion de la force de pression de radiation exercée sur le volume $d\sigma\,dr$ en un temps dt. D'après la loi fondamentale de la mécanique il s'ensuit que les deux dernières expressions doivent être égales entre elles. On obtient donc

$$f_r=\frac{1}{c}\int\alpha_\nu H_\nu\,d\nu. \tag{4.56}$$

Cette formule donne la force de la pression de radiation que subit une unité de volume.

La force subie par un volume élémentaire peut également être présentée comme la différence des pressions appliquées aux bases du volume. En désignant la pression de radiation par p_r nous pouvons écrire pour cette force

$$-dp_r\,d\sigma\,dt. \tag{4.57}$$

En égalant les expressions (4.54) et (4.57), on trouve

$$\frac{dp_r}{dr}=-\frac{1}{c}\int\alpha_\nu H_\nu\,d\nu. \tag{4.58}$$

Appliquons la dernière formule à une photosphère stellaire. En admettant comme dans ce qui précède que le coefficient d'absorption ne dépend pas de la fréquence, on obtient au lieu de (4.58)

$$dp_r=-\frac{1}{c}H\alpha\,dr, \tag{4.59}$$

ou, en utilisant (4.18),

$$dp_r=-\frac{a}{4}T_e^4\alpha\,dr. \tag{4.60}$$

La comparaison de (4.60) avec (4.45) donne

$$p_r=\frac{1}{3}aT^4. \tag{4.61}$$

Ainsi, dans le cas considéré, on obtient pour la pression de radiation la même expression que pour l'équilibre thermodynamique.

Nous avons admis précédemment que la photosphère se trouve en équilibre sous l'action de la gravitation et de la pression gazeuse, si bien que dans l'équation (4.42) nous n'entendons par p que la pression gazeuse. Maintenant nous allons entendre par p la somme de la pression gazeuse p_g et de la pression de radiation p_r. Alors, l'équation (4.42) se mettra sous la forme

$$d(p_g + p_r) = -g\rho\, dr. \tag{4.62}$$

En utilisant les équations (4.62) et (4.45), ainsi que l'expression (4.43) de la pression gazeuse et l'expression (4.61) de la pression de radiation, on peut obtenir comme ci-dessus la distribution de la température et de la densité dans la photosphère. Cependant, nous ne le ferons pas et chercherons seulement le rapport de la pression de radiation p_r à la pression totale $p = p_g + p_r$. En divisant (4.59) par (4.42) et en posant $\alpha = \varkappa\rho$, on obtient

$$\frac{dp_r}{d(p_g + p_r)} = \frac{\varkappa H}{gc}. \tag{4.63}$$

Le flux de rayonnement total H est constant dans la photosphère. Nous admettrons également que $\varkappa = \text{const}$. L'intégration donne

$$p_r - p_r^0 = \frac{\varkappa H}{cg}(p_g + p_r - p_r^0), \tag{4.64}$$

où p_r^0 est la pression de radiation à la surface de l'étoile. On en tire pour les couches profondes de la photosphère

$$\frac{p_r}{p} = \frac{\varkappa H}{gc}. \tag{4.65}$$

Pour les calculs d'après la formule (4.65) il faut connaître la quantité $\varkappa$ (c'est-à-dire le coefficient d'absorption moyen par unité de masse). A cet effet on peut utiliser les formules mentionnées au paragraphe qui suit. Les calculs montrent que pour les étoiles du type Soleil, la quantité p_r/p est de l'ordre de quelques millièmes, alors que pour les étoiles des classes spectrales de la séquence principale plus avancées, elle est encore plus petite. Par conséquent, pour ces étoiles on peut négliger la pression de radiation devant la pression gazeuse. Toutefois, le rôle de la pression gazeuse croît avec la température effective de l'étoile, et pour les supergéantes chaudes le quotient de la pression de radiation par la pression gazeuse est de l'ordre de l'unité.

§ 5. Dépendance du coefficient d'absorption par rapport à la fréquence

1. Emission et absorption dans le spectre continu. Jusqu'ici nous ne nous sommes pas penchés sur la question des processus physiques liés à l'émission et à l'absorption de l'énergie dans le spectre continu.

En passant maintenant à l'examen de cette question, considérons le schéma des niveaux énergétiques d'un atome (fig. 4).

On sait que chaque atome peut se trouver dans certains états stables avec des valeurs discrètes définies de l'énergie: E_1, E_2, ..., E_i, ... Ces valeurs de l'énergie sont négatives ($E_i < 0$). Aux états qui leur correspondent l'électron extérieur est lié à l'atome, ou comme on le dit parfois, il se trouve sur une orbite elliptique.

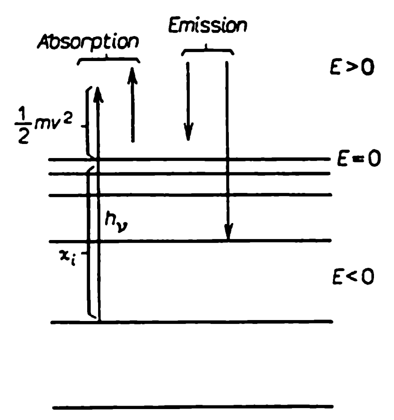


Fig. 4

Le passage de l'atome entre ces états donne lieu à l'absorption et à l'émission des quanta dans les raies spectrales.

Un atome peut se trouver également dans des états d'énergie positive ($E_i > 0$). Dans ces états l'électron n'est pas lié à l'atome, c'est-à-dire il se trouve sur une orbite hyperbolique. Les niveaux énergétiques positifs de l'atome forment une suite continue.

Le passage d'un atome d'un état d'énergie négative à un état d'énergie positive (c'est-à-dire le passage de l'électron d'un état lié à un état libre) s'appelle *ionisaticn*. Si celle-ci se produit sous l'action d'un rayonnement, elle se nomme *photoionisation*.

La photoionisation consiste en l'absorption d'un quantum de lumière. L'énergie du quantum est débitée en partie pour arracher l'électron à l'atome, et en partie pour communiquer à l'électron arraché une énergie cinétique. Autrement dit, on a alors la relation

$$h\nu = \chi_i + \frac{1}{2} mv^2, \tag{5.1}$$

où l'on a introduit la notation $\chi_i = -E_i$. La quantité χ_i est l'énergie d'ionisation de l'atome à partir de l'i-ième état. La relation (5.1) a été obtenue initialement par Einstein lors de l'exploration de l'effet photoélectrique.

La photoionisation depuis l'i-ième niveau rend possible l'absorption de tout quantum dont l'énergie est plus grande ou égale à celle de l'ionisation, c'est-à-dire $h\nu \geqslant \chi_i$. Par conséquent la photoionisation donne lieu à l'absorption de l'énergie du spectre continu.

Le processus inverse à l'ionisation, c'est-à-dire la capture d'un électron libre par un atome ionisé, s'appelle *recombinaison*. La recombinaison donne lieu à l'émission de l'énergie du spectre continu. Dans ces conditions, si l'électron est capturé au n-ième niveau à la vitesse v, il y aura émission d'un quantum de fréquence ν déterminée par la relation (5.1).

Outre la photoionisation et la recombinaison, les transitions des atomes entre les états à énergie positive, c'est-à-dire les transitions des états libres aux états libres, provoquent également l'émission ou l'absorption de l'énergie du spectre continu. Evidemment, de telles transitions peuvent s'accompagner de l'absorption et de l'émission des quanta de toute fréquence.

Les probabilités de toutes les transitions indiquées sont caractérisées par les coefficients d'absorption et d'émission correspondants. Désignons par $k_{i\nu}$ le coefficient d'absorption des quanta de fréquence ν par un atome à l'état i. Alors, le coefficient d'absorption volumique des quanta de fréquence ν par les atomes à l'état i est égal à $\alpha_{i\nu} = n_i k_{i\nu}$, où n_i est le nombre d'atomes à l'état i par unité de volume. Et le coefficient d'absorption volumique dû à toutes les photoionisations vaut

$$\alpha'_\nu = \sum_{i=i_0}^{\infty} n_i k_{i\nu}, \tag{5.2}$$

où i_0 est déterminé pour chaque fréquence sous la condition qu'avec $i \gg i_0$ l'inégalité $h\nu \geqslant \chi_i$ soit respectée.

Le coefficient d'absorption volumique défini par les transitions free-free sera noté α''_ν. Evidemment, il est proportionnel au nombre d'électrons libres et au nombre d'atomes ionisés par unité de volume (ces transitions ayant lieu dans le champ de l'ion).

Le coefficient d'absorption volumique total α_ν qui figurait au paragraphe précédent est la somme

$$\alpha_\nu = \alpha'_\nu + \alpha''_\nu. \tag{5.3}$$

Nous voyons que le coefficient d'absorption α_ν dépend sensiblement de la distribution des atomes selon les états. Comme nous l'avons déjà dit, dans la théorie des photosphères nous avons émis l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local. Nous retiendrons donc la même distribution des atomes selon les états que dans le cas de l'équilibre thermodynamique.

On sait que la distribution des atomes selon les niveaux discrets de l'énergie est alors donnée par la formule de Boltzmann:

$$\frac{n_i}{n_1}=\frac{g_i}{g_1}e^{-\frac{\chi_1-\chi_i}{kT}}, \tag{5.4}$$

où g_i est le poids statistique de l'i-ième niveau. La quantité $\chi_1-\chi_i$ est l'énergie d'excitation de l'i-ième niveau.

En généralisant (5.4) au cas des états d'un atome à énergie positive, on peut obtenir le rapport du nombre d'atomes ionisés au nombre d'atomes neutres. Ce rapport donné par l'expression

$$n_e\frac{n^+}{n_1}=2\frac{g^+}{g_1}\frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3}e^{-\frac{\chi_1}{kT}}, \tag{5.5}$$

s'appelle *formule d'ionisation* ou *formule de Saha*. Ici n_e est le nombre d'électrons libres, et n^+, le nombre d'ions à l'état fondamental en 1 cm^3; g^+, le poids statistique de l'état fondamental d'un ion.

Par la suite nous donnerons l'expression des coefficients d'absorption $k_{i\nu}$ et $\alpha_\nu^{''}$ de certains atomes et en utilisant les formules (5.2)-(5.5) nous composerons l'expression du coefficient d'absorption volumique α_ν. Dans la théorie des photosphères nous n'aurons pas besoin des formules des coefficients d'émission qui correspondent aux différents types de transitions, du fait qu'en équilibre thermodynamique le coefficient d'émission volumique ε_ν dont nous avons besoin est exprimé par la loi de Kirchhoff-Planck à l'aide du coefficient d'absorption volumique α_ν.

2. Absorption par les atomes d'hydrogène. Pour calculer le coefficient d'absorption du spectre continu il faut connaître les fonctions d'onde de l'atome aussi bien pour les états à énergie négative que pour les états à énergie positive. Le calcul des fonctions d'onde présente, comme on le sait, un problème très ardu. Sa solution plus ou moins satisfaisante n'est obtenue que pour les cas les plus simples.

Nous indiquerons les résultats du calcul des coefficients d'absorption pour un atome d'hydrogène. Le coefficient d'absorption $k_{i\nu}$ par atome d'hydrogène à l'état i vaut:

$$k_{i\nu}=\frac{2^6\pi^4}{3\sqrt{3}}\frac{me^{10}}{ch^6i^5\nu^3}g_{i\nu}, \tag{5.6}$$

où m et e sont respectivement la masse et la charge d'un électron; $g_{i\nu}$, un facteur de correction proche de l'unité (dit *facteur de Gaunt*). La formule (5.6) n'est vérifiée que pour des fréquences qui satisfont à l'inégalité $\nu\geqslant\nu_i=\chi_i/h$, c'est-à-dire au-delà de la limite de l'i-ième série. Nous voyons qu'au-delà de la limite de la série le coefficient d'absorption $k_{i\nu}$ décroît en raison inverse du cube de la fréquence. Dès les limites des premières séries les valeurs du coefficient d'absorption sont de l'ordre de 10^{-17} cm^2 ($0{,}63\cdot10^{-17}$ cm^2 dès

la limite de la série Lyman; $1{,}4 \cdot 10^{-17}$ cm^2 dès la limite de la série Balmer, etc.).

Pour trouver le coefficient d'absorption volumique α'_ν il faut porter l'expression (5.6) dans la formule (5.2). En même temps nous adopterons que la distribution des atomes selon les états est donnée par les formules (5.4) et (5.5). Il résulte de ces deux dernières formules

$$n_i = n_e n^+ \frac{g_i}{g^+} \frac{h^3}{2(2\pi mkT)^{3/2}} e^{\frac{\chi_i}{kT}}. \tag{5.7}$$

En portant (5.6) et (5.7) dans (5.2), on trouve

$$\alpha'_\nu = n_e n^+ \frac{2^5\pi^2 e^6}{3\sqrt{3}\,ch} \frac{\chi_1}{(2\pi mkT)^{3/2}} \cdot \frac{1}{\nu^3} \sum_{i=i_0}^{\infty} \frac{g_{i\nu}}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT}}, \tag{5.8}$$

où, comme précédemment, la quantité χ_1 est l'énergie d'ionisation depuis le premier état, qui vaut

$$\chi_1 = \frac{2\pi^2 me^4}{h^2}. \tag{5.9}$$

Dans la formule (5.8) pour les fréquences au-delà de la série Lyman $i_0 = 1$, pour les fréquences entre la limite de la série Balmer et la limite de la série Lyman, $i_0 = 2$, etc.

D'après la mécanique quantique le coefficient d'absorption α''_ν dû aux transitions *free-free* d'un électron dans le champ d'un proton est

$$\alpha''_\nu = n_e n^+ \frac{2^4\pi^2 e^6 kT}{3\sqrt{3}\,ch\,(2\pi mkT)^{3/2}} \frac{1}{\nu^3} g_\nu, \tag{5.10}$$

où n_e et n^+ sont respectivement le nombre d'électrons libres et le nombre de protons dans 1 cm^3; g_ν, le coefficient de correction de Gaunt de l'ordre de l'unité. Pour obtenir la formule (5.10) on a admis que la distribution des électrons libres selon les vitesses à température T est donnée par la formule de Maxwell. Le coefficient d'absorption α''_ν, tout comme $k_{i\nu}$, est inversement proportionnel au cube de la fréquence. Cependant, à la différence de la formule (5.6), la formule (5.10) est justifiée pour toutes les fréquences.

Toutefois, les formules (5.8) et (5.10) ne sont pas tout à fait précises, car elles ne rendent pas compte de l'absorption dite négative. Celle-ci sera examinée en détail au § 8. Pour l'instant notons qu'en équilibre thermodynamique (plus exactement, en observant les formules de Maxwell, Boltzmann et Saha) l'absorption négative est prise en compte en multipliant l'expression du coefficient d'absorption susmentionné par la quantité $1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}$.

En portant (5.8) et (5.10) dans la formule (5.3) et en tenant compte de l'absorption négative, on obtient l'expression suivante du coefficient d'absorption volumique dû aux atomes d'hydrogène:

$$\alpha_\nu = n_c n^+ \frac{2^4 \pi^2 e^6 kT}{3\sqrt{3}\, ch\, (2\pi mkT)^{3/2}} \left[2 \frac{\chi_1}{kT} \sum_{i=i_0}^{\infty} \frac{g_{i\nu}}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT}} + g_\nu\right] \times$$
$$\times \frac{1}{\nu^3}\left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right). \quad (5.11)$$

La relation entre le coefficient d'absorption et la fréquence établie par la formule (5.11) est schématisée sur la figure 5. On voit

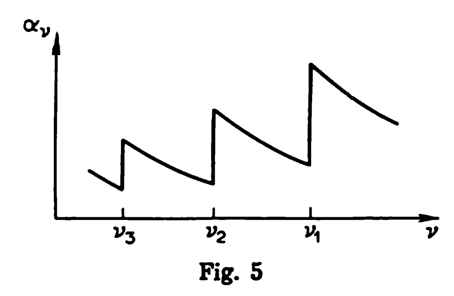


Fig. 5

qu'elle est très compliquée. Les sauts du coefficient d'absorption au voisinage des limites des séries sont évidents.

Pour les ions hydrogénoïdes (He^+, Li^{++}, etc.) la dépendance du coefficient d'absorption par rapport à la fréquence a un caractère analogue. Les coefficients d'absorption sont déterminés alors par les formules citées ci-dessus mais sous une forme légèrement modifiée. Pour un ion de numéro atomique Z on introduit le facteur Z^4 dans le premier membre de la formule (5.6) et le facteur Z^2 dans les seconds membres des formules (5.10) et (5.11). De plus, dans la formule (5.11) il faut entendre par χ_1 l'énergie d'ionisation de l'état fondamental de l'ion considéré.

Les formules mentionnées peuvent également être utilisées dans le calcul approché des coefficients d'absorption des atomes non hydrogénoïdes. Ceci est possible lorsque l'absorption est associée aux transitions des électrons depuis les niveaux énergétiques supérieurs. Mais en général les coefficients d'absorption de divers atomes doivent être établis par des calculs spéciaux ou expérimentalement. Il s'avère que la dépendance entre le coefficient d'absorption et la fréquence varie beaucoup d'un atome à l'autre. Par exemple, le coefficient d'absorption d'un atome d'hélium neutre à l'état fondamental est inversement proportionnel au carré de la fréquence, le coefficient d'absorption de l'oxygène neutre à l'état fondamental croît d'abord avec la fréquence, pour diminuer ensuite, etc.

De tous les atomes non hydrogénoïdes, c'est l'ion négatif d'hydrogène qui intervient le plus dans les photosphères. Aussi l'absorption d'hydrogène par des ions négatifs doit-elle être examinée plus en détail.

3. Absorption d'hydrogène par les ions négatifs. Un ion négatif d'hydrogène, noté H^-, est un système composé d'un atome neutre et d'un électron qui lui est lié. Un tel système ne possède qu'un seul état stable à très faible énergie d'ionisation $\chi_1 = 0{,}75$ eV. A titre de comparaison indiquons que l'énergie d'ionisation de l'hydrogène à partir de l'état fondamental est de 13,6 eV, et l'énergie des quanta

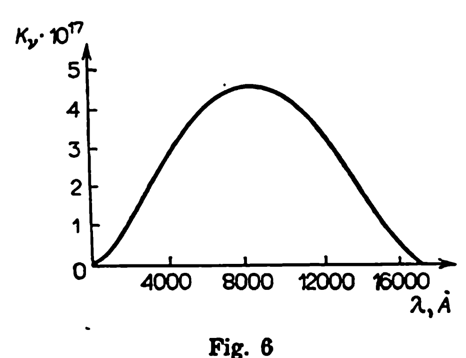


Fig. 6

de la partie visible du spectre est de 2 à 3 eV. Par conséquent, la fréquence d'ionisation d'un ion négatif d'hydrogène $\nu_1 = \chi_1/h$ se trouve dans l'infrarouge lointain du spectre. Lors de la photoionisation d'un ion négatif d'hydrogène tous les quanta de fréquence $\nu \geqslant \nu_1$ peuvent être absorbés, en particulier, les quanta du domaine visible.

De nombreux auteurs ont étudié la façon d'établir le coefficient d'absorption d'un ion H^-. La figure 6 représente le coefficient d'absorption k_ν par ion négatif d'hydrogène en fonction de la fréquence. Cette dépendance a été obtenue par Chandrasekhar [4] et les recherches ultérieures l'ont peu modifiée. D'après la figure 6, dans le domaine visible le coefficient d'absorption de l'ion H^- varie progressivement dans des limites relativement peu élevées.

Le coefficient d'absorption volumique d'un ion négatif d'hydrogène $\alpha'_\nu = n^- k_\nu$, où n^- est le nombre d'ions H^- dans 1 cm³. Pour obtenir sa valeur totale il faut encore ajouter à cette expression le coefficient d'absorption volumique α''_ν défini par les transitions free-free dans le champ de l'atome neutre d'hydrogène, qui pour un ion H^- joue le rôle d'un atome ionisé. Il est clair que le coefficient d'absorption α''_ν est proportionnel au nombre d'atomes neutres d'hydrogène et au nombre d'électrons libres dans 1 cm³. On peut donc le présenter sous la forme $\alpha''_\nu = n_1 p_e a_\nu$, où $p_e = n_e kT$ est la pression électronique.

Ainsi, le coefficient d'absorption volumique total d'un ion H^- vaut:

$$\alpha_\nu = (n^- k_\nu + n_1 p_e a_\nu)\left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right), \qquad (5.12)$$

où, comme dans ce qui précède, le facteur $1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}$ tient compte de l'absorption négative.

Pour calculer le coefficient d'absorption α_ν d'après la formule (5.12) il faut trouver le nombre d'ions H^- dans 1 cm³. Ceci peut se faire à l'aide de la formule d'ionisation (5.5), qui dans ce cas devient

$$n_e \frac{n_1}{n^-} = \frac{g_1}{g^-} \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}} \qquad (5.13)$$

où g_1 et g^- sont respectivement les poids statistiques de l'état fondamental d'un atome d'hydrogène neutre et d'un ion négatif d'hydrogène ($g_1 = 2$, $g^{-1} = 1$); χ_1, l'énergie d'ionisation d'un ion H^-. En portant n^- de (5.13) dans (5.12), il vient

$$a_\nu = n_1 p_e \left[k_\nu \frac{h^3}{4(2\pi m)^{3/2}(kT)^{5/2}} e^{\frac{\chi_1}{kT}} + a_\nu \right] \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right). \qquad (5.14)$$

Les résultats des calculs du coefficient d'absorption α_ν d'après la formule (5.14) sont visualisés par le graphique tiré de l'ouvrage de Chandrasekhar [4]. Le graphique donne pour des températures différentes en fonction de la longueur d'onde la quantité α_ν rapportée à un atome neutre d'hydrogène et à l'unité de pression électronique (fig. 7). Il s'ensuit en particulier des calculs que l'absorption due aux transitions free-free ne joue de rôle notable que pour de grandes longueurs d'onde (pour des valeurs approchées $\lambda > 12\,000$ Å).

4. Diffusion de la lumière par les électrons libres. Outre l'absorption de la lumière par des atomes, le transfert du rayonnement par la photosphère est également assuré en partie par la diffusion de la lumière par les électrons libres (présentant le plus d'intérêt dans ce sens), les atomes et les molécules. Le coefficient de diffusion par électron libre est donné par la formule de Thomson :

$$\sigma_0 = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2, \qquad (5.15)$$

où m et e sont la masse et la charge d'un électron ; c, la vitesse de la lumière. La valeur numérique de ce coefficient est $\sigma_0 = 6{,}65 \times \times 10^{-25}$ cm².

Le coefficient de diffusion volumique par des électrons libres vaut

$$\sigma_e = n_e \sigma_0, \qquad (5.16)$$

où n_e est le nombre d'électrons libres dans 1 cm³. Il est évident que dans la formule (5.16) le coefficient rendant compte de l'absorption négative ne doit pas figurer.

En utilisant (5.16) et (5.11) on peut comparer le rôle de la diffusion électronique et celui de l'absorption par les atomes d'hydrogène. En calculant à l'aide de ces formules le rapport σ_e/α_ν on voit que celui-ci est d'autant plus grand que la densité est plus faible et la

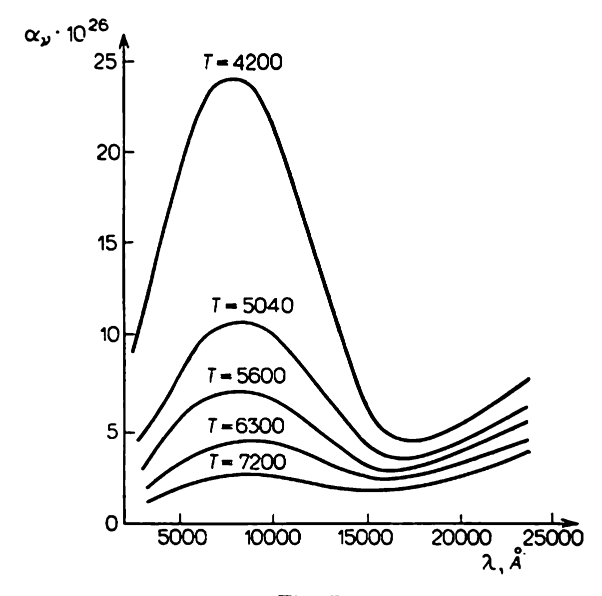


Fig. 7

température plus élevée. Donc, dans les photosphères des supergéantes chaudes le rôle de la diffusion électronique est particulièrement grand.

Si un volume élémentaire de la photosphère est le siège de l'absorption et de la diffusion de la lumière par des électrons libres, le coefficient d'émission volumique vaut:

$$\varepsilon_\nu = \alpha_\nu \frac{2h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} + \sigma_e \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi}, \tag{5.17}$$

où α_ν est le coefficient d'absorption volumique et I_ν, l'intensité du rayonnement incident. La formule (5.17) présente une différence nette entre l'absorption et la diffusion du rayonnement: l'énergie absorbée est la seule à être transformée dans un volume élémentaire, lequel la retransforme en cas d'équilibre thermodynamique local, selon la loi de Kirchhoff-Planck.

La diffusion électronique contribue tout de même à la transformation du rayonnement, du fait qu'elle augmente le parcours du photon dans le milieu, et par conséquent, la probabilité de l'absorption.

La formule (5.17) admet l'hypothèse d'après laquelle la diffusion de la lumière par les électrons libres est isotrope. Or, en réalité l'intensité du rayonnement diffusé par un volume élémentaire dépend de l'angle γ entre les directions du rayonnement incident et diffusé (elle est proportionnelle à $1 + \cos^2\gamma$). Notons également que le rayonnement diffusé par des électrons libres est polarisé.

5. Coefficient d'absorption moyen. Nous avons cité précédemment les résultats du calcul des coefficients d'absorption de certains atomes. En fait, chaque volume de la photosphère présente un mélange d'atomes d'éléments chimiques différents. Le coefficient d'absorption volumique dépend donc non seulement des conditions physiques au point donné (c'est-à-dire de la température et de la densité), mais encore de la composition chimique. Ceci rend plus compliquée la dépendance du coefficient d'absorption volumique par rapport à la fréquence.

Or, la théorie des photosphères exposée aux paragraphes précédents avance l'hypothèse de son indépendance de la fréquence. La réfutation de cette hypothèse rend la théorie des photosphères bien plus compliquée. On peut donc se demander s'il est possible, au moins en première approximation, d'appliquer les résultats de la théorie également au cas du coefficient d'absorption dépendant de la fréquence. Dans ce but on introduit le coefficient d'absorption moyen, c'est-à-dire moyenné suivant la fréquence. On s'efforce de le déterminer de façon à conserver la relation obtenue précédemment entre la température et la profondeur optique.

Prenons l'équation de transfert du rayonnement:

$$\cos\vartheta\,\frac{dI_\nu}{dr} = -\alpha_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu. \tag{5.18}$$

En la multipliant par $\cos\vartheta$, en l'intégrant par rapport à toutes les directions et en sortant du signe d'intégration la moyenne de $\cos^2\vartheta$ égale à $^1/_3$, on obtient

$$\frac{4\pi}{3}\frac{d\bar{I}_\nu}{dr} = -\alpha_\nu H_\nu, \tag{5.19}$$

où H_ν est le flux de rayonnement, et $\bar{I}_\nu$, l'intensité moyenne de rayonnement

$$\bar{I}_\nu = \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi}. \tag{5.20}$$

L'intégration de (5.19) sur toutes les fréquences et l'utilisation de la notation

$$\bar{\alpha} = \frac{\int \alpha_\nu H_\nu \, d\nu}{H} \tag{5.21}$$

fournissent

$$\frac{4\pi}{3} \frac{d\bar{I}}{dr} = -\bar{\alpha} H, \tag{5.22}$$

où H est le flux de rayonnement total dans la photosphère et $\bar{I}$, son intensité moyenne totale.

La quantité $\bar{\alpha}$ calculée d'après la formule (5.21) est le coefficient d'absorption moyen. En introduisant la profondeur optique τ qui lui correspond d'après la formule

$$\tau = \int_r^\infty \bar{\alpha} \, dr, \tag{5.23}$$

au lieu de (5.21) on obtient

$$\frac{4\pi}{3} \frac{d\bar{I}}{d\tau} = H. \tag{5.24}$$

Le flux de rayonnement H étant constant dans la photosphère, l'intégration do (5.24) donne:

$$\bar{I} = \frac{H}{2\pi} \left(1 + \frac{3}{2} \tau \right). \tag{5.25}$$

Nous avons utilisé ici la condition aux limites $2\pi\bar{I} = H$ pour $\tau = 0$.

En admettant que la quantité $\bar{I}$ est égale à l'intensité totale de rayonnement en équilibre thermodynamique, c'est-à-dire que $\bar{I} = \sigma T^4/\pi$, et en exprimant le flux total de rayonnement à l'aide de la température effective T_e d'après la formule $H = \sigma T_e^4$ au lieu de (5.25) on trouve

$$T^4 = T_e^4 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right), \tag{5.26}$$

c'est-à-dire la formule (4.20) obtenue précédemment.

Ainsi, en déterminant le coefficient d'absorption moyen par la formule (5.21) et en appliquant l'approximation d'Eddington, on aboutit à la même relation entre la température et la profondeur optique que dans le cas du coefficient d'absorption indépendant de la fréquence. Cependant, le calcul exact de la quantité $\bar{\alpha}$ est impossible du fait que la formule (5.21) comporte le flux de rayonnement H_ν dans la photosphère réelle, dans laquelle le coefficient d'absorption

dépend de la fréquence. Le coefficient d'absorption moyen $\bar{\alpha}$ doit donc être obtenu par calcul approché. A cet effet on a proposé les méthodes suivantes.

1. Admettons que le flux de rayonnement H_ν est égal au flux de rayonnement émis par un corps noir, c'est-à-dire $H_\nu = \pi B_\nu(T)$, où $B_\nu(T)$ est l'intensité de Planck à la température T. Alors,

$$\bar{\alpha} = \frac{\int \alpha_\nu B_\nu(T)\,d\nu}{\int B_\nu(T)\,d\nu}. \tag{5.27}$$

2. Prenons l'expression de H_ν donnée par la formule (5.19). La substitution à $\bar{I}_\nu$ de l'intensité de Planck $B_\nu(T)$ donne

$$H_\nu = -\frac{4\pi}{3}\frac{1}{\alpha_\nu}\frac{dB_\nu(T)}{dT}\frac{dT}{dr}. \tag{5.28}$$

En portant (5.28) dans (5.21) il vient

$$\bar{\alpha} = \frac{\int \frac{dB_\nu(T)}{dT}\,d\nu}{\int \frac{1}{\alpha_\nu}\frac{dB_\nu(T)}{dT}\,d\nu}. \tag{5.29}$$

La formule (5.29) a été proposée par Rosseland [2].

3. Adoptons pour H_ν l'expression obtenue dans le cas où le coefficient d'absorption est indépendant de la fréquence. Notons le flux de rayonnement $H_\nu^0(\tau)$ pour obtenir

$$\bar{\alpha} = \int \alpha_\nu \frac{H_\nu^0(\tau)}{H}\,d\nu. \tag{5.30}$$

Cette formule a été proposée par Chandrasekhar [4] qui a tabulé également la quantité $H_\nu^0(\tau)/H$.

Nous n'allons pas comparer ces diverses méthodes. Notons seulement que le calcul d'après les formules (5.27) et (5.30) est plus simple que d'après la formule (5.29). Ceci devient particulièrement clair lorsque la composition chimique est compliquée du fait que dans les formules (5.27) et (5.30) les termes relatifs à des atomes différents sont additionnés. Toutefois, la formule (5.29) est probablement plus précise.

A titre d'exemple calculons le coefficient d'absorption moyen d'après la formule (5.27) pour l'absorption produite par les atomes d'hydrogène.

En utilisant la formule (5.11) de α_ν et la formule (4.2) de $B_\nu(T)$, on obtient

$$\int_0^\infty \alpha_\nu B_\nu(T)\,d\nu = n_e n^+ \frac{2^4\pi^2 e^6 kT}{3\sqrt{3}\,ch\,(2\pi mkT)^{3/2}}\,\frac{2h}{c^2}\times$$

$$\times\int_0^\infty \left[1+2\frac{\chi_1}{kT}\sum_{i=i_0}^{\infty}\frac{1}{i^3}e^{\frac{\chi_1}{kT}}\right]e^{-\frac{h\nu}{kT}}\,d\nu. \qquad (5.31)$$

Nous avons posé ici pour simplifier $g_{i\nu} = 1$ et $g_\nu = 1$. En changeant l'ordre d'intégration et de sommation on obtient après l'intégration

$$\int_0^\infty \alpha_\nu B_\nu(T)\,d\nu = n_e n^+ \frac{2^4\pi^2 e^6 kT}{3\sqrt{3}\,ch\,(2\pi mkT)^{3/2}}\,\frac{2h}{c^2}\,\frac{kT}{h}\left[1+2{,}4\frac{\chi_1}{kT}\right]. \qquad (5.32)$$

En outre, on a

$$\int_0^\infty B_\nu(T)\,d\nu = \frac{2h}{c^2}\left(\frac{kT}{h}\right)^4\int_0^\infty \frac{x^3\,dx}{e^x-1} = \frac{2h}{c^2}\left(\frac{kT}{h}\right)^4\frac{\pi^4}{15}. \qquad (5.33)$$

En portant (5.32) et (5.33) dans (5.27), il vient

$$\bar{\alpha} = \frac{40}{\pi^4\sqrt{3}}\,\frac{e^6 h^4}{mc\,(2\pi m)^{3/2}}\,\chi_1\left[1+2{,}4\frac{\chi_1}{kT}\right]\frac{n_e n^+}{(kT)^{7/2}}. \qquad (5.34)$$

Nous avons obtenu (5.34) pour un atome d'hydrogène, mais elle est également vraie telle quelle pour les ions hydrogénoïdes, car le numéro atomique Z fait partie de χ_1. La solution approchée est aussi juste pour les autres atomes.

Rappelons que le premier terme entre crochets de (5.34) correspond aux transitions free-free, et le deuxième terme, aux transitions libre-lié. Dans le cas de l'absorption du rayonnement par des atomes d'hydrogène, le premier terme est prédominant aux températures supérieures à 400 000 K, et le deuxième, aux températures inférieures à 400 000 K, puisque pour l'hydrogène $\chi_1/k = 157\,200$.

En admettant que les atomes d'hydrogène sont complètement ionisés, et donc $n_e = n^+ \sim \rho$, dans les deux cas indiqués on obtient à partir de (5.34)

$$\bar{\alpha} \approx \frac{\rho^2}{T^{7/2}} \qquad (5.35)$$

pour des températures relativement élevées, et

$$\bar{\alpha} \approx \frac{\rho^2}{T^{9/2}} \qquad (5.36)$$

pour des températures relativement basses. En astrophysique l'emploi des formules (5.35) et (5.36) est assez fréquent.

§ 6. Théorie des photosphères à coefficient d'absorption dépendant de la fréquence

1. Théorie approchée. Le moyen le plus simple pour élaborer la théorie des photosphères à coefficient d'absorption dépendant de la fréquence consiste à utiliser les résultats de la théorie en supposant que le coefficient d'absorption soit indépendant de la fréquence. A cet effet on introduit le coefficient d'absorption moyen $\bar{\alpha}$. Comme nous l'avons montré au paragraphe précédent, on peut le déterminer de façon à conserver la même relation entre la température T et la profondeur optique τ que dans le cas du coefficient d'absorption indépendant de la fréquence. Ainsi, on garde également les conclusions obtenues sur la structure de la photosphère stellaire, c'est-à-dire sur la variation dans celle-ci de la densité et de la température en fonction de la profondeur optique (dans les formules correspondantes du § 4 il suffit de remplacer α par $\bar{\alpha}$).

Cependant, pour déterminer le champ de rayonnement de la photosphère sur des fréquences différentes il faut que la théorie opère avec le coefficient d'absorption α_ν ou avec la profondeur optique τ_ν qui lui correspond. L'intensité du rayonnement provenant de l'étoile présente pour nous un intérêt particulier. Comme nous l'avons déjà montré, elle est déterminée par la formule (4.30), qui est vraie pour toute relation entre τ_ν et ν. Nous allons admettre que la température T figurant dans cette formule est exprimée par la formule (5.26) à l'aide de la profondeur optique τ associée au coefficient d'absorption moyen. On peut donc utiliser (4.30) pour le calcul si τ_ν est également exprimé à l'aide de τ. Nous admettrons approximativement que $\alpha_\nu/\bar{\alpha}$ ne change pas dans la photosphère. Alors,

$$\tau_\nu = \int_r^\infty \alpha_\nu \, dr = \frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} \int_r^\infty \bar{\alpha} \, dr = \frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} \tau. \tag{6.1}$$

En fait, dans la photosphère la quantité $\alpha_\nu/\bar{\alpha}$ dépend de la profondeur. Il est clair que pour le calcul de l'intensité du rayonnement provenant de l'étoile la valeur de $\alpha_\nu/\bar{\alpha}$ doit correspondre à celle des couches superficielles de la photosphère (plus précisément, des couches dans lesquelles on observe en général le spectre continu).

Portons (6.1) dans (4.30) pour obtenir l'intensité de rayonnement sur la fréquence ν provenant de l'étoile sous un angle ϑ au rayon vecteur

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_\nu(T) \, e^{-\frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} \tau \sec \vartheta} \sec \vartheta \, \frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} \, d\tau, \tag{6.2}$$

où $B_\nu(T)$ est l'intensité de Planck à la température T. Compte tenu de (4.2) et (5.26), au lieu de (6.2) on trouve:

$$I_\nu(0, \vartheta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} \tau \sec \vartheta}}{e^{\frac{h\nu}{kT_e}\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\tau\right)^{-\frac{1}{4}}} - 1} \sec \vartheta \frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} \, d\tau. \quad (6.3)$$

Avec la même approximation, c'est-à-dire pour $\alpha_\nu/\bar{\alpha} = \text{const}$, le flux de rayonnement sur la fréquence ν à la surface de l'étoile s'écrit

$$H_\nu = \frac{4\pi h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{E_2\left(\frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}}\tau\right) \frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} \, d\tau}{e^{\frac{h\nu}{kT_e}\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\tau\right)^{-\frac{1}{4}}} - 1}. \quad (6.4)$$

Les formules (4.39) et (4.40) obtenues précédemment sont des cas particuliers des formules (6.3) et (6.4) (pour $\tau_\nu = \tau$).

Pour calculer la quantité $I_\nu(0, \vartheta)$ d'après la formule (6.2) la fonction $B_\nu(T)$ est parfois développée en série suivant les degrés de τ:

$$B_\nu(\tau) = B_\nu(T_0)(1 + \beta_\nu \tau + \ldots), \quad (6.5)$$

où l'on ne retient que les deux premiers termes. On a

$$\beta_\nu = \frac{1}{B_\nu(T_0)} \left[\frac{dB_\nu}{dT} \frac{dT}{d\tau}\right]_{\tau=0} \quad (6.6)$$

ou sur la base des formules (4.2) et (5.26)

$$\beta_\nu = \frac{3}{8} \frac{h\nu}{kT_0} \frac{1}{1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_0}}}. \quad (6.7)$$

Pour la quantité $I_\nu(0, \vartheta)$ on obtient approximativement

$$I_\nu(0, \vartheta) = B_\nu(T_0) \int_0^\infty (1 + \beta_\nu \tau) e^{-\frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} \tau \sec \vartheta} \frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} \sec \vartheta \, d\tau, \quad (6.8)$$

ou après l'intégration

$$I_\nu(0, \vartheta) = B_\nu(T_0)\left(1 + \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_\nu} \beta_\nu \cos \vartheta\right). \quad (6.9)$$

En portant (6.9) dans (4.35) on trouve le flux de rayonnement

$$H_\nu = \pi B_\nu(T_0)\left(1 + \frac{2}{3} \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_\nu} \beta_\nu\right). \quad (6.10)$$

Les formules (6.9) et (6.10) sont assez grossières, mais elles montrent clairement comment le rapport $\alpha_\nu/\bar{\alpha}$ influe sur les quantités $I_\nu(0, \vartheta)$ et H_ν. On établit sans peine que cette influence s'explique par la croissance de la température avec la profondeur. Plus le rapport $\alpha_\nu/\bar{\alpha}$ est petit, plus la couche de la photosphère d'où provient le rayonnement est profonde, et par conséquent, plus les quantités I_ν (0, ϑ) et H_ν s'avèrent grandes.

On sait que la quantité I_ν (0, ϑ) donne la distribution de l'éclat sur le disque de l'étoile. La formule (6.9) entraîne qu'aux fréquences auxquelles le coefficient d'absorption α_ν est très grand, l'éclat du disque est à peu près partout le même, tandis qu'aux fréquences auxquelles le coefficient d'absorption est très petit, l'éclat décroît fortement à mesure qu'on se déplace du centre vers le bord. Considérons à titre d'exemple les étoiles dont les photosphères sont le siège d'une absorption due surtout aux atomes d'hydrogène (c'est-à-dire, comme nous le verrons par la suite, les étoiles des classes A et B). La formule (5.11) montre que dès la limite de la série de Balmer le coefficient d'absorption α_ν devient plusieurs fois plus grand qu'en deçà de la limite (puisqu'au-delà de la limite $i_0 = 2$, et en deçà, $i_0 = 3$). Aussi la distribution de l'éclat sur le disque de l'étoile sur les fréquences au-delà de la limite de Balmer doit-elle différer sensiblement de la distribution sur les fréquences en deçà de cette limite. Cette conclusion peut être comparée aux résultats de l'observation des étoiles variables à éclipses des classes A et B.

La quantité H_ν caractérise la répartition relative de l'énergie dans le spectre continu d'une étoile. Les sauts ou discontinuités d'intensité près des limites des séries dus aux sauts du coefficient d'absorption sont une particularité importante des spectres de certaines classes. En particulier, dans les spectres des étoiles des classes A et B ont lieu des sauts au voisinage des limites de la série de Balmer (en deçà de la limite l'intensité est plus grande qu'au-delà de cette dernière). Le calcul approché de la discontinuité de Balmer peut se faire d'après la formule (6.10). Des données plus précises sur les discontinuités de Balmer dans les spectres stellaires sont données plus loin.

En utilisant la formule (6.10) et les données d'observation sur la répartition de l'énergie dans le spectre continu d'une étoile, on peut établir la dépendance approchée entre le coefficient d'absorption et la fréquence dans la photosphère (plus précisément la quantité $\alpha_\nu/\bar{\alpha}$). Cette relation a été établie pour le Soleil alors qu'on n'avait pas encore déterminé quels atomes dans la photosphère du Soleil sont les principaux responsables de l'absorption. Cette exploration a contribué dans une forte mesure à la résolution de la question mentionnée.

2. Cas de l'absorption par des atomes d'une espèce. La théorie

approchée exposée plus haut fournit des résultats qui ne peuvent être utilisés que pour des estimations grossières. En passant maintenant à une analyse plus rigoureuse, nous examinerons d'abord le cas particulier d'une théorie relativement simple. Supposons que dans la photosphère l'absorption soit réalisée surtout par les atomes d'une espèce, c'est-à-dire par les atomes d'un élément à un stade d'ionisation défini. Dans ce cas le coefficient d'absorption volumique peut se mettre sous la forme du produit de deux fonctions, dont l'une ne dépend que de la fréquence et de la température, et l'autre, seulement de la température et de la densité:

$$\alpha_\nu = \Phi(\nu, T)\, \Psi(T, \rho). \tag{6.11}$$

La possibilité d'une telle représentation est rendue évidente au vu de la formule (5.11), par exemple, qui détermine le coefficient d'absorption α_ν de l'hydrogène.

Si α_ν est donné par la formule (6.11), l'équation de transfert du rayonnement peut s'écrire:

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{d\zeta} = \Phi(\nu, T)\,[I_\nu - B_\nu(T)], \tag{6.12}$$

où $B_\nu(T)$ est l'intensité du rayonnement du corps noir à la température T et

$$\zeta = \int_r^\infty \Psi(T, \rho)\, dr. \tag{6.13}$$

Pour le cas considéré l'équation d'équilibre radiatif (1.17) se met sous la forme:

$$\int_0^\infty \Phi(\nu, T)\, B_\nu(T)\, d\nu = \int_0^\infty \Phi(\nu, T)\, d\nu \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi}. \tag{6.14}$$

Les équations (6.12) et (6.14) permettent de déduire une équation intégrale pour le calcul de la température T sous la forme d'une fonction de ζ. Si cette fonction est trouvée, on peut déterminer à l'aide de (6.12) l'intensité de rayonnement $I_\nu(\zeta, \vartheta)$, et en particulier, l'intensité de rayonnement à la limite de l'étoile, c'est-à-dire la quantité $I_\nu(0, \vartheta)$.

Lors de la détermination du spectre de l'étoile l'introduction de la variable indépendante ζ permet d'éviter la recherche de la distribution de la densité dans la photosphère. Mais si le spectre de l'étoile n'est pas le seul à nous intéresser, et nous voulons connaître encore les quantités T et ρ en fonction de r, alors la connaissance de la fonction $T(\zeta)$ permet de les trouver aisément à partir de l'équation (6.13) et de l'équation d'équilibre mécanique (4.42).

L'élément le plus abondant dans les couches superficielles des étoiles étant l'hydrogène, il semble qu'on pourrait penser que l'absorption du rayonnement dans toutes les photosphères est due surtout aux atomes d'hydrogène. En fait, il n'en est pas ainsi. Dans les photosphères des étoiles des classes avancées les atomes d'hydrogène se trouvent presque entièrement dans le premier état et pratiquement ils n'absorbent donc le rayonnement qu'au-delà de la série de Lyman. Or, aux basses températures la courbe de la répartition de l'énergie selon les fréquences enregistre dans l'infrarouge un maximum. Par conséquent, dans les étoiles des classes spectrales avancées l'absorption du rayonnement par les atomes d'hydrogène ne peut pas jouer de rôle essentiel.

Toutefois, à mesure que la température s'élève le nombre d'atomes d'hydrogène en état excité croît. En même temps le maximum de la courbe de répartition de l'énergie se déplace par rapport aux fréquences vers les valeurs plus élevées. Aussi, l'augmentation de la température rend-elle plus important le rôle des atomes d'hydrogène dans l'absorption. Les calculs montrent que dans les spectres des étoiles des classes A et B (plus précisément, des étoiles à température effective de l'ordre de 10 000 à 20 000 K) l'absorption est assurée surtout par les atomes d'hydrogène. Dans les photosphères des étoiles plus chaudes les atomes d'hélium contribuent aussi d'une façon considérable à l'absorption.

De la sorte, le coefficient d'absorption des étoiles à $T_e \simeq 10\,000$ à 20 000 K est défini surtout par l'hydrogène et peut s'écrire sous la forme (6.11). La théorie des photosphères de ces étoiles a été élaborée par E. Moustel [6]. Au lieu d'examiner l'équation intégrale de la fonction $T(\zeta)$ citée, il a proposé de la calculer par approximations successives à partir de l'équation

$$\frac{dT}{d\zeta} = \frac{H}{4\pi \int\limits_0^\infty \frac{1}{\Phi(\nu, T)} \frac{dK_\nu}{dT} d\nu}, \tag{6.15}$$

où

$$K_\nu = \int I_\nu \cos^2 \vartheta \frac{d\omega}{4\pi}. \tag{6.16}$$

(6.15) s'obtient à partir de l'équation (6.12) multipliée par $\cos \vartheta / \Phi(\nu, T)$ et intégrée sur toutes les fréquences et directions. La quantité H est le flux total de rayonnement dans la photosphère. Nous savons que $H = \text{const}$ se déduit de l'équation (6.14). En résolvant l'équation (6.15) à titre de première approximation on peut retenir $3K_\nu = B_\nu(T)$.

E. Moustel a calculé la distribution de l'énergie dans le spectre continu des étoiles aux températures effectives de 10 500, 15 000 et

20 000 K. Une partie des résultats obtenus est représentée à la figure 8 et consignée dans le Tableau 1.

La figure 8 représente à titre d'exemple la courbe théorique de la distribution de l'énergie dans le spectre d'une étoile de la classe B5 ($T_e = 15\,000$ K). Le graphique donne également la courbe de Planck conforme à la même température T_e (les aires sous les courbes sont les mêmes et égales à $\sigma T_e^4/\pi$). On voit que la courbe réelle de la

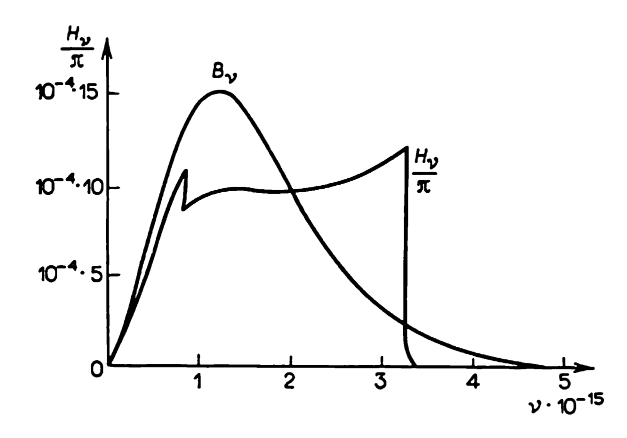


Fig. 8

distribution de l'énergie se distingue fortement de la courbe de Planck. Il convient de signaler particulièrement les grands sauts ou discontinuités de l'intensité au voisinage des limites des séries. On note la même particularité dans les courbes de répartition de l'énergie dans les spectres des étoiles des types considérés, établies d'après les observations.

Le Tableau 1 donne les valeurs théoriques et observées de la température spectrophotométrique T_s et de la discontinuité de Balmer D. De plus, T_s' et T_s'' désignent respectivement les valeurs de T_s en deçà de la limite de Balmer (c'est-à-dire pour $\nu < \nu_2$) et au-delà de cette limite.

Rappelons que la température spectrophotométrique caractérise la pente de la courbe de répartition de l'énergie au point donné du spectre. Plus précisément, elle est déterminée par la condition selon laquelle la dérivée logarithmique de l'intensité du spectre est égale à la dérivée logarithmique de l'intensité de Planck à la température T_s, c'est-à-dire

$$\frac{d}{d\nu} \lg H_\nu = \frac{d}{d\nu} \lg B_\nu(T_s). \tag{6.17}$$

En portant dans (6.17) l'expression de $B_\nu(T)$ on trouve l'équation de T_s suivante:

$$\frac{d}{d\nu}\lg H_\nu = \frac{3}{\nu} - \frac{h}{kT_s}\frac{1}{1-e^{-\frac{h\nu}{kT_s}}}. \quad (6.18)$$

Pour ce qui est de la discontinuité de Balmer, elle est donnée par la formule

$$D = \lg\frac{H_{\nu<\nu_2}}{H_{\nu>\nu_2}}. \quad (6.19)$$

Le Tableau 1 montre que la théorie est en bon accord avec les observations. Ceci témoigne en premier lieu du fait que dans les

Tableau 1

Températures spectrophotométriques et discontinuités de Balmer des étoiles des premières classes spectrales

Spectre, classe	A0	B5	B2
T_c	10 500 K	15 000 K	20 000 K
T'_s théor.	19 000	21 000	23 000
T'_s abs.	16 500	23 000	26 500
T''_s théor.	10 500	15 000	19 000
T''_s abs.	11 000	16 000	19 000
D théor.	0,49	0,22	0,10
D abs.	0,47	0,24	0,11

photosphères des étoiles considérées l'absorption de la radiation est en effet assumée surtout par les atomes d'hydrogène.

3. Modèles des photosphères. Comme nous l'avons établi précédemment, dans le cas où le coefficient d'absorption est de la forme (6.11), la théorie des photosphères devient plus simple. On peut d'abord calculer le champ radiatif de la photosphère, puis déterminer la structure de celle-ci. Or, généralement α_ν n'est pas de la forme (6.11), l'absorption étant due à des atomes différents, il s'ensuit que les deux problèmes précités doivent être résolus ensemble. A cet effet il faut résoudre ensemble plusieurs équations déjà obtenues. Nous allons les indiquer ici puisque ce sont les équations fondamentales de la théorie des photosphères.

1) Equation de transfert du rayonnement

$$\cos\vartheta\,\frac{dI_\nu}{dr} = -\alpha_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu. \quad (6.20)$$

2) Condition de la permanence du flux de rayonnement total (équivalente à la condition de l'équilibre radiatif):

$$2\pi \int_0^\infty d\nu \int_0^\pi I_\nu \cos\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta = \sigma T_e^4. \tag{6.21}$$

3) Loi de Kirchhoff-Planck qui traduit l'hypothèse sur l'équilibre thermodynamique local:

$$\varepsilon_\nu = \alpha_\nu \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{6.22}$$

4) Equation d'équilibre mécanique de la photosphère

$$d(p_g + p_r) = -g\rho \, dr, \tag{6.23}$$

où

$$p_g = \frac{R_*}{\mu} \rho T, \quad p_r = \frac{1}{3} a T^4. \tag{6.24}$$

Les quantités données de ces équations sont la température effective T_e de l'étoile, l'accélération de la pesanteur g à la surface de l'étoile et la composition chimique de la photosphère. En plus, il faut admettre que l'expression du coefficient d'absorption α_ν soit donnée; il dépend de la composition chimique et des conditions physiques dans la photosphère (c'est-à-dire de T et ρ).

La résolution de ces équations fournit le modèle de la photosphère, c'est-à-dire la dépendance de la température T et de la densité ρ par rapport à la profondeur, ainsi que le champ de rayonnement dans la photosphère. En particulier, on détermine encore le spectre théorique de l'étoile, qui peut être comparé au spectre observé.

Pour résoudre les équations fondamentales on applique ordinairement la méthode des approximations successives. Pour obtenir la première approximation on recourt au coefficient d'absorption moyen $\bar{\alpha}$ et à la profondeur optique τ qui lui correspond, en admettant que la température T est liée à τ de la même façon que dans le cas du coefficient d'absorption indépendant de la fréquence. Autrement dit, on admet que

$$T^4 = T_e^4 \frac{3}{4} [\tau + q(\tau)], \tag{6.25}$$

où

$$d\tau = -\bar{\alpha} \, dr = -\bar{\varkappa}\rho \, dr. \tag{6.26}$$

Les relations (6.23) et (6.26) entraînent également que

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{g}{\bar{\varkappa}}, \tag{6.27}$$

où l'on a introduit la notation $p = p_g + p_r$. La quantité $\bar{\varkappa}$ pouvant être exprimée à l'aide de T et p et la température T, à l'aide de τ par la formule (6.25), l'intégration de l'équation (6.27) permet d'obtenir p comme fonction de τ. Connaissant la dépendance de T et p par rapport à τ nous pouvons passer à l'aide de la relation (6.26) de la profondeur optique τ à la profondeur géométrique $z = r_0 - r$, où r_0 est la distance arbitraire au centre de l'étoile, retenue comme point zéro de la profondeur.

Il est très fréquent que le calcul des modèles des photosphères prend fin avec la première approximation. Cependant, il arrive qu'on procède à des approximations ultérieures et pour ce faire on a proposé plusieurs méthodes. Les calculs sont rendus plus faciles par les coefficients d'absorption α_ν et les coefficients d'absorption moyens $\bar{\alpha}$ tabulés en fonction de la composition chimique, de la densité et de la température.

Ci-dessous nous donnons à titre indicatif les résultats des calculs des modèles de photosphères pour des étoiles de classes spectrales différentes (pour plus de détails voir [6] à [8]).

4. Etoiles chaudes. L'absorption du rayonnement par les photosphères des étoiles chaudes est due surtout à l'hydrogène et à l'hélium. Nous avons déjà établi que pour les étoiles à températures effectives de 10 000 à 20 000 K le rôle principal revient ici à l'hydrogène. Mais avec la hausse de la température le rôle de l'hélium croît. Nous verrons par la suite que le nombre des atomes d'hélium d'une photosphère n'est que d'un ordre plus petit que celui des atomes d'hydrogène. Cependant, pour les étoiles froides le rôle de l'hélium dans l'absorption est infime. Cela s'explique de même que la faible absorption par les atomes d'hydrogène à des basses températures. La seule différence est que l'énergie d'excitation est encore plus grande pour l'hélium que pour l'hydrogène. Il en résulte que l'absorption par les atomes d'hélium commence à des températures encore plus élevées. Dans les étoiles à températures encore plus élevées, l'absorption par l'hélium ionisé devient elle aussi considérable.

D'autre part, dans le transfert du rayonnement à travers les photosphères des étoiles chaudes un rôle important revient à la diffusion de la lumière par des électrons libres. Ceci est lié au fait qu'aux températures élevées les atomes d'hélium et d'hydrogène subissent une forte ionisation.

Le calcul des modèles des photosphères des étoiles chaudes a été réalisé par de nombreux auteurs. Le Tableau 2 consigne les résultats de G. Traving qui a calculé le modèle de la photosphère de 10 Lézard (classe spectrale O9 V; $T_e = 37\,450$ K; lg $g = 4{,}45$). Les colonnes successives du tableau donnent la profondeur optique τ, la température T, le logarithme de la pression du gaz p_g, le logarithme de la pression électronique p_e et la profondeur géométrique z en kilo-

mètres. La répartition de l'énergie dans le spectre continu de l'étoile établie sur la base de ce modèle est en bon accord avec la répartition expérimentale (par exemple, la discontinuité de Balmer prévue $D = 0{,}044$ et expérimentale $D = 0{,}047$).

Tableau 2

Modèle de la photosphère de l'étoile 10 Lézard

τ	T	$\lg p_g$	$\lg p_e$	z, km	τ	T	$\lg p_g$	$\lg p_e$	z, km
0	27 700	—	—	—	0,20	36 100	3,87	3,58	3520
0,01	29 000	2,78	2,48	0	0,40	38 700	4,09	3,81	4420
0,02	29 700	3,06	2,76	850	0,60	40 800	4,22	3,94	4970
0,04	30 800	3,31	3,01	1640	0,80	42 300	4,31	4,03	5390
0,06	31 900	3,46	3,16	2090	1,00	43 500	4,37	4,10	5730
0,08	32 800	3,56	3,26	2420	2,00	47 800	4,57	4,30	6840
0,10	33 500	3,64	3,34	2680	3,00	50 900	4,68	4,41	7580

Les résultats des autres calculs sont également confirmés par les données d'observation sur la répartition de l'énergie dans la partie visible du spectre. En particulier, pour de nombreuses étoiles de la classe B la concordance entre les spectres continus prévus et expérimentaux est satisfaisante dans toute la gamme de 3400 à 8000 Å.

Toutefois, les étoiles chaudes rayonnent le plus gros de l'énergie dans l'ultraviolet. Donc, les spectrogrammes dans l'ultraviolet réalisés dans des conditions extra-atmosphériques revêtent une grande importance pour la vérification de la théorie. L'étude de ces spectrogrammes a conduit à la conclusion que la répartition observée de l'énergie des spectres stellaires de la classe B s'accorde à celle théorique. Mais pour la classe O on a découvert des écarts considérables qui ont été éliminés en grande partie par la mise au point du modèle (surtout en tenant compte de l'effet dit de « couverture », c'est-à-dire de l'absorption dans les raies). L'accord entre la théorie et les observations est encore meilleur, si l'on rejette l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local dans la photosphère (voir ci-dessous).

5. Etoiles froides. D'abord, comme exemple d'une étoile froide considérons le Soleil. Le spectre continu du Soleil ne présente pas de discontinuité de Balmer. Ce fait seul témoigne de ce que dans la photosphère du Soleil l'absorption n'est pas due avant tout aux atomes d'hydrogène. Pendant longtemps un problème important s'est posé aux astrophysiciens: établir la source de l'absorption dans la photosphère solaire. La théorie approchée des photosphères appliquée aux observations a permis de trouver la dépendance entre le coefiicient d'absorption et la fréquence; or, aucun des atomes connus ne

possédait un tel pouvoir d'absorption. En 1939 J. Wildt a avancé l'idée correcte: dans la photosphère du Soleil l'absorption est assurée surtout par l'ion négatif d'hydrogène.

Le calcul mécano-quantique d'un ion d'hydrogène a présenté de grandes difficultés, mais Chandrasekhar les a surmontées (voir § 5). Ses calculs ont montré que le coefficient d'absorption d'un ion H^- dépend de la fréquence à peu près de la même façon que celui de la photosphère du Soleil établi comme indiqué plus haut. En particulier, l'absence des discontinuités dans le domaine visible du spectre solaire s'explique par l'absence des discontinuités du coefficient d'absorption de l'ion H^-.

Nous avons déjà noté que la théorie des photosphères avec un coefficient d'absorption indépendant de la fréquence donne d'assez bons résultats en ce qui concerne le Soleil. Ceci est dû au fait que le coefficient d'absorption de l'ion H^- varie relativement peu dans le domaine du spectre où l'émission du Soleil est la plus forte. En utilisant cette circonstance, Chandrasekhar a élaboré une théorie des photosphères spéciale, avec un coefficient d'absorption différant peu de la valeur moyenne, susceptible d'être appliquée au Soleil. Sur la base de cette théorie il a obtenu certains correctifs pour les valeurs de la température trouvée auparavant pour un coefficient d'absorption indépendant de la fréquence (voir [4]). Les résultats du calcul du modèle de la photosphère solaire obtenus en partant de la théorie indiquée sont exposés au début du Chapitre III.

En passant du Soleil aux autres étoiles froides nous pouvons dire que l'ion H^- joue le rôle principal dans la formation du spectre continu de toutes les étoiles de cette sorte (à températures effectives inférieures à 8000 K environ). Aux températures plus élevées l'absorption due aux atomes d'hydrogène est très forte, et elle domine alors sur celle due aux ions H^-. De plus, aux températures élevées ces ions sont très peu nombreux, car il y a peu d'atomes d'hydrogène neutres qui en rencontrant les électrons libres, forment justement les ions H^-. Inversement, aux températures basses les atomes d'hydrogène absorbent faiblement et leur rôle dans l'absorption est bien plus petit que celui des ions H^-. Dans les photosphères des étoiles froides les ions négatifs d'hydrogène sont assez nombreux du fait que presque tous les atomes d'hydrogène se trouvent à l'état neutre, alors que les électrons libres apparaissent lors de l'ionisation des métaux.

En plus des atomes les photosphères des étoiles très froides (aux températures de 2000 à 3000 K) comportent des molécules de toutes sortes. On a établi que les calculs des modèles de telles photosphères doivent tenir compte de l'absorption par les ions négatifs H^-, H_2^-, He^-, de l'absorption dans les bandes moléculaires et de la diffusion Rayleigh par l'atome H et la molécule H_2. Pour calculer le coefficient d'absorption total il faut donc déterminer au préalable, pour la composition chimique donnée, la concentration de différen-

tes molécules et des électrons libres en fonction des conditions physiques. A cet effet il faut résoudre les équations de la dissociation des molécules et de l'ionisation des métaux qui fournissent des électrons libres. Le calcul des modèles des photosphères doit également tenir compte de la convection. Pour cette raison le calcul des modèles des photosphères des étoiles froides est assez compliqué. Aussi les résultats de tels calculs sont-ils peu nombreux (voir [8] et [9]).

6. **Naines blanches.** Une place particulière parmi les étoiles revient aux naines blanches, à luminosité bien plus faible que celle des objets de la série principale de même classe spectrale. Les rayons des naines blanches sont très petits, de l'ordre de 0,01 rayon solaire ; quant à leurs masses, elles sont de l'ordre de celle du Soleil. Ainsi, à la surface de ces objets l'accélération de la pesanteur est très grande et atteint dans certains cas 10^{10} cm/s^2. Une valeur de g aussi importante détermine plusieurs particularités aussi bien dans la structure des photosphères que dans la répartition de l'énergie dans les spectres.

A titre d'exemple du calcul des modèles de leurs photosphères citons les résultats de A. Kolessov [10]. Les observations montrent que les spectres de certaines naines blanches (la majorité des cas) ne comportent que des raies d'hydrogène, alors que les spectres des autres n'ont que des raies d'hélium. Les calculs ont donc porté séparément sur les photosphères à hydrogène pur et celles à hélium pur. Les températures superficielles T_0 envisagées étaient de 12 000, 15 000 et 20 000 K (et encore $T_0 = 30\,000$ K pour des photosphères à hélium pur) et les accélérations de la pesanteur g, de 10^6, 10^8 et 10^{10} cm/s^2. Le Tableau 3 présente les résultats des calculs pour le cas d'une photosphère à hydrogène pur à $T_0 = 15\,000$ K et $g = 10^8$ cm/s^2.

La dernière colonne du Tableau 3 donne la profondeur géométrique en kilomètres. On voit qu'une profondeur géométrique de l'ordre de 0,4 km correspond à la profondeur optique unitaire. Autrement dit, il s'avère que l'« épaisseur de la photosphère » des naines blanches est de cet ordre, c'est-à-dire qu'elle est petite à l'extrême. Pour d'autres étoiles l'épaisseur de la photosphère est bien plus grande. Par exemple, d'après le Tableau 2 elle est de l'ordre de 6000 km pour l'étoile 10 Lézard. Cette différence s'explique par l'accélération considérable de la pesanteur à la surface d'une naine blanche, ce qui impose un gradient de pression élevé pour équilibrer l'attraction.

Les hautes pressions des photosphères des naines blanches interviennent dans leurs spectres. Sous des pressions élevées les niveaux supérieurs discrets des atomes ne se réalisent pas en raison des champs électriques des ions et des électrons libres (voir les détails au § 8). La fréquence à la limite de chaque série diminue donc et l'ionisation à partir des niveaux inférieurs qui se réalisent peut être provoquée par une émission sur fréquences plus basses. Il est clair que le rôle

Tableau 3

Modèle de la photosphère d'une naine blanche

τ	T	$p\cdot 10^{-5}$, dyne/cm²	$n_e\cdot 10^{-17}$, cm⁻³	$\rho\cdot 10^{7}$, g/cm³	z, km
0,1	15 900	0,92	0,200	0,364	0
0,2	16 500	1,41	0,296	0,536	0,110
0,4	17 500	2,24	0,448	0,799	0,229
0,6	18 300	3,00	0,577	1,02	0,323
0,8	19 000	3,72	0,694	1,21	0,378
1,0	19 600	4,43	0,802	1,39	0,433
2,0	22 100	7,86	1,28	2,18	0,621
3,0	23 900	11,2	1,68	2,86	0,753
4,0	25 400	14,4	2,04	3,45	0,855
5,0	26 600	17,5	2,37	4,00	0,938

de l'effet susmentionné varie en différents points de la photosphère (et notamment, il croît avec la profondeur par suite de l'augmentation de la pression). Il en résulte qu'au voisinage de la limite des séries la formation du spectre doit s'accompagner de l'étalement des discontinuités d'intensité. En particulier, la discontinuité de Balmer dans le domaine visible doit elle aussi s'étaler.

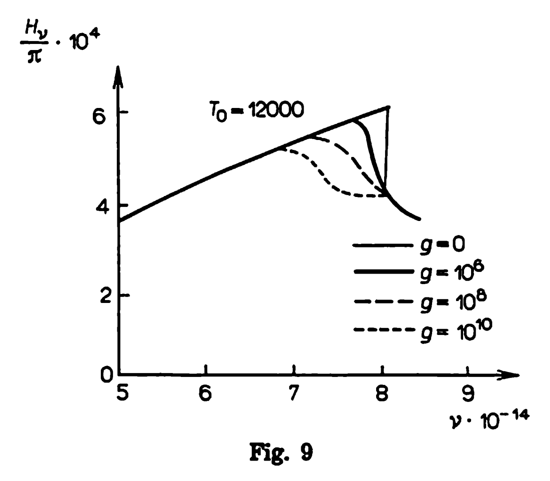


Fig. 9

La figure 9 représente le spectre théorique d'une étoile à température superficielle de 12 000 K au voisinage de la limite de la série de Balmer. Le graphique montre comment l'étalement de la discontinuité se renforce avec l'augmentation de l'accélération de la pesanteur dans la photosphère. Pour de grandes valeurs de g les

discontinuités n'existent pas. Cette particularité est précisément propre aux spectres observés des naines blanches.

7. Photosphère en l'absence d'équilibre thermodynamique local. L'exposé précédent de la théorie des photosphères implique l'existence de l'équilibre thermodynamique local. Cette hypothèse justifie pour chaque point de la photosphère la relation (6.22) qui traduit la loi de Kirchhoff-Planck. A son tour, la relation mentionnée est respectée lorsque la distribution des vitesses des électrons libres suit la loi de Maxwell, et la distribution des atomes selon les niveaux énergétiques et les stades de l'ionisation est donnée par les formules de Boltzmann et de Saha. On peut admettre que l'état des couches profondes de la photosphère est décrit avec une grande précision par l'équilibre thermodynamique local par suite du rôle prépondérant des collisions dans l'excitation et l'ionisation des atomes. Cependant, à mesure qu'on s'approche de la surface, le rôle des collisions diminue, ce qui rend plus marqués les écarts à l'équilibre thermodynamique local. Dans les couches externes, l'excitation et l'ionisation des atomes sont surtout dues non pas aux collisions, mais au rayonnement.

Ainsi, dans une théorie des photosphères rigoureuse le champ de rayonnement et les populations des niveaux énergétiques des atomes doivent être déterminés ensemble. Plus précisément, la relation (6.22) doit être remplacée par les équations qui expriment la condition de stationnarité pour chaque niveau. Cette condition consiste en ce que le nombre de transitions à un niveau donné soit égal au nombre de transitions depuis ce niveau (aussi bien dans les collisions que sous l'action du rayonnement). En même temps, les quantités α_ν et ε_ν qui figurent dans l'équation de transfert du rayonnement doivent être exprimées à l'aide des populations des niveaux. Aux équations indiquées il faut également ajouter l'équation de l'équilibre mécanique et la condition de la permanence du flux de rayonnement dans la photosphère.

Evidemment, une telle position du problème rend la théorie des photosphères très compliquée. Il est donc d'un grand intérêt de la simplifier en avançant l'hypothèse du bilan détaillé des transitions radiatives dans les raies (c'est-à-dire de l'égalité entre le nombre de transitions d'un niveau discret à un autre et le nombre de transitions inverses). Alors, dans les équations fondamentales de la théorie, parmi toutes les transitions radiatives il ne faut tenir compte que de celles du spectre continu (c'est-à-dire des photoionisations et des recombinaisons). Cette hypothèse peut être adoptée parce que l'opacité dans les raies surpasse sensiblement l'opacité dans le spectre continu.

La théorie des photosphères en l'absence d'équilibre thermodynamique local avec hypothèse susmentionnée a été élaborée par Calcofen et d'autres auteurs. On a calculé les modèles des photosphères

des étoiles chaudes composées seulement d'hydrogène ou d'hydrogène et d'hélium. Les résultats obtenus pour le domaine visible du spectre ne se distinguent pas beaucoup pour l'essentiel des résultats auxquels conduit la théorie en cas d'équilibre thermodynamique local. Toutefois, dans le continuum de Lyman l'écart entre les résultats s'avère très grand.

La théorie des photosphères en absence de l'équilibre thermodynamique local est exposée en détail dans l'ouvrage de D. Mihalas [8]. Cette théorie étant très compliquée, les méthodes de résolution des équations de départ revêtent une grande importance. De nos jours on utilise en pratique deux méthodes. L'une d'elles consiste à appliquer le processus itératif, où l'on retient comme première approximation la solution du problème pour le cas où il y a équilibre thermodynamique local. L'autre méthode consiste à remplacer les équations de la théorie donnée par un système d'équations algébriques pour toutes les grandeurs à déterminer en divers points de la photosphère. Il est évident que cette dernière méthode nécessite l'utilisation des ordinateurs puissants. Les résultats des calculs des modèles de la photosphère en l'absence de l'équilibre thermodynamique local sont donnés aussi bien par la monographie [8] déjà citée, que par de nombreuses recherches originales. Le problème de l'écart à l'équilibre thermodynamique local dans les couches superficielles des étoiles sera également évoqué dans l'étude de la formation des spectres de raies stellaires (voir § 9).

§ 7. Problèmes particuliers de la théorie des photosphères

1. Photosphères étendues. L'hypothèse d'une photosphère d'épaisseur inférieure au rayon ne peut pas être appliquée à certaines étoiles particulières, par exemple à celles du type Wolf-Rayet. Il en est ainsi lorsque la décroissance de la densité de la photosphère est relativement lente avec l'augmentation de la distance au centre de l'étoile. Les couches de même densité de telles photosphères doivent être considérées comme sphériques et non comme planes parallèles.

Cherchons pour le cas considéré la dépendance entre la température et la profondeur optique. A cet effet nous devons utiliser l'équation de transfert du rayonnement sous la forme (1.20). En l'intégrant sur toutes les fréquences, on obtient

$$\cos\vartheta\,\frac{\partial I}{\partial r}-\frac{\sin\vartheta}{r}\,\frac{\partial I}{\partial\vartheta}=-\bar{\alpha}I+\varepsilon, \tag{7.1}$$

où $\bar{\alpha}$ est le coefficient d'absorption moyen. En introduisant d'après l'usage la notation $\varepsilon=\bar{\alpha}S$ en tant que condition d'équilibre rela-

tif, on a

$$S = \int I \frac{d\omega}{4\pi}. \qquad (7.2)$$

L'intégration de (7.1) sur toutes les directions, compte tenu de (7.2) aboutit à la formule

$$H = \frac{C}{r^2}, \qquad (7.3)$$

où C est une constante. (Evidemment, $4\pi C$ est la luminosité de l'étoile.)

La multiplication de (7.1) par cos ϑ et son intégration sur toutes les directions donne dans l'approximation d'Eddington:

$$\frac{4\pi}{3} \frac{dS}{dr} = -\bar{\alpha} H, \qquad (7.4)$$

ou, sur la base de (4.15),

$$\frac{ac}{3} \frac{dT^4}{dr} = -\bar{\alpha} H. \qquad (7.5)$$

Prenons pour le coefficient d'absorption $\bar{\alpha}$ l'expression

$$\bar{\alpha} \sim \frac{\rho^2}{T^s} \qquad (7.6)$$

[comparez avec les formules (5.35) et (5.36)] et admettons que dans la photosphère la densité soit inversement proportionnelle à un certain degré de la distance au centre de l'étoile, c'est-à-dire

$$\rho \sim \frac{1}{r^n}. \qquad (7.7)$$

En portant (7.3), (7.6) et (7.7) dans l'équation (7.5) et en l'intégrant, on obtient

$$T = T_1 \left(\frac{r_1}{r} \right)^{\frac{2n+1}{4+s}}, \qquad (7.8)$$

où T_1 est la température à la distance r_1.

L'application des formules (7.7) et (7.8) permet aussi d'obtenir sans peine la dépendance entre la profondeur optique τ et la distance r. La substitution de ces formules dans la relation $d\tau = -\bar{\alpha}\, dr$ et l'intégration donnent

$$\tau = \left(\frac{r_1}{r} \right)^{2\frac{4n-s-2}{4+s}}, \qquad (7.9)$$

où par r_1 on entend maintenant la distance au centre de l'étoile avec $\tau = 1$. (7.8) et (7.9) permettent de tirer la dépendance cherchée entre T et τ:

$$T = T_1 \tau^{\frac{2n+1}{2(4n-s-2)}}. \tag{7.10}$$

Prenons, par exemple, $n = 2$ et $s = 4$. Il vient, alors

$$T = T_1 \tau^{5/4}. \tag{7.11}$$

De la sorte, dans une photosphère étendue la température croît avec la profondeur optique bien plus vite que dans une photosphère constituée de couches planes parallèles.

La connaissance de la dépendance entre T et τ rend possible le calcul de la distribution de l'énergie dans le spectre continu. A cet effet il faut utiliser l'équation de transfert du rayonnement (1.20), où l'on pose $\varepsilon_\nu = \alpha_\nu B_\nu(T)$ sur la base de l'équilibre thermodynamique local. Initialement, la théorie des photosphères étendues admettait que le coefficient d'absorption est indépendant de la fréquence. La courbe obtenue de la répartition de l'énergie dans le spectre continu différait alors fortement de la courbe de Planck par un grand excès de rayonnement dans l'ultraviolet. Or, en tenant compte de la dépendance entre le coefficient d'absorption et la fréquence cet excès de rayonnement ne se forme pas du fait d'une forte absorption au-delà des limites des séries principales des atomes. Il convient également de retenir que les photosphères étendues peuvent donner lieu à de très grands écarts de l'équilibre thermodynamique local.

2. Effet de couverture. En passant par les couches superficielles de l'étoile le rayonnement dans le spectre continu subit une absorption partielle dans les raies spectrales. L'énergie absorbée dans les raies revient dans la photosphère. Il en résulte dans celle-ci une augmentation de densité de rayonnement, et donc, de la température. Ce phénomène s'appelle *effet de couverture* ou *de serre*.

Désignons par A la partie de l'énergie absorbée dans les raies spectrales. Cette quantité peut être établie par observations. Pour le Soleil, par exemple, elle vaut à peu près 10 %.

L'énergie dans les raies est absorbée dans les couches superficielles à épaisseur optique du spectre continu de l'ordre de quelques dizièmes. Cependant, nous admettrons, pour simplifier, que l'énergie des raies est absorbée à la limite de l'étoile (à $\tau = 0$). Alors, en supposant que le coefficient d'absorption du spectre continu ne dépend pas de la fréquence, ou en utilisant le coefficient d'absorption moyen, on peut établir la valeur exacte de l'effet de couverture.

En composant pour le problème donné l'équation d'équilibre radiatif, il faut tenir compte du fait que chaque volume élémentaire de la photosphère reçoit aussi bien le rayonnement diffusé provenant

de tous les côtés que le rayonnement réfléchi par la limite et affaibli en cours de chemin. Désignons l'intensité du rayonnement diffusé par $I(\tau, \mu)$ et celle du rayonnement réfléchi par la limite, par I_*. Alors, pour la condition de l'équilibre radiatif on tire

$$S(\tau)=\frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu)\,d\mu+\frac{1}{2} I_*\int_0^1 e^{-\frac{\tau}{\mu}}\,d\mu. \qquad (7.12)$$

Portant dans (7.12) l'expression de $I(\tau, \mu)$ obtenue à l'aide de $S(\tau)$ à partir de l'équation de transfert, c'est-à-dire procédant de la même façon que pour l'équation de Milne, on trouve

$$S(\tau)=\frac{1}{2}\int_0^{\infty} E_1|\tau-\tau'|S(\tau')\,d\tau'+\frac{1}{2} I_* E_2\tau. \qquad (7.13)$$

Pour calculer la grandeur I_* il faut utiliser la relation

$$I_*=2A\int_0^1 I(0, \mu)\,\mu\,d\mu, \qquad (7.14)$$

qui traduit le fait que A est la partie de l'énergie incidente réfléchie dans le sens inverse. Dans notre cas, évidemment, le flux de rayonnement doit être le même qu'en l'absence de l'effet de couverture, c'est-à-dire égal à πF. On a donc

$$2(1-A)\int_0^1 I(0, \mu)\,\mu\,d\mu=F. \qquad (7.15)$$

(7.14) et (7.15) entraînent

$$I_*=\frac{A}{1-A}F. \qquad (7.16)$$

En portant (7.16) dans (7.13) on obtient

$$S(\tau)=\frac{1}{2}\int_0^{\infty} E_1|\tau-\tau'|S(\tau')\,d\tau'+\frac{AF}{2(1-A)}E_2\tau. \qquad (7.17)$$

Avec $A=0$ l'équation (7.17) se transforme en équation de Milne.

On voit sans peine que la solution de l'équation (7.17) est de la forme :

$$S(\tau)=\frac{A}{1-A}F+\frac{3}{4}F[\tau+q(\tau)], \qquad (7.18)$$

où $q(\tau)$ est la fonction de Hopf [voir formule (2.51)].

En utilisant les relations connues $S(\tau) = \sigma T^4/\pi$ et $F = \sigma T_e^4/\pi$, au lieu de (7.18) il vient

$$T^4 = T_e^4 \left\{ \frac{A}{1-A} + \frac{3}{4} [\tau + q(\tau)] \right\}. \tag{7.19}$$

La formule (7.19) traduit l'influence qu'exerce l'effet de couverture sur la température de la photosphère. Mais cette formule ne peut pas être appliquée aux valeurs très petites de τ par suite de l'hypothèse adoptée précédemment d'après laquelle le rayonnement est réfléchi depuis la limite elle-même de l'étoile.

3. Effet de réflexion dans les binaires serrées. Si deux étoiles se trouvent dans la proximité l'une de l'autre, l'étude de leur éclat doit

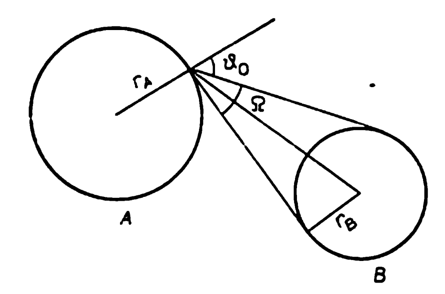


Fig. 10

tenir compte de l'échange de l'énergie rayonnante entre elles. Dans ce cas à l'émission propre de chaque étoile vient s'ajouter le rayonnement réfléchi par elle. Bien entendu, le processus de réflexion réel est très compliqué : il consiste en ce que sous l'action de l'émission de l'étoile voisine la température du compagnon s'élève et il en résulte une croissance de l'énergie rayonnée. Ecrivons pour notre problème l'équation d'équilibre radiatif. Supposons que la limite de l'étoile A soit frappée par un rayonnement provenant de l'étoile B à l'intérieur d'un angle solide Ω (fig. 10). Considérons pour simplifier que l'angle Ω est petit. Désignons par I_0 l'intensité moyenne du rayonnement incident à l'intérieur de l'angle solide Ω, et par ϑ_0, l'angle moyen entre la direction de ce rayonnement et la normale aux couches photosphériques. L'équation de l'équilibre radiatif devient alors:

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu', \mu_0)\, d\mu' + \frac{I_0 \Omega}{4\pi} e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}, \tag{7.20}$$

où $I(\tau, \mu', \mu_0)$ est l'intensité du rayonnement de diffusion dans la photosphère ($\mu' = \cos \vartheta'$, $\mu_0 = \cos \vartheta_0$).

Appliquons comme pour (2.45) l'équation (7.20) et l'équation de transfert du rayonnement:

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{1}{2} \int_0^\infty E_1 |\tau - \tau'| S(\tau', \mu_0)\, d\tau' + \frac{I_0 \Omega}{4\pi} e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}. \quad (7.21)$$

(7.21) appartient aux équations dont le type a été examiné en détail au § 3. Sa solution se compose de deux termes: le premier est déterminé par les sources d'énergie à l'intérieur de l'étoile (à une profondeur infiniment grande), et le deuxième, par l'énergie fournie à la photosphère de l'étoile A par l'étoile B. Les formules (3.16) et (3.64) permettent de tirer:

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{\sqrt{3}}{4} F \left[1 + \int_0^\tau \Phi(\tau')\, d\tau' \right] + \\ + \frac{I_0 \Omega}{4\pi} \varphi(\mu_0) \left[e^{-\frac{\tau}{\mu_0}} + \int_0^\tau e^{-\frac{\tau-\tau'}{\mu_0}} \Phi(\tau')\, d\tau' \right], \quad (7.22)$$

où $\varphi(\mu_0)$ et $\Phi(\tau)$ sont les fonctions déterminées par les équations (3.53) et (3.55) respectivement.

Pour $\tau = 0$ on obtient à partir de (7.22) la formule simple suivante:

$$S(0, \mu_0) = \frac{\sqrt{3}}{4} F + \frac{I_0 \Omega}{4\pi} \varphi(\mu_0). \quad (7.23)$$

La quantité $S(\tau, \mu_0)$ étant proportionnelle à T^4, on peut à l'aide de la formule (7.22) calculer la température T à une profondeur optique quelconque et pour une position quelconque du compagnon par rapport au point donné de la photosphère. La formule (7.23) permet de calculer la valeur de la température superficielle T_0.

Si la température de la photosphère est connue, on peut utiliser la formule (6.3) pour calculer l'intensité du rayonnement issu du point donné de la surface de l'étoile quelle que soit la fréquence ν.

Evidemment, pour trouver l'intensité de rayonnement totale aucun besoin n'est de connaître la température. Désignons par ϑ l'angle de réflexion, c'est-à-dire l'angle entre la direction du rayonnement provenant de l'étoile et la direction du rayon vecteur ($\cos\vartheta = \mu$). L'intensité de rayonnement $I(0, \mu, \mu_0)$ est alors déterminée par la formule:

$$I(0, \mu, \mu_0) = \int_0^\infty S(\tau, \mu_0) e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}, \quad (7.24)$$

où il faut porter l'expression (7.22). Cette substitution a été déjà faite au § 3. Sur la base de la formule (3.40) (où $m = 1/\mu_0$) et des formules (3.57) et (3.63), on trouve

$$I(0, \mu, \mu_0) = \frac{\sqrt{3}}{4} F\varphi(\mu) + \frac{I_0\Omega}{4\pi} \frac{\varphi(\mu)\varphi(\mu_0)}{\mu+\mu_0} \mu_0. \qquad (7.25)$$

Les formules obtenues montrent que l'effet de réflexion est d'autant plus grand que le rapport $I_0\,\Omega/\pi F$ est plus grand. Ce rapport peut s'écrire sous une forme plus commode. Si l'angle solide Ω est petit, il vient

$$I_0\Omega = \frac{L_B}{4\pi r^2}, \qquad (7.26)$$

où L_B est la luminosité de l'étoile B, et r, la distance entre les étoiles A et B. D'autre part, on a:

$$\pi F = \frac{L_A}{4\pi r_A^2}, \qquad (7.27)$$

où L_A et r_A sont la luminosité et le rayon de l'étoile A respectivement. (7.26) et (7.27) entraînent que

$$\frac{I_0\Omega}{\pi F} = \frac{L_B}{L_A}\left(\frac{r_A}{r}\right)^2. \qquad (7.28)$$

Les estimations d'après les formules mentionnées montrent que l'effet de réflexion peut jouer un rôle important. Bien entendu il dépend de la position du compagnon B par rapport au point considéré de la photosphère de l'étoile A (il est d'autant plus grand que l'angle ϑ_0 est plus petit). L'effet de réflexion intervient dans les courbes de lumière.

4. Polarisation du rayonnement des étoiles chaudes. Dans les photosphères des étoiles chaudes un grand rôle dans le transfert du rayonnement revient à la diffusion de la lumière par les électrons libres. Dans ce cas la lumière diffusée par un volume élémentaire est polarisée. Aussi, l'étude des photosphères des étoiles chaudes doit-elle envisager le transfert d'un rayonnement polarisé.

La diffusion de la lumière par les électrons libres suit la loi qui peut être énoncée de la façon suivante. Soient $I_{\parallel}$ et $I_{\perp}$ les intensités des rayonnements polarisés linéairement à vecteur électrique respectivement parallèle et perpendiculaire au plan de diffusion (c'est-à-dire au plan où reposent les rayons incident et diffusé). Si le rayonnement frappe un volume unitaire à l'intérieur d'un angle solide $d\omega$, alors l'énergie diffusée par ce volume dans la direction formant un angle γ avec la direction du rayonnement incident dans l'angle solide unitaire est égale respectivement à $\frac{3}{2}\sigma_e I_{\parallel} \cos^2\gamma \frac{d\omega}{4\pi}$ et $\frac{3}{2}\sigma_e I_{\perp} \frac{d\omega}{4\pi}$; de plus, l'orientation du vecteur électrique est la

même que celle du rayonnement incident. Ici σ_e est le coefficient de diffusion volumique par des électrons libres, déterminé par la formule (5.16).

Nous savons que le champ radiatif de la photosphère présente une symétrie axiale: l'intensité de rayonnement ne dépend que de τ et de l'angle ϑ, et ne dépend pas de l'azimut. Pour caractériser le rayonnement polarisé il suffit donc dans ce cas de donner seulement deux quantités et non pas quatre comme dans le cas général. Ces quantités peuvent être les intensités de rayonnement I_l et I_r à oscillations respectivement dans le plan passant par le rayon et la normale aux couches photosphériques, et perpendiculairement à ce plan. Au lieu des intensités I_l et I_r on peut prendre également les intensités I et K:

$$I = I_r + I_l, \quad K = I_r - I_l. \tag{7.29}$$

La quantité I est l'intensité de rayonnement totale, et la quantité $p = K/I$, le degré de polarisation de rayonnement.

Pour calculer I et K on a les équations usuelles de transfert du rayonnement:

$$\left.\begin{aligned} \cos\vartheta \frac{dI}{d\tau} &= I - S, \\ \cos\vartheta \frac{dK}{d\tau} &= K - R, \end{aligned}\right\} \tag{7.30}$$

où $d\tau = -\sigma_e \, dr$.

Sur la base de la loi de la diffusion de la lumière par les électrons libres on peut obtenir que les quantités S et R qui figurent dans ces équations soient liées aux intensités I et K par les équations suivantes de l'équilibre radiatif:

$$S(\tau, \mu) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu') \left[1 + \frac{1}{2} P_2(\mu) P_2(\mu')\right] d\mu' + \\ + \frac{3}{8} P_2(\mu) \int_{-1}^{+1} K(\tau, \mu') (1 - \mu'^2) \, d\mu', \tag{7.31}$$

$$R(\tau, \mu) = \frac{3}{8} (1 - \mu^2) \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu') P_2(\mu') \, d\mu' + \\ + \frac{9}{16} (1 - \mu^2) \int_{-1}^{+1} K(\tau, \mu') (1 - \mu'^2) \, d\mu', \tag{7.32}$$

où $P_2(\mu) = {}^1/_2 (3\mu^2 - 1)$ est le deuxième polynôme de Legendre. En déduisant les équations (7.31) et (7.32) on a admis qu'il s'agit d'une photosphère purement électronique.

Nous ne nous attarderons pas à déduire et à résoudre les équations citées et ne donnerons que les résultats de leur résolution (voir [4] et [5]). Le Tableau 4 consigne les valeurs des quantités I, K et le degré de polarisation p d'un rayonnement provenant d'une étoile.

Tableau 4

Emission d'une étoile à photosphère purement électronique

μ	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$I(0, \mu)$	1,00	1,24	1,46	1,67	1,87	2,07	2,27	2,46	2,66	2,85	3,04
$10K(0, \mu)$	1,25	1,00	0,84	0,70	0,58	0,47	0,37	0,27	0,18	0,09	0
$p(\mu)$ en %	12,5	8,0	5,8	4,2	3,1	2,3	1,6	1,1	0,7	0,3	0

Le tableau montre que la distribution de l'éclat sur le disque d'une étoile à photosphère purement électronique ne se distingue pas beaucoup de celle sur le disque d'une étoile ordinaire à rapport entre l'éclat au centre et l'éclat vers le bord égal à 3,04 au lieu de 2,91. Quant au degré de polarisation, il est nul au centre du disque et croît jusqu'à 12,5 % au bord.

Cependant, pour les étoiles réelles le degré de polarisation est plus bas que celui du Tableau 4, puisque dans les photosphères la diffusion de la lumière par les électrons libres s'accompagne de l'absorption et de l'émission de l'énergie par les atomes.

Il est évident que le rayonnement issu du disque tout entier d'une étoile à symétrie sphérique ne sera pas polarisé. L'effet de polarisation de la lumière des étoiles ne peut donc être décelé que par l'observation des variables à éclipses, dont l'une des composantes est une étoile chaude et l'autre, une étoile froide. Dans ce cas lors de l'occultation de l'étoile chaude par son compagnon froid le rayonnement du système est polarisé à un degré peu grand. Cet effet prédit par la théorie a été ensuite réellement enregistré pendant les observations.

La découverte pendant les observations d'un phénomène nouveau que présentent la polarisation de la lumière d'une étoile hors l'éclipse, et même la polarisation de la lumière des étoiles isolées jouit d'un intérêt particulier. Ce phénomène s'explique surtout par la polarisation du rayonnement dans l'espace interstellaire (nous en reparlerons en détail au § 32). Cependant, dans certains cas ce phénomène peut également être dû à la diffusion de la lumière par des électrons libres. La polarisation du rayonnement d'un système binaire hors l'éclipse peut résulter de la diffusion de la lumière d'une étoile par des électrons libres de la photosphère d'une autre étoile ou dans les

flux de gaz décelés quelquefois dans des systèmes binaires. L'émission d'une étoile isolée peut être polarisée par suite de la diffusion de la lumière par des électrons libres dans le cas lorsque sa forme diffère d'une forme sphérique.

Bibliographie du Premier chapitre

1. MILNE E.A. Thermodynamics of the Stars. In « Handbuch des Astrophysiks ». Bd. III, Berlin, 1930.
2. ROSSELAND S. Astrophysik auf Atomtheoretischer Grundlage. 1931.
3. AMBARTSOUMIAN V. Astrophysique théorique. Moscou, GONTI, 1939 (en russe).
4. CHANDRASEKHAR S. Radiative Transfer. 1950.
5. SOBOLEV V. Transfert de l'énergie rayonnante dans les atmosphères des étoiles et des planètes. Moscou, Gostechizdat, 1956 (en russe).
6. MOUSTEL E. Atmosphères stellaires. Moscou, Fizmathghiz, 1960 (en russe).
7. GRAY D. The Observation and Analysis of stellar Photospheres. 1976.
8. MIHALAS D. Stellar atmospheres. 1978.
9. VARDJA M.S. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, v. 8. 1970.
10. Théorie des spectres stellaires. Moscou, Naouka, 1966.

CHAPITRE II

ATMOSPHÈRES STELLAIRES

Nous entendrons par atmosphère stellaire la couche dans laquelle apparaît le spectre de raies. En moyenne, l'atmosphère se trouve plus haut que la photosphère qui donne un spectre continu. Ceci s'explique par le fait que le coefficient d'absorption d'une raie est bien plus grand que celui du spectre continu. C'est pourquoi dans les parties extérieures d'une étoile l'absorption dans le spectre continu n'intervient pas d'une façon notable, alors que l'absorption dans les raies est toujours forte.

Initialement on avançait même en astrophysique l'hypothèse qu'il existe entre la photosphère et l'atmosphère une limite bien nette. Autrement dit, on supposait que la photosphère émette un rayonnement dans le spectre continu sans raies et que celles-ci apparaissent lorsque le rayonnement traverse l'atmosphère, ou, comme on la nommait à l'époque, la couche renversante. Actuellement cette hypothèse ne se fait ordinairement pas, c'est-à-dire on admet que chaque volume élémentaire absorbe aussi bien dans les raies que dans le spectre continu. Toutefois, dans ce cas-là on envisage d'abord la théorie des photosphères, c'est-à-dire le problème de la formation du spectre continu, et ce n'est qu'ensuite qu'on se penche sur la théorie des atmosphères, s'attaquant au problème de la formation des raies d'absorption. De plus, la théorie des photosphères ne tient d'habitude pas compte de l'influence des raies, et la théorie des atmosphères admet comme connu le problème sur la formation du spectre continu.

Dans ce chapitre nous étudierons d'abord la question du coefficient d'absorption de la raie spectrale, puis celle de la formation des spectres de raies des étoiles, et enfin, en comparant la théorie avec les observations, nous déterminerons les diverses caractéristiques des atmosphères stellaires. Il convient de souligner que la plupart de nos renseignements sur les étoiles est fournie par l'étude de leurs spectres de raies. On y rapporte les renseignements sur la composition chimique des atmosphères stellaires, sur les mouvements dont elles sont le siège, sur la rotation des étoiles, sur leurs champs ma-

gnétiques, etc. La théorie de la formation des raies d'absorption dans les spectres stellaires tient donc une place de plus haute importance dans l'astrophysique théorique.

§ 8. Coefficient d'absorption dans une raie spectrale

1. Coefficients des probabilités de transition d'Einstein. L'émission et l'absorption dans une raie spectrale sont liées aux transitions d'un atome d'un état discret en un autre. Si un atome se trouve en état d'excitation, il peut passer spontanément en un état quelconque à énergie plus petite. Une transition spontanée du k-ième état vers l'i-ième état s'accompagne d'émission d'un photon d'énergie

$$h\nu_{ik} = E_k - E_i, \tag{8.1}$$

où E_k et E_i sont les énergies des états initial et final respectivement. L'action du rayonnement sur la fréquence ν_{ik} peut produire une transition inverse, accompagnée d'absorption d'un photon. L'émission sur la fréquence ν_{ik} peut également provoquer la transition de l'atome de l'état k vers l'état i associée à l'émission d'un photon. Ceci est le processus de l'émission induite ou de l'absorption négative.

Les probabilités des processus mentionnés sont caractérisées par certains coefficients introduits par Einstein. Soit n_k le nombre d'atomes à l'état k en 1 cm³. Evidemment, le nombre de transitions spontanées du k-ième état vers l'i-ième état se produisant en 1 cm³ en un temps dt est proportionnel au nombre n_k et au temps dt, c'est-à-dire il est égal à $n_kA_{ki}\,dt$. La quantité A_{ki} s'appelle *coefficient de probabilité de transition d'Einstein* ou *coefficient de transition spontanée d'Einstein*. Le nombre de transitions de l'i-ième état vers le k-ième état liées à l'absorption des photons en 1 cm³ en un temps dt est égal à $n_iB_{ik}\rho_{ik}dt$, où n_i est le nombre d'atomes en 1 cm³ à l'état i, et ρ_{ik}, la densité de rayonnement sur la fréquence ν_{ik}. La quantité B_{ik} est le coefficient d'absorption d'Einstein. Le nombre de transitions du k-ième état vers l'i-ième état produites par le rayonnement en 1 cm³ pendant un temps dt peut s'écrire

$$n_kB_{ki}\rho_{ik}dt,$$

où B_{ki} est le coefficient d'absorption négative d'Einstein.

Les coefficients (ou probabilités) d'Einstein ne sont pas indépendants, ils sont liés l'un à l'autre par deux relations. Pour les déduire, considérons l'état de l'équilibre thermodynamique. Ce cas donne lieu au bilan détaillé sous lequel tout processus est compensé par le processus inverse. En particulier, le nombre de tran-

sitions du k-ième état vers l'i-ième état est égal au nombre de transitions de l'i-ième état vers le k-ième état, c'est-à-dire

$$n_k A_{ki} + n_k B_{ki}\rho_{ik} = n_i B_{ik}\rho_{ik}. \tag{8.2}$$

D'autre part, en présence de l'équilibre thermodynamique la distribution des atomes selon les états est donnée par la formule de Boltzmann:

$$\frac{n_k}{n_i} = \frac{g_k}{g_i} e^{-\frac{h\nu_{ik}}{kT}}, \tag{8.3}$$

où g_i et g_k sont les poids statistiques des états. En appliquant (8.3) on obtient à partir de (8.2):

$$\rho_{ik} = \frac{A_{ki}}{B_{ki}} \frac{1}{\frac{g_i}{g_k}\frac{B_{ik}}{B_{ki}} e^{\frac{h\nu_{ik}}{kT}} - 1}. \tag{8.4}$$

La comparaison de (8.4) avec la formule de Planck (4.4), observée également par l'équilibre thermodynamique, permet de trouver

$$A_{ki} = \frac{8\pi h\nu_{ik}^3}{c^3} B_{ki}, \quad B_{ki} = \frac{g_i}{g_k} B_{ik}. \tag{8.5}$$

De la sorte, si l'on connaît l'un des coefficients d'Einstein, les deux autres se calculent d'après les relations (8.5). Notons que bien que ces relations soient obtenues par l'étude de l'équilibre thermodynamique, elles sont respectées toujours du fait que les coefficients des probabilités de transition d'Einstein caractérisent les propriétés de l'atome et du photon et ne dépendent pas de la distribution des atomes selon les états et des photons selon les fréquences.

Il convient de souligner la grande différence qui existe entre une émission spontanée et une émission induite. Dans les transitions spontanées les photons sont émis dans toutes les directions. Dans les transitions induites les photons sont émis dans la même direction que celle des photons ayant stimulé ces transitions. L'intensité du flux incident sur les atomes décroît donc par suite de l'absorption, mais augmente sous l'action des transitions induites. Ceci explique pourquoi l'émission induite s'appelle également *absorption négative*.

Ce qui vient d'être dit entraîne que le nombre total des photons absorbés par la raie considérée en 1 cm³ en 1 s vaut

$$n_i B_{ik}\rho_{ik} - n_k B_{ki}\rho_{ik} = n_i B_{ik}\rho_{ik}\left(1 - \frac{n_k B_{ki}}{n_i B_{ik}}\right).$$

Sur la base de la deuxième des relations (8.5) cette expression peut se récrire sous la forme:

$$n_i B_{ik} \rho_{ik} \left(1 - \frac{g_i n_k}{g_k n_i}\right).$$

Ainsi, pour tenir compte de l'absorption négative il faut multiplier le nombre de photons ayant subi l'absorption ordinaire par la quantité $1 - \frac{g_i n_k}{g_k n_i}$.

Si la distribution des atomes selon les niveaux est donnée par la formule de Boltzmann (en particulier en équilibre thermodynamique), au lieu de la dernière expression on a

$$n_i B_{ik} \rho_{ik} \left(1 - e^{-\frac{h\nu_{ik}}{kT}}\right).$$

Par conséquent, dans notre cas le facteur qui rend compte de l'absorption négative est égal à $1 - e^{-\frac{h\nu_{ik}}{kT}}$. Nous avons déjà utilisé ce résultat en examinant l'absorption du spectre continu (§ 5).

La connaissance des coefficients des probabilités de transition d'Einstein permet d'établir la durée de vie moyenne des atomes aux états excités. Soit $n_k(0)$ le nombre d'atomes au k-ième état à l'instant $t = 0$. La décroissance par suite des transitions spontanées à des niveaux inférieurs est régie par la loi

$$dn_k = -n_k \sum_{i=1}^{k-1} A_{ki}\, dt, \tag{8.6}$$

ou après l'intégration

$$n_k(t) = n_k(0)\, e^{-\gamma_k t}, \tag{8.7}$$

où l'on a introduit la notation

$$\gamma_k = \sum_{i=1}^{k-1} A_{ki}. \tag{8.8}$$

On en tire pour la durée de vie moyenne d'un atome au k-ième état

$$\bar{t}_k = \int_0^\infty t e^{-\gamma_k t} \gamma_k\, dt = \frac{1}{\gamma_k}. \tag{8.9}$$

Pour les transitions permises les quantités A_{ki} sont de l'ordre de $10^7\ s^{-1}$. La durée de vie moyenne d'un atome excité s'avère donc de l'ordre de 10^{-7} s. L'exception n'est présentée que par les états métastables à partir desquels toutes les transitions aux niveaux inférieurs sont interdites. Pour les transitions interdites les quantités A_{ki} sont bien plus petites que pour les transitions permises.

Aussi la durée de vie moyenne d'un atome à l'état métastable est-elle très grande et atteint parfois quelques heures.

Pour calculer les probabilités de transition d'Einstein il faut connaître les fonctions d'onde de l'atome. Les calculs des fonctions d'onde étant très compliqués, les coefficients d'Einstein ne sont obtenus que pour les cas les plus simples.

Le Tableau 5 consigne les valeurs des quantités A_{ki} d'un atome d'hydrogène. Par indices i et k on entend ici les nombres quantiques principaux, tandis que les quantités A_{ki} ont le sens suivant. Si n_k est le nombre d'atomes en tous les états à nombre quantique principal k, le nombre total de transitions en états à nombre quantique principal i produites en 1 s est égal à $n_k A_{ki}$. On suppose de plus que la distribution des atomes selon les états à nombres quantiques azimutaux différents est proportionnelle aux poids statistiques de ces états.

Une expression simple des coefficients d'Einstein A_{ki}, B_{ik} et B_{ki} est donnée à l'aide de f_{ik} dite force d'oscillateur. Par exemple, le coefficient d'Einstein de transition spontanée s'écrit

$$A_{ki} = \frac{8\pi^2 e^2 \nu_{ik}^2}{mc^3} \frac{g_i}{g_k} {}_{ik}, \tag{8.10}$$

où m est la masse de l'électron, et e, sa charge. La quantité f_{ik} est adimensionnelle et représente le nombre d'oscillateurs classiques qui d'après leur pouvoir d'absorption remplacent un atome.

Tableau 5

Valeurs de A_{ki} pour un atome d'hydrogène

k \ i	1	2	3	4	5	6	7
2	$4{,}67\cdot10^8$	—	—	—	—	—	—
3	$5{,}54\cdot10^7$	$4{,}39\cdot10^7$	—	—	—	—	—
4	$1{,}27\cdot10^7$	$8{,}37\cdot10^6$	$8{,}94\cdot10^6$	—	—	—	—
5	$4{,}10\cdot10^6$	$2{,}52\cdot10^6$	$2{,}19\cdot10^6$	$2{,}68\cdot10^6$	—	—	—
6	$1{,}64\cdot10^6$	$9{,}68\cdot10^5$	$7{,}74\cdot10^5$	$7{,}67\cdot10^5$	$1{,}02\cdot10^6$	—	—
7	$7{,}53\cdot10^5$	$4{,}37\cdot10^5$	$3{,}34\cdot10^5$	$3{,}03\cdot10^5$	$3{,}24\cdot10^5$	$4{,}50\cdot10^5$	—
8	$3{,}85\cdot10^5$	$2{,}20\cdot10^5$	$1{,}64\cdot10^5$	$1{,}42\cdot10^5$	$1{,}38\cdot10^5$	$1{,}55\cdot10^5$	$2{,}26\cdot10^5$

2. Coefficient d'absorption dû à l'amortissement du rayonnement et à l'agitation thermique des atomes. Les raies spectrales ne sont pas strictement monochromatiques. Chaque raie peut absorber des photons de fréquences différentes proches de la fréquence centrale ν_0 de la raie. La probabilité de l'absorption des photons de fréquence ν à l'intérieur de la raie est définie par des causes bien nombreuses. Nous caractériserons cette probabilité comme aupara-

vant (voir § 1) par le coefficient d'absorption volumique que nous désignerons σ_ν. Rappelons que le sens physique de cette quantité consiste dans le fait que la probabilité de l'absorption d'un photon de fréquence ν sur le parcours ds vaut $\sigma_\nu\, ds$. Notons également que la quantité de l'énergie de fréquence ν absorbée en 1 s par une unité de volume est égale à $\sigma_\nu \int I_\nu\, d\omega$, où I_ν est l'intensité rayonnée, et que l'intégration porte sur toutes les directions.

Soit la raie considérée apparue lors de la transition de l'atome de l'i-ième état vers le k-ième état et n_i, le nombre d'atomes à l'état i en 1 cm³. Nous pouvons mettre la quantité σ_ν sous la forme $\sigma_\nu = n_i k_\nu$, où k_ν est le coefficient d'absorption atomique. Il est évident que les quantités σ_ν et k_ν dépendent de i et k, mais pour simplifier l'écriture nous omettons ces indices.

Le coefficient d'absorption k_ν est lié au coefficient d'absorption d'Einstein B_{ik} par une relation simple. Pour obtenir celle-ci écrivons l'expression du nombre de transitions du i-ième au k-ième niveau qui se produisent en 1 cm³ en 1 s, d'abord à l'aide de B_{ik}, puis à l'aide de k_ν. D'une part, le nombre de transitions indiqué est égal à $n_i B_{ik} \rho_{ik}$. D'autre part, ce même nombre de transitions peut s'écrire $n_i \int k_\nu \frac{d\nu}{h\nu} \int I_\nu\, d\omega$. En égalant ces deux expressions et en retenant que $\int I_\nu\, d\omega = c\rho_\nu$, où ρ_ν est la densité de rayonnement, on trouve

$$c \int k_\nu \frac{\rho_\nu}{h\nu}\, d\nu = B_{ik}\rho_{ik}. \tag{8.11}$$

Le coefficient d'absorption k_ν possédant un maximum bien marqué sur la fréquence centrale ν_0, on peut faire sortir la valeur moyenne de la quantité $\rho_\nu/h\nu$ du signe d'intégration. Alors, au lieu de (8.11) il vient

$$\int k_\nu\, d\nu = \frac{h\nu_0}{c} B_{ik}. \tag{8.12}$$

La relation (8.12) est observée dans tous les cas indépendamment des causes qui définissent la forme de la fonction k_ν. En particulier, cette relation entraîne que la gamme des fréquences à l'intérieur de laquelle la quantité k_ν ne se distingue pas beaucoup de sa valeur au centre de la raie, est d'autant plus large que la valeur moyenne du coefficient k_ν est plus petite dans cet intervalle.

La dépendance du coefficient k_ν par rapport à la fréquence est due, comme nous l'avons déjà dit, à plusieurs causes. Les plus importantes sont: 1) atténuation du rayonnement (en termes de la théorie de l'électronique classique) ou l'étalement des niveaux énergétiques de l'atome (en termes de la mécanique quantique); 2) effet Doppler dû à l'agitation thermique des atomes.

Supposons d'abord que le coefficient d'absorption n'est déterminé que par l'atténuation du rayonnement. D'après la théorie quantique du rayonnement (voir, par exemple, [1]), on a alors

$$k_\nu = \frac{c^2}{32\pi^3\nu_0^2}\,\frac{g_k}{g_i}\,\frac{A_{ki}\Gamma_{ik}}{(\nu-\nu_0)^2+\left(\frac{\Gamma_{ik}}{4\pi}\right)^2}, \tag{8.13}$$

où $\Gamma_{ik} = \gamma_i + \gamma_k$, et la quantité γ_k est donnée par la formule (8.8). Désignons par $\Delta\nu_E$ la distance au centre de la raie à laquelle la valeur de k_ν constitue la moitié de la valeur maximale de k_{ν_0}. Evidemment, $\Delta\nu_E = \Gamma_{ik}/4\pi$. La quantité $2\Delta\nu_E$ s'appelle *largeur naturelle* d'une raie spectrale. Nous pouvons passer de la largeur exprimée en fréquences à la largeur exprimée en longueurs d'onde en utilisant la formule $\Delta\lambda_E = \lambda_0\Delta\nu_E/\nu_0$. La largeur naturelle de la raie exprimée en longueurs d'onde s'avère de l'ordre de 0,001 Å.

Admettons maintenant que la dépendance entre k_ν et la fréquence n'est déterminée que par l'agitation thermique des atomes. Dans ce cas l'expression de k_ν peut s'obtenir sans aucune peine. Si un atome fixe absorbe les photons de fréquence ν_0, un atome en mouvement absorbe des photons de fréquence $\nu = \nu_0 + \nu_0 v_x/c$, où v_x est la projection de la vitesse de l'atome sur la direction du rayonnement (axe x). Nous admettons que la distribution des atomes selon les vitesses est donnée par la formule de Maxwell, c'est-à-dire le nombre d'atomes à vitesse de v_x à $v_x + dv_x$ est

$$dn \sim e^{-\frac{Mv_x^2}{2kT}}\,dv_x, \tag{8.14}$$

où M est la masse de l'atome. Il est évident que la possibilité de l'absorption des photons de fréquence de ν à $\nu + d\nu$ est proportionnelle au nombre d'atomes à vitesse de v_x à $v_x + dv_x$. On a donc pour le coefficient d'absorption

$$k_\nu = k_0 e^{-\frac{M}{2kT}\left(\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0}c\right)^2}, \tag{8.15}$$

où k_0 est la valeur de k_ν au centre de la raie.

Pour l'instant nous ne connaissons pas la quantité k_0, mais dans tous les cas, lorsque le coefficient d'absorption de la raie est connu au facteur constant près, ce facteur peut être trouvé à l'aide de la relation (8.12). En portant (8.15) dans (8.12), on obtient

$$k_0 = \frac{c^3}{8\pi^{3/2}\nu_0^3 v}\,\frac{g_k}{g_i}\,A_{ki}. \tag{8.16}$$

La formule (8.16) peut se récrire sous la forme:

$$k_\nu = k_0 e^{-\left(\frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2}, \tag{8.17}$$

7—01064

où $\Delta\nu_D = \nu_0 v/c$ et v, la vitesse thermique moyenne de l'atome: $v = \sqrt{2kT/M}$. La quantité $2\Delta\nu_D$ s'appelle *largeur de la raie spectrale due à l'effet Doppler*. Exprimée en longueurs d'onde cette largeur s'avère de l'ordre de 0,1 Å (pour la vitesse moyenne de l'atome de l'ordre de 1 km/s). Par conséquent, elle est bien plus grande que la largeur naturelle.

On obtient aisément que sous l'action commune de l'atténuation du rayonnement et de l'effet Doppler le coefficient d'absorption vaut

$$k_\nu = k_0 \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2}\,dy}{(u+y)^2+a^2}, \tag{8.18}$$

où

$$u = \frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_D}, \quad a = \frac{\Delta\nu_E}{\Delta\nu_D} \tag{8.19}$$

et k_0 est donné par la formule (8.16).

En introduisant la notation $k_\nu/k_0 = H(u, a)$, on a

$$H(u, a) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2}\,dy}{(u+y)^2+a^2}. \tag{8.20}$$

La fonction $H(u, a)$ joue un très grand rôle dans la théorie des spectres de raies des étoiles, ce qui a fait qu'elle a été étudiée en détail et tabulée.

La quantité a étant d'habitude très petite, il est commode de développer $H(u, a)$ en série selon les degrés de a, c'est-à-dire la mettre sous la forme

$$H(u, a) = H_0(u) + aH_1(u) + a^2H_2(u) + \ldots \tag{8.21}$$

Il s'avère que

$$H_0(u) = e^{-u^2}, \tag{8.22}$$

$$H_1(u) = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[1 - 2ue^{-u^2} \int_0^u e^{t^2}\,dt\right], \tag{8.23}$$

etc. Le Tableau 6 donne les valeurs des fonctions $H_0(u)$, $H_1(u)$ et $H_2(u)$ pour certaines valeurs de u. Des tableaux détaillés des fonctions $H_i(u)$ ont été établis par Harris [2].

La valeur approchée du coefficient d'absorption dans les parties centrales de la raie pour $a \ll 1$ est

$$k_\nu = k_0 e^{-u^2}. \tag{8.24}$$

Tableau 6

Valeurs des fonctions $H_0(u)$, $H_1(u)$ et $H_2(u)$

u	$H_0(u)$	$H_1(u)$	$H_2(u)$	u	$H_0(u)$	$H_1(u)$	$H_2(u)$
0	1,0000	−1,1284	+1,0000	1,6	0,0773	+0,3157	−0,3185
0,2	0,9608	−1,0405	+0,8839	1,8	0,0392	+0,2803	−0,2146
0,4	0,2521	−0,8035	+0,5795	2,0	0,0183	+0,2317	−0,1282
0,6	0,6977	−0,4855	+0,1953	2,2	0,0079	+0,1849	−0,0686
0,8	0,5273	−0,1672	−0,1476	2,4	0,0032	+0,1461	−0,0332
1,0	0,3679	+0,0859	−0,3679	2,6	0,0012	+0,1165	−0,0145
1,2	0,2369	+0,2454	−0,4454	2,8	0,0004	+0,0947	−0,0058
1,4	0,1409	+0,3139	−0,4113	3,0	0,0001	+0,0786	−0,0021

Quant aux parties de la raie éloignées du centre, on trouve pour elles d'après la formule (8.18)

$$k_\nu = k_0 \frac{a}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{u^2}. \qquad (8.25)$$

Le domaine intermédiaire entre ceux d'application des formules (8.24) et (8.25) se trouve de la condition que dans ce domaine les valeurs de k_ν données par ces formules sont de même ordre.

On voit sans peine que la formule (8.24) se confond avec (8.17), et la formule (8.25) avec (8.13) (si dans cette dernière on néglige $\Gamma_{ik}/4\pi$ par rapport à $|\nu - \nu_0|$). Par conséquent au voisinage du centre d'une raie le coefficient d'absorption est déterminé par l'effet Doppler, et loin de ce centre, par l'atténuation du rayonnement.

3. Effets de pression. Pour déduire la formule (8.18) on n'a pris en considération que l'étalement naturel des niveaux énergétiques de l'atome et la participation de l'atome à l'agitation thermique. Or, la forme de la fonction k_ν est aussi influencée fortement par la présence des particules étrangères. Appelons cette influence *effets de pression*, du fait que plus cette pression est grande, plus son influence est importante.

La forme la plus simple des effets de pression est la collision d'un atome avec une particule étrangère, dans laquelle l'énergie d'excitation de l'atome est transmise à la particule (choc de deuxième espèce ou choc superélastique). Ces chocs rendent moins longue la durée de vie moyenne de l'atome à l'état excité par rapport à celle établie d'après la formule (8.9), et respectivement plus fort l'étalement du niveau énergétique. Ce dernier fait s'ensuit du principe d'indétermination de Heisenberg, d'après lequel

$\Delta E \, \Delta t \simeq h$. Si l'on tient compte des collisions pendant la durée de vie moyenne de l'atome à l'état excité, au lieu de la formule (8.9) on a

$$\bar{t}_k = \frac{1}{\gamma_k + \gamma_c}, \quad (8.26)$$

où γ_c est le nombre de chocs par atome excité en 1 s.

Le coefficient d'absorption qui rend compte des collisions sera encore déterminé par la formule (8.18) dans laquelle par a il faut entendre la quantité

$$a = \frac{\Delta\nu_E + \Delta\nu_c}{\Delta\nu_D}, \quad (8.27)$$

où $\Delta\nu_c$ est la demi-largeur déterminée par les collisions, c'est-à-dire celle qui correspond à la quantité γ_c.

Pourtant, le coefficient d'absorption subit non seulement l'action des chocs de deuxième espèce. Une influence bien plus grande sur lui est exercée par le passage des particules étrangères au voisinage de l'atome. Lors de tels passages le champ de forces change au voisinage de l'atome, ce qui entraîne le déplacement des niveaux énergétiques. Il est clair que le déplacement des niveaux de l'atome donné change avec le temps, et pour un instant défini, les niveaux de divers atomes sont déplacés d'une grandeur différente. Il s'ensuit que l'effet mentionné provoque l'élargissement des raies spectrales.

Le problème de la détermination du coefficient d'absorption, vu le passage des particules étrangères au voisinage de l'atome, est très compliqué (voir [3]). Pour le résoudre il faut prendre en considération les différences aussi bien des types des atomes (neutres et ionisés) que des types des particules étrangères (électrons libres, ions, atomes neutres, molécules). On adopte ordinairement que si la particule étrangère se trouve à la distance r de l'atome, la fréquence de la raie se déplace de la quantité

$$\Delta\nu = \frac{C_k}{r^k}, \quad (8.28)$$

où k et C_k sont des constantes différentes pour des cas divers. Lorsqu'une particule chargée passe près de l'atome, $k = 2$ ou $k = 4$ (effet Stark linéaire ou quadratique respectivement). Si les atomes considérés se rencontrent avec des atomes identiques, $k = 3$ (effet de pression propre). Dans les collisions des atomes avec des atomes d'autres éléments ou avec des molécules, $k = 6$ (effet des forces de Van der Waals). Pour chaque cas la constante C_k est déterminée expérimentalement ou d'après des considérations théoriques.

Pour calculer le coefficient d'absorption, la loi d'interaction entre les atomes et les particules étrangères étant donnée, on a élaboré deux méthodes. La première consiste à examiner des rappro-

chements isolés des atomes avec les particules et à sommer par la suite les résultats des rapprochements (méthode des collisions discrètes). La deuxième est fondée sur la détermination de la probabilité de l'intensité de champ dans le cas de la disposition aléatoire des particules excitatrices considérées comme fixes (théorie statistique).

Quand on applique la première méthode, l'atome est remplacé ordinairement par un oscillateur classique, et l'on admet que chaque rencontre de l'atome avec une particule change la phase de l'oscillation. Le changement de phase se calcule pour des rencontres à distances d'impact arbitraires compte tenu de la formule (8.28). Le développement en série de Fourier d'une oscillation à phase changée brusquement conduit à l'expression du coefficient d'absorption analogue à (8.13). En rendant compte de l'agitation thermique des atomes pour le coefficient d'absorption on obtient la formule (8.18), où la quantité a est donnée par la formule (8.27), et $\Delta\nu_c = \gamma_c/4\pi$. Selon le mode indiqué le calcul de la quantité γt pour des cas différents a abouti aux résultats suivants:

$$\gamma_c = 4\pi^3 C_3 n \quad \text{(pour } k = 3\text{)}, \tag{8.29}$$

$$\gamma_c = 38{,}8 C_4^{2/3} v^{1/3} n \quad \text{(pour } k = 4\text{)}, \tag{8.30}$$

$$\gamma_c = 17{,}0 C_6^{2/5} v^{3/5} n \quad \text{(pour } k = 6\text{)}. \tag{8.31}$$

Dans ces formules v est la vitesse moyenne relative de l'atome et de la particule perturbatrice, et n, le nombre de particules en 1 cm³.

Ainsi, dans la théorie approchée adoptée les passages des particules perturbatrices à proximité de l'atome interviennent dans le coefficient d'absorption de la même façon que les chocs de deuxième espèce. En même temps cette influence est analogue à celle de l'amortissement du rayonnement, ce qui fait donner d'habitude à la quantité γ_c le nom de constante d'amortissement par suite des collisions.

La théorie statistique est très simple si l'on admet que la perturbation est provoquée par la particule la plus proche de l'atome. On peut l'admettre approximativement du fait que les perturbations des particules éloignées se compensent dans quelque mesure. Désignons par $W_1(r)\,dr$ la probabilité que la particule la plus proche se trouve à la distance de r à $r + dr$ de l'atome. Il est aisé de montrer que

$$W_1(r)\,dr = e^{-(r/r_0)^3} d\left(\frac{r}{r_0}\right)^3, \tag{8.32}$$

où r_0 est la distance moyenne entre les particules déterminée par la relation

$$\frac{4}{3}\pi r_0^3 n = 1. \tag{8.33}$$

De la probabilité $W_1(r)\,dr$ nous pouvons passer à l'aide de la formule (8.28) à la probabilité de différents déplacements en fréquence. Le coefficient d'absorption k_ν étant proportionnel à cette probabilité, on obtient

$$k_\nu \approx \frac{C_k^{3/k} n}{(\Delta\nu)^{\frac{3+k}{k}}} e^{-\frac{4}{3}\pi n \left(\frac{C_k}{\Delta\nu}\right)^{3/k}}. \qquad (8.34)$$

Il est évident que la formule (8.34) ne peut pas être correcte pour de petites valeurs de $\Delta\nu$, vu que les faibles perturbations sont produites surtout par des particules éloignées. Or, les grandes perturbations sont provoquées surtout par la particule la plus proche. La formule (8.34) peut donc être utilisée lorsque les valeurs de $\Delta\nu$ sont grandes. Dans notre cas, en remplaçant dans (8.34) le facteur exponentiel par l'unité (ce qui est autorisé pour $r \ll r_0$), on trouve

$$k_\nu \approx \frac{C_k^{3/k} n}{(\nu - \nu_0)^{\frac{3+k}{k}}}. \qquad (8.35)$$

La formule (8.35) donne l'expression asymptotique du coefficient d'absorption dans les ailes de la raie.

Bien entendu, si les deux théories envisagées étaient exactes, elles fourniraient des résultats identiques. Or, les deux théories prévoient des hypothèses simplificatrices, ce qui leur affecte à chacune son domaine d'application. L'étude de cette question a montré que la méthode des collisions discrètes assure des résultats corrects pour les parties centrales d'une raie, et la méthode statistique, pour les parties extérieures. Autrement dit, le coefficient d'absorption des parties centrales d'une raie est déterminé par la formule (8.18) à valeurs correspondantes de a et γ_c, tandis que celui des parties extérieures de la raie, par la formule (8.35) qui, comme nous l'avons déjà dit, n'est valide que pour ces parties.

La limite entre les domaines d'application des expressions citées de k_ν dépend aussi bien du type d'interaction entre les atomes et les particules perturbatrices que des conditions physiques dans l'atmosphère stellaire (il se trouve que cette limite se situe d'autant plus loin du centre de la raie que la concentration des particules perturbatrices est plus grande et la vitesse relative moyenne de la particule et de l'atome est plus petite).

Les atmosphères stellaires comportent des particules perturbatrices de différents types, et elles interviennent d'une façon ou d'une autre dans le coefficient d'absorption de la raie donnée. Ordinairement, les parties centrales de la raie subissent l'action des particules d'une sorte, et ses parties extérieures, d'une autre sorte. Mais lorsque la profondeur de l'atmosphère varie, le rôle relatif de dif

férentes particules change lui aussi. Bien entendu, le rôle relatif des particules change aussi lorsqu'on envisage d'autres raies et des atmosphères d'autres types. Il est donc assez ardu d'évaluer correctement l'influence exercée par les particules étrangères (c'est-à-dire par les effets de pression) sur le coefficient d'absorption d'une raie spectrale.

4. **Effet Stark.** Une action particulièrement forte sur le coefficient d'absorption est exercée au voisinage des atomes absorbants par la présence des particules chargées (ions et électrons libres). Dans le champ électrique produit par ces particules les niveaux énergétiques de l'atome se déplacent, c'est-à-dire on observe l'effet Stark. Il est clair qu'à l'instant donné pour divers atomes le déplacement des niveaux est différent ; il en résulte que la raie spectrale s'élargit. On distingue l'effet Stark linéaire et quadratique. Dans le premier cas le déplacement des niveaux est proportionnel au premier degré de l'intensité de champ, dans le deuxième, à son carré. Ceci fait que dans la formule (8.28) qui détermine le déplacement des niveaux, $k = 2$ et $k = 4$, puisque l'intensité de champ est proportionnelle à r^{-2}.

Nous allons examiner plus en détail que dans ce qui précède l'effet Stark linéaire qui intervient dans les niveaux d'hydrogène et les niveaux supérieurs d'hélium. Supposons d'abord que les particules perturbatrices soient des ions. Les vitesses thermiques des ions étant relativement peu grandes, on peut appliquer dans ce cas la théorie statistique, ou comme on dit parfois, la théorie statique.

Nous avons obtenu plus haut l'expression de k_ν sous l'hypothèse que la perturbation n'est provoquée que par la particule la plus proche de l'atome. Maintenant nous tiendrons compte de toutes les particules en admettant que leur disposition dans l'espace est aléatoire.

Soit F l'intensité de champ créé par une particule se trouvant à la distance r de l'atome, c'est-à-dire

$$F = \frac{e}{r^2}, \tag{8.36}$$

et F_0 est l'intensité « moyenne » du champ qui correspond à la valeur de r_0 déterminée par la formule (8.33), c'est-à-dire

$$F_0 = \frac{e}{r_0^2} = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{2/3} en^{2/3} = 2{,}60 en^{2/3}. \tag{8.37}$$

Désignons par β la quantité F/F_0 et par $W(\beta)\,d\beta$, la probabilité que cette quantité soit comprise dans l'intervalle de β à $\beta + d\beta$.

La fonction $W(\beta)$ rendant compte de l'action de toutes les particules a été établie pour la première fois par J. Holtsmark. Elle

est donnée par la formule:

$$W(\beta) = \frac{2}{\pi\beta} \int_0^\infty x \sin x e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{3/2}} dx. \quad (8.38)$$

Avec $\beta \gg 1$ on obtient à partir de (8.38):

$$W(\beta) = 1{,}496\beta^{-5/2} (1 + 5{,}106\, \beta^{-3/2} + 14{,}43\, \beta^{-3} + \ldots), \quad (8.39)$$

et pour $\beta \ll 1$:

$$W(\beta) = \frac{4}{3\pi} \beta^2 (1 - 0{,}4628\beta^2 + 0{,}1227\beta^4 + \ldots). \quad (8.40)$$

Les valeurs de la fonction de Holtsmark sont consignées sur le Tableau 7.

Tableau 7

Fonction de Holtsmark

β	W (β)	β	W (β)	β	W (β)	β	W (β)	β	W (β)	β	W (β)
0	0	1,6	0,367	3,0	0,176	4,6	0,0573	6,0	0,0242	8,5	0,0087
0,2	0,017	1,8	0,360	3,2	0,150	4,8	0,0494	6,2	0,0219	9,0	0,0075
0,4	0,063	2,0	0,339	3,4	0,128	5,0	0,0431	6,4	0,0199	10,0	0,0056
0,6	0,130	2,2	0,310	3,6	0,111	5,2	0,0379	6,6	0,0181	15,0	0,00188
0,8	0,203	2,4	0,275	3,8	0,098	5,4	0,0336	6,8	0,0166	20,0	0,00089
1,0	0,271	2,6	0,238	4,0	0,086	5,6	0,0299	7,0	0,0153	25,0	0,00050
1,2	0,324	2,8	0,206	4,2	0,075	5,8	0,0268	7,5	0,0125	30,0	0,00031
1,4	0,356			4,4	0,065			8,0	0,0104		

Si l'on ne tient compte que de l'action de la particule la plus proche, alors, en utilisant la formule (8.32) et le fait que $\beta = (r_0/r)^2$, on obtiendrait:

$$W(\beta) = \frac{3}{2} e^{-\beta^{-3/2}} \beta^{-5/2}. \quad (8.41)$$

Avec $\beta \gg 1$ la formule (8.41) donne presque les mêmes valeurs de $W(\beta)$ que (8.38). Ceci s'explique par les grandes intensités du champ créées surtout par la particule la plus proche.

Après le calcul de la fonction $W(\beta)$ il est aisé de trouver le coefficient d'absorption k_ν. Evidemment, la quantité β peut s'écrire $\beta = (\nu - \nu_0)/(\Delta\nu)_0$, où $(\Delta\nu)_0$ est le déplacement de la raie sous l'intensité de champ F_0. La probabilité de l'absorption des photons de fréquences s'échelonnant de ν à $\nu + d\nu$ est égale donc à $W[(\nu - \nu_0)/(\Delta\nu)_0] d\nu/(\Delta\nu)_0$. Or, en réalité, dans un champ électrique

une raie se décompose en une série de composantes. Désignons par I_j la force relative de la j-ième composante, et par b_j, le déplacement de cette composante sous une intensité unitaire de champ (donc $(\Delta\nu)_0 = b_j F_0$). Alors, on obtient pour le coefficient d'absorption :

$$k_\nu \sim \sum \frac{I_j}{b_j F_0} W\left(\frac{\nu-\nu_0}{b_j F_0}\right). \tag{8.42}$$

On sait (voir, par exemple, [3]) que

$$b_j = \frac{3h}{8\pi^2 me} n_j, \tag{8.43}$$

où m et e sont la masse et la charge de l'électron, n_j, un nombre entier qui dépend des niveaux initial et final.

Pour réaliser le calcul complet de k_ν utilisons selon l'usage dans ces cas la formule (8.11). Il en résulte

$$k_\nu = \frac{h\nu_0}{c} B_{ik} \sum \frac{I_j}{b_j F_0} W\left(\frac{\nu-\nu_0}{b_j F_0}\right). \tag{8.44}$$

Ce qui présente le plus d'intérêt est le comportement du coefficient d'absorption dans les parties de la raie éloignées du centre. Alors, en ne retenant pour $W(\beta)$ que le premier terme de la formule (8.39) on a

$$k_\nu = \frac{h\nu_0}{c} B_{ik} \frac{1{,}496 F_0^{3/2}}{(\nu-\nu_0)^{5/2}} \sum I_j b_j^{3/2}. \tag{8.45}$$

Pour $k=2$ cette formule correspond pleinement, comme on le sait, à la formule (8.35).

Passons dans la formule (8.45) de la fréquence ν à la longueur d'onde λ et écrivons-la sous la forme:

$$k_\lambda = C \frac{F_0^{3/2}}{(\lambda-\lambda_0)^{5/2}}, \tag{8.46}$$

où C est une constante différente pour diverses raies. Dans le cas des raies de Balmer, elle vaut d'après les calculs $3{,}13\cdot 10^{-16}$ pour H_α; $0{,}885\cdot 10^{-16}$ pour H_β; $0{,}442\cdot 10^{-16}$ pour H_γ et $0{,}309\cdot 10^{-16}$ pour H_δ; $\lambda-\lambda_0$ est exprimée en angströms.

Il convient de souligner que la quantité F_0 qui figure dans la formule (8.46) est l'intensité « moyenne » du champ due aux ions. En portant (8.37) dans (8.46), on trouve:

$$k_\lambda = \frac{4\pi}{3} C \frac{e^{3/2} n}{(\lambda-\lambda_0)^{5/2}}, \tag{8.47}$$

où n est le nombre d'ions dans 1 cm³. Nous voyons que dans les ailes des raies d'hydrogène le coefficient d'absorption est d'autant plus élevé que la concentration des ions est plus grande. On peut

donc s'attendre dans les spectres des étoiles à atmosphères de hautes densités à de larges raies d'absorption d'hydrogène (surtout dans les spectres des naines blanches).

La formule (8.47) montre également que dans les parties extérieures des raies le coefficient d'absorption dû à l'effet Stark décroît comme $(\lambda - \lambda_0)^{-5/2}$. Ceci le distingue sensiblement du coefficient résultant de l'amortissement, qui décroît comme $(\lambda - \lambda_0)^{-2}$.

Considérons maintenant comment influe sur le coefficient d'absorption l'effet Stark dû aux électrons libres. Les vitesses des électrons libres étant grandes, on peut appliquer la méthode des collisions discrètes. Elle aboutit au coefficient d'absorption donné par la formule (8.18) à constante d'amortissement correspondante sous l'effet des collisions. Il s'avère que cette expression de k_λ reste valable jusqu'à une distance bien grande du centre de la raie. Nous noterons cette distance limite par $\Delta\lambda_g$. Le Tableau 8 emprunté à l'article de A. Unsöld [2] consigne les valeurs de la quantité $\Delta\lambda_g$ exprimées en angstrœms pour certaines raies de Balmer. Le même tableau donne à titre de comparaison les valeurs de $\Delta\lambda_g$ pour l'effet Stark provoqué par les protons. On voit que dans ce dernier cas ces valeurs sont très petites. Pour des valeurs de $\lambda - \lambda_0$ dépassant $\Delta\lambda_g$ il convient d'utiliser l'expression de k_λ donnée par la théorie statistique.

Tableau 8

Valeurs de la quantité $\Delta\lambda_g$ pour les raies de Balmer

T		20 000 K	10 000 K	5000 K	3000 K
H_α	électrons	580	230	110	70
	protons	0,63	0,25	0,12	0,08
H_β	électrons	120	48	24	14
	protons	0,13	0,05	0,03	0,02
H_γ	électrons	48	19	9	6
	protons	0,05	0,02	0,01	0,006
H_δ	électrons	32	13	6	4
	protons	0,03	0,01	0,007	0,004

Les calculs réalisés d'après la méthode donnée ont conduit à la conclusion que le coefficient d'absorption dû aux électrons est sensiblement plus petit que celui dû aux protons. Ceci faisait négliger l'action exercée sur le coefficient d'absorption par les électrons. Cependant, il a été établi par la suite que l'expérience ne confirme pas la théorie fondée sur la seule action des protons. Aussi a-t-on procédé à plusieurs recherches pour établir quelle action simultanée exercent les protons et les électrons sur un atome d'hydrogène.

On a pris également en considération les phénomènes non adiabatiques qui consistent en transitions entre les composantes de la fission du niveau énergétique dans un champ électrique, ce qui ne se faisait pas auparavant. On a démontré ainsi que l'influence des électrons sur le coefficient d'absorption est notable.

D'après les résultats obtenus dans les ailes des raies d'hydrogène le coefficient d'absorption se présente sous la forme

$$k_\lambda = C\frac{F_0^{3/2}}{(\lambda-\lambda_0)^{5/2}}\,[1+R\,(n_e,\ T)\,(\lambda-\lambda_0)^{1/2}], \tag{8.48}$$

où le facteur devant les crochets est le coefficient d'absorption dû aux protons, et le deuxième terme entre crochets rend compte de l'influence des électrons. Les valeurs de la quantité $R\ (n_e,\ T)$ des trois raies de Balmer pour de diverses valeurs de la concentration électronique n_e et de la température T sont données par le Tableau 9 (λ — λ_0 est exprimée en angströms).

Tableau 9

Valeurs de la quantité $R\,(n_e,\ T)$

$\lg n_e$ \ T	H_α			H_β			H_γ		
	10^4	$2\cdot10^4$	$4\cdot10^4$	10^4	$2\cdot10^4$	$4\cdot10^4$	10^4	$2\cdot10^4$	$4\cdot10^4$
10	1,05	0,79	0,59	1,05	0,80	0,60	1,37	1,04	0,78
12	0,82	0,63	0,48	0,81	0,62	0,48	1,03	0,80	0,62
14	0,59	0,46	0,36	0,56	0,45	0,35	0,70	0,56	0,45
15	0,47	0,38	0,30	0,45	0,35	0,28	0,53	0,44	0,35
16	0,35	0,30	0,25	0,33	0,26	0,22	0,37	0,31	0,26
17	0,24	0,22	0,19	0,21	0,17	0,15	0,21	0,19	0,17
18	0,12	0,14	0,13	0,09	0,09	0,08	0,09	0,09	0,09

De nombreuses formules du coefficient d'absorption d'une raie spectrale employées en astrophysique sont données par K. Lang dans son ouvrage de référence [4].

§ 9. Raies d'absorption en équilibre thermodynamique local

1. Formules fondamentales. Après la détermination du coefficient d'absorption d'une raie spectrale examinons la formation des raies d'absorption dans le spectre d'une étoile. Nous examinerons la raie apparue lors de la transition de l'i-ième état vers le k-ième état de l'atome donné. Comme dans ce qui précède notons le coefficient d'absorption d'une raie par σ_ν, et le coefficient d'émis-

sion, par ε_ν. Ces quantités dépendent des indices i et k, mais nous ne les écrirons pas pour simplifier l'écriture. Les coefficients d'absorption et d'émission dans le spectre continu seront notés respectivement par α_ν et ε_ν^0. Ces quantités sont dues à tous les atomes présents dans le volume élémentaire donné. Dans les limites de la raie la dépendance des coefficients α_ν et ε_ν^0 par rapport à la fréquence est très faible.

En admettant que l'atmosphère se compose de couches planes parallèles on obtient l'équation suivante de transfert du rayonnement dans la raie spectrale

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = -(\sigma_\nu + \alpha_\nu) I_\nu + \varepsilon_\nu + \varepsilon_\nu^0. \tag{9.1}$$

Ici, comme précédemment, ϑ est l'angle entre les directions du rayonnement et de la normale extérieure aux couches atmosphériques, alors que l'intensité de rayonnement I_ν dépend de r et de ϑ.

En examinant le spectre continu des étoiles nous avons fait l'hypothèse sur l'équilibre thermodynamique local. Aussi, a-t-on

$$\varepsilon_\nu^0 = \alpha_\nu B_\nu(T), \tag{9.2}$$

où $B_\nu(T)$ est l'intensité de Planck pour les fréquences de la raie donnée.

Dans l'analyse de la formation des raies spectrales nous ferons d'abord une hypothèse analogue, c'est-à-dire nous admettrons que

$$\varepsilon_\nu = \sigma_\nu B_\nu(T). \tag{9.3}$$

Il est clair que l'applicabilité de la relation (9.3) impose une justification plus poussée que celle de la relation (9.2), puisque les raies apparaissent en général dans des couches plus superficielles que le spectre continu.

Au lieu de (9.1), les équations (9.2) et (9.3) permettent d'obtenir:

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = -(\sigma_\nu + \alpha_\nu)(I_\nu - B_\nu). \tag{9.4}$$

Soit t_ν la profondeur optique de l'atmosphère sur la fréquence ν à l'intérieur de la raie, c'est-à-dire

$$t_\nu = \int_r^\infty (\sigma_\nu + \alpha_\nu)\, dr. \tag{9.5}$$

Alors, l'équation (9.4) devient

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu(t_\nu, \vartheta)}{dt_\nu} = I_\nu(t_\nu, \vartheta) - B_\nu(T). \tag{9.6}$$

L'intensité d'émission dans la raie provenant de l'atmosphère présente pour nous le plus d'intérêt. Pour cette quantité on tire de l'équation (9.6):

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_\nu(T)\, e^{-t_\nu \sec\vartheta} \sec\vartheta\, dt_\nu. \tag{9.7}$$

Nous introduirons la notation $I_\nu^{(0)}(0, \vartheta)$ pour l'intensité rayonnée par l'atmosphère dans le spectre continu au voisinage de la raie. Cette quantité vaut

$$I_\nu^0(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_\nu(T)\, e^{-\tau_\nu \sec\vartheta} \sec\vartheta\, d\tau_\nu, \tag{9.8}$$

où τ_ν est la profondeur optique de l'atmosphère dans le spectre continu au voisinage de la raie, c'est-à-dire

$$\tau_\nu = \int_r^\infty \alpha_\nu\, dr. \tag{9.9}$$

Le rapport

$$r_\nu(\vartheta) = \frac{I_\nu(0, \vartheta)}{I_\nu^0(0, \vartheta)} \tag{9.10}$$

caractérise le profil de la raie d'absorption à une distance angulaire ϑ du centre du disque stellaire. Il est clair que la quantité $r_\nu(\vartheta)$ doit être obtenue par observation immédiate rien que pour le Soleil (et en principe, pour les variables à éclipses). Quant aux étoiles ordinaires, les observations ne rendent possible que la détermination du profil de la raie d'absorption dans le spectre du disque tout entier. Ce profil est défini par la relation

$$r_\nu = \frac{H_\nu}{H_\nu^0}, \tag{9.11}$$

où H_ν est le flux de rayonnement provenant de l'étoile sur la fréquence ν à l'intérieur de la raie, et H_ν^0, le flux de rayonnement provenant de l'étoile dans le spectre continu près de la raie. La quantité H_ν est donnée par la formule:

$$H_\nu = 2\pi \int_0^\infty B_\nu(T)\, E_2 t_\nu\, dt_\nu, \tag{9.12}$$

où $E_2 t_\nu$ est la deuxième fonction intégrale exponentielle. La quantité H_ν^0 (voir § 4) est déterminée par une formule analogue (en substituant τ_ν à t_ν).

Si l'on connaît la quantité r_ν, on peut sans peine calculer une *largeur* dite *équivalente* d'une raie d'absorption. On entend par ce terme la largeur du secteur voisin du spectre continu, dont l'énergie est égale à l'énergie absorbée par la raie (fig. 11). En notant la largeur équivalente par W, on a par définition

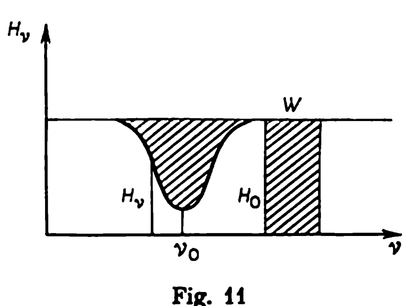


Fig. 11

$$H_\nu^0 W = \int (H_\nu^0 - H_\nu)\, d\nu, \tag{9.13}$$

ou en utilisant (9.11)

$$W = \int (1 - r_\nu)\, d\nu. \tag{9.14}$$

Les formules citées des profils et des largeurs équivalentes des raies seront employées souvent dans ce qui suit.

2. Détermination des profils des raies. Pour calculer les profils des raies d'absorption nous devons connaître la dépendance entre la température T et la profondeur optique t_ν. La relation exacte entre ces quantités peut être fournie seulement par le calcul des modèles des photosphères stellaires. Pourtant, un certain intérêt présente aussi la relation approchée entre T et t_ν dont nous allons profiter.

Les formules (6.1) et (6.5) amènent la formule approchée suivante qui relie entre elles la température T et la profondeur optique t_ν dans le spectre continu:

$$B_\nu(T) = B_\nu(T_0)\left(1 + \beta_\nu \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_\nu} \tau_\nu\right). \tag{9.15}$$

Pour obtenir cette formule on supposait que le rapport du coefficient d'absorption du spectre continu α_ν au coefficient d'absorption moyen $\bar{\alpha}$ ne dépend pas de la profondeur. Nous allons admettre maintenant que le rapport entre le coefficient d'absorption de la raie et le coefficient d'absorption du spectre continu, c'est-à-dire

la quantité σ_ν/α_ν ne dépend pas non plus de la profondeur. Alors, les formules (9.5) et (9.9) donnent:

$$t_\nu = \left(\frac{\sigma_\nu}{\alpha_\nu} + 1\right) \tau_\nu. \tag{9.16}$$

En portant (9.16) dans (9.15) on obtient

$$B_\nu(T) = B_\nu(T_0)\left(1 + \beta_\nu \frac{\bar{\alpha}}{\sigma_\nu + \alpha_\nu} t_\nu\right). \tag{9.17}$$

Pour trouver la quantité $r_\nu(\vartheta)$ calculée d'après la formule (9.10) il faut porter (9.17) dans (9.7) et (9.15) dans (9.8), on obtient alors

$$r_\nu(\vartheta) = \frac{1 + \beta_\nu \dfrac{\bar{\alpha}}{\sigma_\nu + \alpha_\nu} \cos\vartheta}{1 + \beta_\nu \dfrac{\bar{\alpha}}{\alpha_\nu} \cos\vartheta}. \tag{9.18}$$

La formule (9.18) détermine le profil de la raie à une distance angulaire ϑ du centre du disque. D'une façon analogue, on obtient l'expression de la quantité r_ν caractéristique du profil de la raie dans le spectre de toute l'étoile:

$$r_\nu = \frac{1 + \dfrac{2}{3}\beta_\nu \dfrac{\bar{\alpha}}{\sigma_\nu + \alpha_\nu}}{1 + \dfrac{2}{3}\beta_\nu \dfrac{\bar{\alpha}}{\alpha_\nu}}. \tag{9.19}$$

Evidemment, dans le cas de l'équilibre thermodynamique local la raie d'absorption apparaît par suite de la croissance de la température avec la profondeur. Le coefficient d'absorption de la raie étant plus grand que celui du spectre continu, l'émission de la raie nous atteint à partir des couches moins profondes, où la température est plus basse. Aussi l'intensité de la raie s'avère-t-elle justement plus faible que celle du spectre continu. Si la température de l'atmosphère était constante, on aurait dans les formules (9.18) et (9.19) $\beta_\nu = 0$, et donc $r_\nu(\vartheta) = 1$ et $r_\nu = 1$, c'est-à-dire qu'il n'y aurait pas de raies d'absorption.

Il convient de retenir que dans certains cas les formules approchées (9.18) et (9.19) peuvent être peu précises du fait que les quantités σ_ν/α_ν et α_ν/α considérées comme constantes peuvent dans les atmosphères réelles varier fortement avec la profondeur.

Nous avons déjà dit que pour obtenir des profils de raie précis il faut réaliser des calculs préalables des modèles des photosphères stellaires. Ces calculs donnent la distribution de la température et de la densité dans les couches superficielles de l'étoile où apparaissent des raies d'absorption. En utilisant ces données on peut calculer les coefficients d'absorption σ_ν et α_ν à des profondeurs

différentes, et par suite, les profondeurs optiques t_ν et τ_ν sous la forme de fonctions de la profondeur géométrique.

A titre d'exemple de construction des modèles des photosphères stellaires et de calculs ultérieurs des spectres continus et de raies on peut indiquer l'ouvrage de Jager et Neven. Ces auteurs ont établi 50 modèles des photosphères à températures superficielles T_0 de 4000 à 25 000 K et à valeurs de lg g s'échelonnant de 1 à 5. Ils ont trouvé pour chaque modèle la répartition de l'énergie dans le spectre continu et déterminé les profils et les largeurs équivalentes de nombreuses raies (atomes d'hydrogène, d'hélium, de carbone, d'azote, etc.). Une partie des résultats relatifs à H_γ est consignée dans le Tableau 10. Ce tableau composé pour le cas $T_0 = 14\,000$ K contient les valeurs de la quantité r_ν à des distances différentes du centre de la raie (exprimées en angströms) et pour des valeurs différentes de lg g. La dernière colonne du tableau donne les largeurs équivalentes W en angströms.

Pour le calcul du profil de la raie H_γ on a pris l'expression du coefficient d'absorption qui rend compte de l'effet Stark. On sait que cet effet agit d'autant plus fort que la densité est plus élevée, et la densité dans l'atmosphère est d'autant plus élevée que l'accélération de la pesanteur est plus grande. Ceci explique le fait que la largeur équivalente de la raie W croît avec l'augmentation de g.

Tableau 10

Quantités r_ν et W de la raie H_γ pour différentes accélérations de la pesanteur dans l'atmosphère de l'étoile

lg g \ $\Delta\lambda$	0	0,5	1	2	4	8	16	32	W
1	0,70	0,74	0,92	0,97	1,00				0,60
2	0,72	0,76	0,84	0,92	0,99	1,00			0,90
3	0,74	0,78	0,81	0,86	0,91	0,96	1,00		2,05
4	0,75	0,76	0,77	0,80	0,86	0,93	0,98	1,00	3,50
5	0,78	0,79	0,81	0,83	0,86	0,90	0,95	1,00	4,20

3. Raies faibles et ailes des raies fortes. Les formules citées précédemment, déterminant les profils des raies d'absorption, deviennent sensiblement plus simples dans le cas des raies faibles telles que $\sigma_\nu \ll \alpha_\nu$. Il est évident que cette inégalité est également vraie pour les parties extérieures des raies fortes nommées habituellement ailes. La simplification des formules de r_ν les concerne donc aussi.

Examinons une raie quelconque dans le spectre d'une étoile tout entière. Si la condition $\sigma_\nu \ll \alpha_\nu$ est respectée, la formule (9.19)

peut se récrire sous la forme:

$$1-r_\nu=\frac{\beta_\nu}{\frac{3}{2}\frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}}+\beta_\nu}\frac{\sigma_\nu}{\alpha_\nu}. \tag{9.20}$$

On voit que dans ce cas la quantité $1 - r_\nu$ est proportionnelle au coefficient d'absorption de la raie σ_ν. Pour ce qui est du facteur devant σ_ν, on peut admettre qu'il ne dépend pas de la fréquence.

Au paragraphe précédent nous avons obtenu les expressions du coefficient d'absorption des parties extérieures d'une raie. Ces expressions et la formule (9.20) permettent de trouver la quantité $1 - r_\nu$ dans les ailes des raies fortes. En particulier, si σ_ν est déterminé par l'amortissement de l'émission, il vient

$$1-r_\lambda=\frac{D_1}{(\Delta\lambda)^2}, \tag{9.21}$$

et si σ_ν est déterminé par l'effet Stark, alors

$$1-r_\lambda=\frac{D_2}{(\Delta\lambda)^{5/2}}, \tag{9.22}$$

où D_1 et D_2 sont des constantes. Toutefois, il convient de retenir que la formule (9.22) ne rend compte que de l'influence des protons. Mais si on fait entrer également en ligne de compte l'influence des électrons, alors, comme on peut conclure sur la base de l'expression (8.48) des coefficients d'absorption, dans les ailes assez éloignées la quantité $1 - r_\lambda$ est encore donnée par la formule (9.21) (bien entendu avec une autre valeur de la constante D_1). La valeur de $\Delta\lambda$ à laquelle dans le cas de l'action de l'effet Stark il faut passer d'une formule de la quantité $1 - r_\lambda$ à l'autre, dépend de la concentration électronique et de la température.

(9.20) est une formule approchée, puisqu'elle est fondée sur la formule approchée (9.15) et sur l'hypothèse de la quantité σ_ν/α_ν invariable dans l'atmosphère. Pourtant, lorsque l'inégalité $\sigma_\nu \ll \ll \alpha_\nu$ est observée, on peut également obtenir une formule simplifiée de r_ν sans recourir aux suppositions mentionnées.

D'après les formules (9.11) et (9.12), on a

$$r_\nu=\frac{\int\limits_0^\infty B_\nu(T)\,E_2t_\nu\,dt_\nu}{\int\limits_0^\infty B_\nu(T)\,E_2\tau_\nu\,d\tau_\nu}. \tag{9.23}$$

Examinons le numérateur de cette expression. En utilisant l'égalité

$$dt_\nu=\left(\frac{\sigma_\nu}{\alpha_\nu}+1\right)d\tau_\nu,$$

on peut la mettre sous la forme de la somme:

$$\int_0^\infty B_\nu(T)\, E_2 t_\nu\, dt_\nu = \int_0^\infty B_\nu(T)\, E_2 t_\nu\, d\tau_\nu + \int_0^\infty B_\nu(T)\, E_2 t_\nu \frac{\sigma_\nu}{\alpha_\nu}\, d\tau_\nu. \tag{9.24}$$

Pour le premier terme on trouve

$$\int_0^\infty B_\nu(T)\, E_2 t_\nu\, d\tau_\nu = \int_1^\infty \frac{dz}{z^2} \int_0^\infty B_\nu(T)\, e^{-t_\nu z}\, d\tau_\nu =$$

$$= -\int_1^\infty \frac{dz}{z^2} \int_0^\infty e^{-(t_\nu - \tau_\nu) z}\, d\tau_\nu \frac{d}{d\tau_\nu} \int_{\tau_\nu}^\infty B_\nu(T')\, e^{-\tau'_\nu z}\, d\tau'_\nu =$$

$$= \int_0^\infty B_\nu(T)\, E_2 \tau_\nu\, d\tau_\nu - \int_0^\infty \frac{\sigma_\nu}{\alpha_\nu}\, d\tau_\nu \int_{\tau_\nu}^\infty B_\nu(T')\, E_1 \tau'_\nu\, d\tau'_\nu \tag{9.25}$$

(on a utilisé ici l'intégration par parties). Quant au deuxième terme, avec $\sigma_\nu \ll \alpha_\nu$ on peut simplement remplacer t_ν par τ_ν. Au lieu de la relation (9.24) on obtient donc

$$\int_0^\infty B_\nu(T)\, E_2 t_\nu\, dt_\nu = \int_0^\infty B_\nu(T)\, E_2 \tau_\nu\, d\tau_\nu -$$

$$- \int_0^\infty \frac{\sigma_\nu}{\alpha_\nu}\, d\tau_\nu \left[\int_{\tau_\nu}^\infty B_\nu(T')\, E_1 \tau'_\nu\, d\tau'_\nu - B_\nu(T)\, E_2 \tau_\nu \right]. \tag{9.26}$$

En portant (9.26) dans (9.23), il vient

$$1 - r_\nu = \int_0^\infty \frac{\sigma_\nu}{\alpha_\nu} G(\tau_\nu)\, d\tau_\nu, \tag{9.27}$$

où l'on a introduit la notation

$$G(\tau_\nu) = \frac{\int_{\tau_\nu}^\infty B_\nu(T)\, E_1 \tau_\nu d\tau_\nu - B_\nu(T)\, E_2 \tau_\nu}{\int_0^\infty B_\nu(T)\, E_2 \tau_\nu\, d\tau_\nu}. \tag{9.28}$$

La formule (9.28) peut se récrire sous la forme:

$$G(\tau_\nu) = \frac{\int_{\tau_\nu}^\infty \frac{dB_\nu(T)}{d\tau_\nu} E_2 \tau_\nu\, d\tau_\nu}{\int_0^\infty B_\nu(T)\, E_2 \tau_\nu\, d\tau_\nu} \tag{9.29}$$

De cette façon, pour la quantité r_ν cherchée on a obtenu la formule (9.27) où la fonction $G(\tau_\nu)$ est donnée par la formule (9.29). On voit sans peine que lorsque pour $B_\nu(T)$ on adopte l'expression (9.15) et que dans l'atmosphère la quantité σ_ν/α_ν est considérée comme constante, (9.27) se transforme en formule (9.20) citée plus haut.

La fonction $G(\tau_\nu)$ de la formule (9.27) est la *fonction de poids* de la quantité σ_ν/α_ν. La commodité du calcul d'après cette formule est définie par la fonction de poids qui ne dépend que des quantités caractéristiques du spectre continu (et non de la raie) et dans laquelle la fréquence intervient faiblement. La fonction de poids de l'atmosphère donnée peut donc au préalable être tabulée pour calculer ensuite d'après la formule (9.27) les profils de différentes raies.

Le calcul de la quantité r_ν pour des raies faibles et les ailes des raies fortes a été envisagé pour la première fois par Unsöld (voir [5]). La «méthode des fonctions de poids» qu'il a proposée a été déjà décrite pour le cas de l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local. Mais cette méthode est appliquée également dans d'autres cas avec de différentes modifications.

4. Ecarts de l'équilibre thermodynamique. L'hypothèse avancée précédemment sur l'équilibre thermodynamique local simplifie notablement la théorie des spectres stellaires. Or, une question se pose, à savoir: dans quelle mesure cette hypothèse est-elle justifiée ?

Adressons-nous d'abord à la comparaison de la théorie avec les observations. La formule (9.7) entraîne qu'en passant du centre du disque vers le bord l'intensité à l'intérieur de la raie doit tendre vers l'intensité du spectre continu au bord du disque, c'est-à-dire on doit avoir

$$I_\nu(0, \vartheta) \to B_\nu(T_0) \quad \text{pour} \quad \vartheta \to \frac{\pi}{2}. \tag{9.30}$$

Autrement dit, les raies d'absorption au bord du disque doivent disparaître. Ceci est rendu particulièrement clair par la formule (9.18) d'où il s'ensuit que pour $\vartheta \to \pi/2$, $r_\nu(\vartheta) \to 1$.

Cependant, les données d'observation de la variation des profils des raies dans le disque solaire montrent qu'en réalité au bord du disque les raies ne disparaissent pas.

On comprend aisément ce qui engendre ce désaccord entre la théorie et l'observation. Dans les couches profondes de l'atmosphère les atomes sont excités surtout sous l'action des collisions. Ceci fait qu'avec la contribution de la distribution maxwellienne des particules selon les vitesses s'établit une distribution de Boltzmann des atomes selon les niveaux excités. A son tour, ceci conduit à rendre le rapport entre le coefficient d'émission ε_ν et le coefficient

d'absorption σ_ν égal à l'intensité de Planck à la température égale à la température cinétique du gaz. De la sorte, on peut admettre dans les couches profondes de l'atmosphère la présence de l'équilibre thermodynamique local. Pourtant, lorsqu'on passe à des couches moins profondes, le rôle des collisions dans l'excitation des atomes diminue, alors que dans les couches les plus supérieures l'excitation est produite essentiellement par le rayonnement. Il s'ensuit que la densité de ce rayonnement se distingue fort de la densité de Planck, et la distribution des atomes selon les états n'est plus déterminée par la formule de Boltzmann. Aussi la loi de Kirchhoff-Planck n'est-elle pas respectée non plus.

De la sorte, les couches supérieures de l'atmosphère doivent être le siège des écarts notables de l'équilibre thermodynamique local. C'est ce qui explique que les profils des raies calculés sous l'hypothèse de la présence de l'équilibre thermodynamique local ne s'accordent pas avec les profils des raies observés.

D'après ce qui vient d'être dit, en résolvant le problème de la formation dans les spectres stellaires des raies d'absorption, le coefficient d'émission dans la raie ε_ν ne peut pas être donné par la formule (9.3), il doit être déterminé par la résolution du problème lui-même. Plus précisément, la recherche des profils des raies d'absorption doit se fonder sur l'examen du transfert du rayonnement dans les raies spectrales. Cet examen fera l'objet des paragraphes qui suivent. Pour l'instant notons que la résolution rigoureuse du problème de la formation des spectres de raies des étoiles présente de grandes difficultés. Ceci fait que souvent dans le calcul des profils on utilise quand même les formules indiquées fondées sur l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local. Vraisemblablement, cette procédure peut être appliquée en tant qu'une approximation aux raies faibles apparues dans des couches relativement profondes de l'atmosphère.

Il est clair que l'exploration du transfert du rayonnement dans les raies spectrales doit tenir compte simultanément de toutes les raies de l'atome donné, c'est-à-dire envisager un atome à niveaux multiples. Pourtant, dans ce qui suit nous examinerons surtout une raie spectrale isolée, c'est-à-dire un atome à deux niveaux. Il le faut pour obtenir la réalité en première approximation, ainsi que pour une intelligence plus nette des processus physiques qui sont à l'origine des spectres de raies stellaires.

§ 10. Raies d'absorption dans la diffusion cohérente

1. Modèle de Schwarzschild-Schuster. Au paragraphe précédent nous avons émis l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local dans les atmosphères stellaires et utilisé la formule (9.3) appropriée du coefficient d'émission de la raie ε_ν. Or, cette hypothèse

n'est pas confirmée par les observations et il faut donc examiner ceux des processus réels qui déterminent la quantité ε_ν. Nous avons déjà dit que dans les couches d'une étoile l'excitation des atomes est provoquée surtout par le rayonnement. Par conséquent, l'énergie émise par un volume quelconque dépend de l'énergie radiative que ce dernier absorbe. Pour écrire l'expression de ε_ν il faut donc connaître la part que fait l'énergie émise sur la fréquence ν à l'intérieur de la raie donnée, par rapport à l'énergie radiative absorbée tout entière.

Pour trouver la quantité ε_ν nous ferons d'abord les deux hypothèses suivantes:

1. Admettons que la quantité d'énergie rayonnée dans la raie donnée par volume élémentaire est égale exactement à la quantité d'énergie absorbée dans la même raie par ce volume, c'est-à-dire qu'il n'y a ni redistribution de l'énergie entre les raies, ni non plus d'autres processus qui impliquent l'apparition ou la disparition des quanta dans la raie considérée. On parle alors de la diffusion pure du rayonnement dans la raie spectrale.

2. Admettons que l'énergie absorbée par un volume élémentaire sur la fréquence donnée à l'intérieur de la raie est émise par celle-ci exactement sur la même fréquence, c'est-à-dire qu'à l'intérieur de la raie il n'y a pas de redistribution de rayonnement selon les fréquences. Un tel processus s'appelle *diffusion cohérente du rayonnement*.

Les hypothèses précitées ont été faites déjà dans les premiers ouvrages sur la théorie des spectres stellaires et ont été reconnues pendant longtemps. Par la suite il s'est avéré qu'elles sont très loin de la réalité. Ceci a imposé différentes mises au point de la théorie que nous examinerons plus tard.

Ces hypothèses impliquent que chaque volume élémentaire émet sur la fréquence donnée à l'intérieur de la raie autant de l'énergie qu'il en absorbe. De la sorte, nous considérons qu'une atmosphère stellaire est le siège d'un équilibre radiatif monochromatique. Evidemment, l'équation qui traduit cet équilibre s'écrit:

$$4\pi\varepsilon_\nu = \sigma_\nu \int I_\nu \, d\omega, \tag{10.1}$$

où l'intégration porte sur tous les angles solides.

Nous avons déjà dit dans l'introduction à ce chapitre qu'au début la théorie des spectres stellaires admettait qu'il existe une limite bien nette entre la photosphère et l'atmosphère. On considérait que le rayonnement provenant de la photosphère ne possède pas de raies d'absorption et que celles-ci apparaissent lorsque le rayonnement passe par l'atmosphère. Ce modèle des couches externes d'une étoile porte le nom de Schwarzschild-Schuster.

En l'adoptant nous devons annuler dans l'équation de transfert (9.1) les coefficients d'absorption et d'émission du spectre continu. Alors, l'équation de transfert du rayonnement devient

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = -\sigma_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu. \tag{10.2}$$

Introduisons la profondeur optique sur la fréquence ν

$$t_\nu = \int_r^\infty \sigma_\nu \, dr \tag{10.3}$$

et la notation

$$\varepsilon_\nu = \sigma_\nu S_\nu. \tag{10.4}$$

Alors, au lieu des équations (10.1) et (10.2) on obtient

$$\left.\begin{aligned} \cos\vartheta \frac{dI_\nu(t_\nu, \vartheta)}{dt_\nu} &= I_\nu(t_\nu, \vartheta) - S_\nu(t_\nu), \\ S_\nu(t_\nu) &= \frac{1}{2}\int_0^\pi I_\nu(t_\nu, \vartheta) \sin\vartheta \, d\vartheta. \end{aligned}\right\} \tag{10.5}$$

Notons que formellement les équations (10.5) ne se distinguent pas des équations (2.8) de la théorie des photosphères. Cependant les équations (2.8) concernent le rayonnement intégral, alors que les équations (10.5), le rayonnement de fréquence ν défini à l'intérieur de la raie.

Au système d'équations (10.5) il faut encore ajouter les conditions aux limites. La condition à la limite supérieure de l'atmosphère (pour $t_\nu = 0$) traduit l'absence du rayonnement incident provenant de l'extérieur

$$I_\nu(0, \vartheta) = 0 \quad \text{pour} \quad \vartheta > \frac{\pi}{2}. \tag{10.6}$$

La condition à sa limite inférieure (pour $t_\nu = t_\nu^0$) doit traduire le fait que l'intensité du rayonnement passant de la photosphère dans l'atmosphère est donnée et égale à l'intensité rayonnée par le spectre continu sur la fréquence ν (on peut, évidemment, la considérer égale à l'intensité du rayonnement provenant de l'atmosphère au voisinage de la raie). En désignant, comme dans ce qui précède, cette intensité par $I_\nu^0(0, \vartheta)$, il vient

$$I_\nu(t_\nu^0, \vartheta) = I_\nu^0(0, \vartheta) \quad \text{pour} \quad \vartheta < \frac{\pi}{2}. \tag{10.7}$$

Ainsi, le problème consiste à résoudre le système d'équations (10.5) sous les conditions aux limites (10.6) et (10.7).

A cet effet on peut recourir aux méthodes exposées dans le Premier chapitre. Appliquons à ce système la première méthode approchée, c'est-à-dire celle de Schwarzschild-Schuster.

Désignons par I'_ν l'intensité moyenne du rayonnement se déplaçant de bas vers le haut, et par I''_ν, celle du rayonnement se déplaçant de haut vers le bas; au lieu du système d'équations (10.5) on obtient approximativement:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{2}\frac{dI'_\nu}{dt_\nu}=I'_\nu-S_\nu, \qquad -\frac{1}{2}\frac{dI''_\nu}{dt_\nu}=I''_\nu-S_\nu, \\ &S_\nu=\frac{1}{2}(I'_\nu+I''_\nu). \end{aligned}\right\} \tag{10.8}$$

Les équations (10.8) entraînent que

$$I'_\nu - I''_\nu = F_\nu, \quad I'_\nu + I''_\nu = 2F_\nu t_\nu + C_\nu, \tag{10.9}$$

où F_ν et C_ν sont des constantes arbitraires.

Dans le cas considéré les conditions aux limites (10.6) et (10.7) se mettent sous la forme:

$$I''_\nu=0 \quad \text{pour} \quad t_\nu=0, \quad I'_\nu=\bar{I}^0_\nu \quad \text{pour} \quad t_\nu=t^0_\nu, \tag{10.10}$$

où $\bar{I}^0_\nu$ est l'intensité moyenne du rayonnement se déplaçant de la photosphère dans l'atmosphère. A l'aide de (10.10) on trouve

$$C_\nu=F_\nu, \quad F_\nu=\frac{\bar{I}^0_\nu}{1+t^0_\nu}. \tag{10.11}$$

La connaissance des constantes arbitraires permet d'obtenir à partir des équations (10.8) et (10.9) l'expression de la fonction S_ν:

$$S_\nu=\frac{\bar{I}^0_\nu}{1+t^0_\nu}\left(\frac{1}{2}+t_\nu\right). \tag{10.12}$$

L'intensité du rayonnement provenant de l'atmosphère est alors égale à

$$I_\nu(0, \vartheta)=\int_0^{t^0_\nu} S_\nu(t_\nu)\,e^{-t_\nu \sec\vartheta}\sec\vartheta\, dt_\nu+I^0_\nu(0, \vartheta)\,e^{-t^0_\nu \sec\vartheta}. \tag{10.13}$$

Si nous portons ici l'expression de S_ν et utilisons la formule (9.10), nous obtiendrons la quantité cherchée $r_\nu(\vartheta)$ caractéristique du profil de la raie d'absorption à la distance angulaire ϑ du centre du disque.

Pour calculer la quantité r_ν caractéristique du profil de la raie dans le spectre de l'étoile tout entière il faut trouver les flux du

rayonnement issu de l'atmosphère sur la fréquence ν à l'intérieur de la raie et dans le spectre continu. En approximation adoptée ces quantités valent

$$H_\nu = \pi F_\nu, \quad H_\nu^0 = \pi \bar{I}_\nu^0. \tag{10.14}$$

En portant (10.14) dans (9.11) et en utilisant la deuxième des formules (10.11) on obtient

$$r_\nu = \frac{1}{1+t_\nu^0}. \tag{10.15}$$

Notons que la quantité $1/(1 + t_\nu^0)$ est la part du rayonnement photosphérique ayant traversé l'atmosphère sur la fréquence ν (en général, après de multiples diffusions). Quant à la quantité $t_\nu^0/(1 + t_\nu^0)$, c'est la part de ce rayonnement réfléchi dans la photosphère.

Nous pouvons récrire la formule (10.15) sous une forme quelque peu différente. La quantité t_ν^0 qui figure dans cette expression et qui présente l'épaisseur optique de l'atmosphère sur la fréquence ν, s'écrit

$$t_\nu^0 = \int_{r_0}^{\infty} \sigma_\nu \, dr, \tag{10.16}$$

où r_0 est le rayon de la base de l'atmosphère. Mettons le coefficient d'absorption volumique sous la forme $\sigma_\nu = nk_\nu$, où n est le nombre d'atomes à l'état inférieur de la raie considérée (ou, comme on le dit parfois, le nombre d'atomes absorbants) dans 1 cm³, et k_ν, le coefficient d'absorption par atome. Alors, si l'on admet que k_ν ne dépend pas de l'emplacement dans l'atmosphère, au lieu de (10.16) on obtient

$$t_\nu^0 = k_\nu N, \tag{10.17}$$

où

$$N = \int_{r_0}^{\infty} n(r) \, dr. \tag{10.18}$$

La quantité N est le nombre d'atomes absorbants dans une colonne de section droite de 1 cm² au-dessus de la photosphère. En portant (10.17) dans (10.15), on trouve

$$r_\nu = \frac{1}{1+k_\nu N}. \tag{10.19}$$

Si pour résoudre le système d'équations (10.5) on utilisait la seconde méthode approchée (c'est-à-dire celle d'Eddington), pour la quantité r_ν on obtiendrait l'expression suivante:

$$r_\nu = \frac{1}{1+\frac{3}{4}k_\nu N}. \qquad (10.20)$$

On voit qu'elle ne se distingue pas beaucoup de (10.19).

2. Modèle d'Eddington. L'hypothèse faite plus haut sur la division des parties extérieures d'une étoile en deux tranches, la photosphère et l'atmosphère, est assez grossière. Nous allons maintenant la rejeter pour admettre que chaque volume élémentaire est le siège de l'absorption et de l'émission de l'énergie rayonnée aussi bien dans le spectre continu que dans les raies. Ce modèle des couches extérieures d'une étoile porte le nom d'Eddington.

En toute rigueur, si on adopte le modèle d'Eddington, les problèmes de la formation des spectres continu et de raies doivent être cumulés. Cependant l'émission et l'absorption des raies interviennent peu dans la formation du spectre continu et en première approximation on peut les négliger (nous savons du § 8 que cette influence est prise en considération en deuxième approximation sous la forme d'un « effet de couverture »). Par conséquent, on peut admettre que pour la résolution du problème de la formation des spectres de raies des étoiles, toutes les quantités relatives au spectre continu sont connues.

Les équations qui déterminent pour le modèle d'Eddington l'intensité de rayonnement à l'intérieur d'une raie ont été déjà obtenues dans ce qui précède. L'une d'elles est l'équation de transfert du rayonnement (9.1), et l'autre, l'équation d'équilibre radiatif (10.1). (9.1) peut se récrire sous la forme

$$\cos\vartheta\,\frac{dI_\nu}{dr} = -(\sigma_\nu+\alpha_\nu)\,I_\nu+\varepsilon_\nu+\alpha_\nu B_\nu(T). \qquad (10.21)$$

Nous avons profité ici de la relation (9.2) en admettant que pour le spectre continu l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local est justifiée. Portons (10.1) dans (10.21) pour obtenir l'équation intégro-différentielle de calcul de la quantité I_ν:

$$\cos\vartheta\,\frac{dI_\nu}{dr} = -(\sigma_\nu+\alpha_\nu)\,I_\nu+\sigma_\nu\int I_\nu\frac{d\omega}{4\pi}+\alpha_\nu B_\nu(T). \qquad (10.22)$$

En introduisant la profondeur optique dans le spectre continu τ_ν à l'aide de la relation $d\tau_\nu = -\alpha_\nu\,dr$, au lieu de (10.22) on trouve

$$\cos\vartheta\,\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = (\eta_\nu+1)\,I_\nu-\eta_\nu\int I_\nu\frac{d\omega}{4\pi}-B_\nu(T), \qquad (10.23)$$

où l'on a introduit la notation

$$\eta_\nu = \frac{\sigma_\nu}{\alpha_\nu}. \tag{10.24}$$

En général, la quantité η_ν est une fonction très compliquée de la profondeur; aussi, pour simplifier, adoptons-nous dans ce qui suit que $\eta_\nu = \text{const}$.

Pour obtenir la solution approchée de (10.23) appliquons la méthode d'Eddington (voir § 2). Au préalable introduisons les notations:

$$\overline{I}_\nu = \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi}, \quad \overline{H}_\nu = \int I_\nu \cos\vartheta \frac{d\omega}{4\pi}. \tag{10.25}$$

La quantité $\overline{I}_\nu$ est l'intensité moyenne rayonnée au point donné et $4\pi\overline{H}_\nu$, le flux de rayonnement.

En multipliant (10.23) d'abord par $d\omega/4\pi$, puis par $\cos\vartheta\, d\omega/4\pi$, et en intégrant par rapport à tous les angles solides, il vient

$$\frac{d\overline{H}_\nu}{d\tau_\nu} = \overline{I}_\nu - B_\nu, \tag{10.26}$$

$$\frac{1}{3}\frac{d\overline{I}_\nu}{d\tau_\nu} = (1+\eta_\nu)\overline{H}_\nu. \tag{10.27}$$

Nous avons utilisé ici la relation approchée

$$\int I_\nu \cos^2\vartheta \frac{d\omega}{4\pi} = \frac{1}{3}\overline{I}_\nu. \tag{10.28}$$

Les équations (10.26) et (10.27) permettent de déduire l'expression pour le calcul de $\overline{I}_\nu$:

$$\frac{d^2\overline{I}_\nu}{d\tau_\nu^2} = 3(1+\eta_\nu)(\overline{I}_\nu - B_\nu). \tag{10.29}$$

Pour la grandeur $B_\nu(T)$ nous prendrons, comme auparavant, l'expression (9.15), c'est-à-dire nous la considérerons comme une fonction linéaire de τ_ν. Dans ce cas la solution partielle de l'équation (10.29) sera simplement égale à $B_\nu(T)$. Tandis qu'à titre de solution générale de cette équation on trouve

$$\overline{I}_\nu = C_\nu e^{-\tau_\nu\sqrt{3(1+\eta_\nu)}} + D_\nu e^{\tau_\nu\sqrt{3(1+\eta_\nu)}} + B_\nu, \tag{10.30}$$

où C_ν et D_ν sont des constantes arbitraires.

Evidemment, dans les couches profondes de l'atmosphère, où les raies dans le spectre sont absentes, $I_\nu = B_\nu$. Il faut donc que $D_\nu = 0$. Par conséquent, on a

$$\overline{I}_\nu = C_\nu e^{-\tau_\nu\sqrt{3(1+\eta_\nu)}} + B_\nu(T_0)(1+\beta_\nu^*\tau_\nu), \tag{10.31}$$

où l'on introduit la notation $\beta_\nu^* = \beta_\nu \bar{\alpha}/\alpha_\nu$. A l'aide de (10.27) on obtient

$$\overline{H}_\nu = \frac{1}{3(1+\eta_\nu)}\left[-C_\nu e^{-\tau_\nu\sqrt{3(1+\eta_\nu)}}\sqrt{3(1+\eta_\nu)} + B_\nu(T_0)\beta_\nu^*\right]. \quad (10.32)$$

La constante C_ν se calcule en utilisant la condition aux limites (10.6). En approximation retenue elle peut s'écrire:

$$\overline{I}_\nu = 2\overline{H}_\nu \quad (\text{pour } \tau_\nu = 0). \quad (10.33)$$

En portant (10.31) et (10.32) dans (10.33) on trouve

$$C_\nu \sqrt{3(1+\eta_\nu)} = -\frac{3(1+\eta_\nu) - 2\beta_\nu^*}{\sqrt{3(1+\eta_\nu)}+2} B_\nu(T_0). \quad (10.34)$$

Ayant pour tâche la détermination du profil de la raie dans le spectre, nous devons trouver le flux de rayonnement issu de l'étoile, c'est-à-dire la quantité $H_\nu(0) = 4\pi\overline{H}_\nu(0)$. En posant dans la formule (10.32) $\tau_\nu = 0$ et en tenant compte de (10.34) il vient

$$H_\nu(0) = 4\pi B_\nu(T_0)\frac{1+\dfrac{\beta_\nu^*}{\sqrt{3(1+\eta_\nu)}}}{\sqrt{3(1+\eta_\nu)}+2}. \quad (10.35)$$

Hors de la raie spectrale $\eta_\nu = 0$. Par conséquent, le flux de rayonnement du spectre continu au voisinage de la raie est

$$H_\nu^0(0) = 4\pi B_\nu(T_0)\frac{1+\dfrac{\beta_\nu^*}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}+2}. \quad (10.36)$$

Il s'ensuit des (10.35) et (10.36):

$$r_\nu = \frac{H_\nu(0)}{H_\nu^0(0)} \frac{1+\dfrac{\beta_\nu^*}{\sqrt{3(1+\eta_\nu)}}}{1+\dfrac{\beta_\nu^*}{\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3(1+\eta_\nu)}+2}. \quad (10.37)$$

C'est la formule qui dans le spectre stellaire détermine justement le profil d'une raie d'absorption.

Notons que dans les parties centrales des raies fortes $\eta_\nu \gg 1$. Donc, dans notre cas, il vient

$$r_\nu \simeq \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+\beta_\nu^*} \cdot \frac{1}{\sqrt{\eta_\nu}}. \quad (10.38)$$

On voit que la quantité r_ν ne dépend de β_ν^* que par l'intermédiaire du flux dans le spectre continu. Quant aux parties centrales d'une raie, le flux ne dépend là pratiquement pas de β_ν^*. Ceci découle de ce

que les parties centrales des raies fortes se forment dans les couches les plus superficielles de l'atmosphère, où l'on peut admettre que $B_\nu(T) = B_\nu(T_0)$.

Dans les parties extérieures d'une raie $\eta_\nu \ll 1$. Alors, la formule (10.37) donne

$$r_\nu = 1 - \frac{\eta_\nu}{2}\left(\frac{\beta_\nu^*}{\sqrt{3}+\beta_\nu^*} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2}\right). \tag{10.39}$$

Ainsi, la quantité $1 - r_\nu$ est proportionnelle au coefficient d'absorption de la raie σ_ν [tout comme d'après la formule (9.20)].

L'équation (10.21) et l'expression obtenue de la quantité $\bar{I}_\nu$ rendent également possible l'obtention de la quantité $r_\nu(\vartheta)$, mais nous ne nous attarderons pas à réaliser cette opération.

3. Fluorescence dans les atmosphères stellaires. Les expressions de r_ν obtenues dans ce qui précède déterminent les profils théoriques des raies d'absorption. Or, dans le cas du modèle de Schwarzschild-Schuster, aussi bien que dans celui du modèle d'Eddington, ces profils ne sont pas en bon accord avec les profils observés. La divergence est particulièrement grande pour les intensités centrales des raies. Dans ces conditions, pour les raies fortes les valeurs théoriques de r_{ν_0} sont sensiblement plus petites que les valeurs observées (voir en détail au § 11).

Les divergences évoquées témoignent que les hypothèses avancées pour composer les équations (10.1) ne sont pas en fait réalisées. L'une de ces hypothèses consistait à admettre que chaque raie soit le siège d'une diffusion pure du rayonnement. En réalité, les atmosphères stellaires donnent lieu aux processus de fluorescence, c'est-à-dire à la redistribution du rayonnement entre les raies, ainsi qu'entre les raies et le spectre continu. Il est évident que la redistribution du rayonnement entre les raies ne peut pas entraîner l'augmentation des intensités centrales de toutes les raies: si l'intensité d'une raie a augmenté, celle des autres raies doit décroître.

La marche des choses est tout à fait différente dans le cas de la redistribution du rayonnement entre les raies et le spectre continu. Considérons pour simplifier un atome possédant seulement trois niveaux d'énergie (1, 2 et 3), les deux premiers étant discrets, et le troisième correspondant à l'état ionisé. Outre le processus de diffusion pure dans la raie spectrale ($1 \to 2 \to 1$) que nous avons examiné plus haut, deux processus cycliques réciproquement opposés suivants sont possibles: 1) transition $1 \to 3 \to 2 \to 1$, c'est-à-dire ionisation de l'atome depuis le premier état, capture de l'électron au deuxième niveau et émission d'un quantum dans la raie; 2) transition $1 \to 2 \to 3 \to 1$, c'est-à-dire absorption d'un quantum dans la raie, ionisation depuis le deuxième état et capture de l'électron au premier niveau. Il est clair que les processus du premier genre condui-

sent à l'apparition des quanta dans la raie, et les processus du deuxième genre, à la disparition de tels quanta. Dans les couches profondes de l'atmosphère que l'on peut supposer en équilibre thermodynamique, les processus cités se compensent mutuellement. Mais dans les couches extérieures de l'atmosphère les processus du premier genre dominent. Ceci s'explique par le fait que la probabilité des processus du premier genre dépend seulement de la densité du rayonnement au-delà de la limite de la série principale, alors que la probabilité des processus du deuxième genre dépend aussi bien de la densité du rayonnement au-delà de la limite de la deuxième série que de la densité du rayonnement dans la raie spectrale. Quant à la densité du rayonnement dans le spectre continu, évidemment, elle ne change pas dans l'atmosphère. Toutefois la densité du rayonnement dans une raie spectrale diminue lors du passage des couches profondes aux couches extérieures.

Ainsi, la redistribution dans les atmosphères stellaires du rayonnement entre les raies et le spectre continu conduit plus souvent à l'apparition des quanta dans les raies qu'à leur disparition. En particulier, ce processus contribue à renforcer les intensités centrales des raies d'absorption.

Pour déterminer les profils des raies en tenant compte du mécanisme de fluorescence nous devons composer et résoudre l'équation correspondante de transfert du rayonnement. Faisons-le suivant Strömgren.

Adoptons le modèle d'Eddington de l'atmosphère et inspirons-nous de l'équation (10.21). Mais au lieu de la formule (10.1) déterminant la quantité ε_ν écrivons

$$\varepsilon_\nu = (1-\gamma)\,\sigma_\nu \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + \varepsilon'_\nu, \tag{10.40}$$

où ε'_ν est le coefficient d'émission volumique dû aux processus du premier genre, alors que par γ on entend la part des quanta de la raie spectrale qui ont subi l'absorption vraie (c'est-à-dire la part des atomes ayant passé du deuxième état vers l'état ionisé); l'introduction de la grandeur γ rend compte des processus du deuxième genre.

En raison des considérations ci-exposées, il est facile de trouver l'expression de la quantité ε'_ν. Dans les couches profondes de l'atmosphère, où le nombre de processus du premier genre est égal au nombre de processus du deuxième genre:

$$\varepsilon'_\nu = \gamma\sigma_\nu \bar{I}_\nu. \tag{10.41}$$

En même temps, dans les mêmes couches $\bar{I}_\nu = B_\nu(T)$. Donc, au lieu de (10.41) on a

$$\varepsilon'_\nu = \gamma\sigma_\nu B_\nu(T). \tag{10.42}$$

On peut admettre que cette expression de ε'_ν se conserve également lorsqu'on passe des couches profondes à des couches plus extérieures, du fait que la densité du rayonnement ionisant les atomes à partir de l'état fondamental ne change pas dans l'atmosphère. Cependant, pour tenir compte de la différence éventuelle de la densité de ce rayonnement dans l'atmosphère d'une étoile par rapport à la densité propre à l'équilibre thermodynamique, nous introduirons dans le premier membre de la relation (10.42) le facteur de correction Q. Alors, on obtient

$$\varepsilon_\nu = (1-\gamma)\,\sigma_\nu \bar{I}_\nu + Q\gamma\sigma_\nu B_\nu(T). \tag{10.43}$$

En portant (10.43) dans (10.21) et en passant de la variable r à τ_ν, on trouve

$$\cos\vartheta\,\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = (1+\eta_\nu)\,I_\nu - (1-\gamma)\,\eta_\nu \bar{I}_\nu - (1+Q\gamma\eta_\nu)\,B_\nu(T), \tag{10.44}$$

où η_ν se calcule d'après la formule (10.24).

Obtenons la solution approchée de (10.44) en admettant que $\eta_\nu = \text{const}$. Il vient

$$\frac{d\bar{H}_\nu}{d\tau_\nu} = (1+\gamma\eta_\nu)\,\bar{I}_\nu - (1+Q\gamma\eta_\nu)\,B_\nu, \tag{10.45}$$

$$\frac{d\bar{I}_\nu}{d\tau_\nu} = 3\,(1+\eta_\nu)\,\bar{H}_\nu. \tag{10.46}$$

Cette expression conduit à l'équation suivante de $\bar{I}_\nu$:

$$\frac{d^2\bar{I}_\nu}{d\tau_\nu^2} = 3\,(1+\eta_\nu)\,[(1+\gamma\eta_\nu)\,\bar{I}_\nu - (1+Q\gamma\eta_\nu)\,B_\nu]. \tag{10.47}$$

La solution de l'équation (10.47) est de la forme:

$$\bar{I}_\nu = C_\nu e^{-b_\nu\tau_\nu} + \frac{1+Q\gamma\eta_\nu}{1+\gamma\eta_\nu}\,B_\nu(T_0)\,(1+\beta_\nu^*\tau_\nu), \tag{10.48}$$

où

$$b_\nu^2 = 3\,(1+\eta_\nu)\,(1+\gamma\eta_\nu), \tag{10.49}$$

et C_ν est une constante arbitraire. La constante affectée à $e^{b_\nu\tau_\nu}$ est nulle étant donné que $\bar{I}_\nu$ ne peut pas croître exponentiellement en fonction de τ_ν. Portons (10.48) dans (10.46) pour obtenir

$$\bar{H}_\nu = \frac{1}{3\,(1+\eta_\nu)}\left[-b_\nu C_\nu e^{-b_\nu\tau_\nu} + \frac{1+Q\gamma\eta_\nu}{1+\gamma\eta_\nu}\,B_\nu(T_0)\,\beta_\nu^*\right]. \tag{10.50}$$

Le calcul de la constante C_ν à partir de la condition (10.33) fournit l'expression suivante du flux de rayonnement qui nous intéresse à la limite de l'étoile:

$$H_\nu(0) = 4\pi B_\nu(T_0)\,\frac{1+Q\gamma\eta_\nu}{1+\gamma\eta_\nu}\,\frac{b_\nu+\beta_\nu^*}{3(1+\eta_\nu)+2b_\nu}. \qquad (10.51)$$

On en tire que

$$r_\nu = \frac{1+Q\gamma\eta_\nu}{1+\gamma\eta_\nu}\cdot\frac{b_\nu+\beta_\nu^*}{1+\frac{\beta_\nu^*}{\sqrt{3}}}\cdot\frac{\sqrt{3}+2}{3(1+\eta_\nu)+2b_\nu}. \qquad (10.52)$$

La formule de r_ν obtenue est une généralisation de la formule (10.37) dans le cas de la présence de la fluorescence.

Pour utiliser la formule (10.52) il faut calculer la quantité γ. Nous avons dit qu'elle est égale au rapport entre le nombre d'ionisations depuis le deuxième état et la somme du nombre d'ionisations et du nombre de transitions spontanées à partir de cet état. A l'aide des coefficients des probabilités de transition d'Einstein (voir § 8) la quantité γ s'écrit:

$$\gamma = \frac{B_{23}\rho_{23}}{B_{23}\rho_{23}+A_{21}}. \qquad (10.53)$$

Dans cette formule

$$B_{23}\rho_{23} = c\int_{\nu_{23}}^{\infty}\rho_\nu k_{2\nu}\,\frac{d\nu}{h\nu}, \qquad (10.54)$$

où ν_{23} est la fréquence des ionisations depuis le deuxième état; $k_{2\nu}$, le coefficient d'absorption au-delà de la limite de la deuxième série.

Pour une évaluation grossière de la quantité γ on peut procéder de la façon suivante. Admettons que la quantité $B_{23}\rho_{23}$ soit en réalité le produit de la densité du rayonnement directement au-delà de la limite de la deuxième série ρ_{23} par la probabilité de transition d'Einstein [déterminée en accord avec la formule (10.54)]. Alors, en mettant ρ_{23} et A_{21} sous la forme

$$\rho_{23} = \frac{\sigma_{23}}{e^{\frac{h\nu_{23}}{kT}}-1}, \qquad (10.55)$$

$$A_{21} = \frac{g_1}{g_2}\,\sigma_{12}B_{12}, \qquad (10.56)$$

où

$$\sigma_{ik} = \frac{8\pi h\nu_{ik}^3}{c^3}. \qquad (10.57)$$

et en admettant approximativement que $g_2 \approx g_1$; $\sigma_{12} \approx \sigma_{23}$; $B_{12} \approx B_{23}$, on obtient

$$\gamma \approx e^{-\frac{h\nu_{23}}{kT}}. \tag{10.58}$$

L'évaluation de la quantité γ d'après la formule (10.58) des atomes à potentiel d'ionisation depuis l'état excité d'environ 3 eV (par exemple, pour Na I et Ca I) à la température du Soleil donne $\gamma \approx 10^{-3}$. Les calculs d'après les formules (10.53) et (10.54) conduisent à des valeurs de même ordre ($\gamma = 0{,}0015$ pour les raies D_1 et D_2 du sodium, et $\gamma = 0{,}0004$ pour la raie λ 4227 Ca I).

La formule (10.52) de r_ν et les évaluations réalisées de γ seront utilisées plus loin (au § 11) dans la discussion des intensités centrales des raies d'absorption.

4. Solution exacte du problème. Le problème que nous examinons sur l'établissement des profils des raies d'absorption dans les spectres stellaires sous les hypothèses avancées précédemment, peut posséder une solution exacte. Pour l'obtenir nous appliquerons la méthode décrite au § 3.

Nous retiendrons l'équation de transfert du rayonnement sous la forme (10.21), et donnerons le coefficient d'émission ε_ν par l'équation (10.43), c'est-à-dire tiendrons compte de la fluorescence. Les équations citées peuvent se récrire sous la forme

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{dt_\nu} = I_\nu - S_\nu, \tag{10.59}$$

où $dt_\nu = -(\sigma_\nu + \alpha_\nu)\, dr$ et

$$S_\nu = (1-\gamma)\frac{\eta_\nu}{1+\eta_\nu}\int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + \frac{1+Q\gamma\eta_\nu}{1+\eta_\nu} B_\nu(T). \tag{10.60}$$

Comme dans ce qui précède la fonction $B_\nu(T)$ est représentée par la formule (9.15). En passant dans celle-ci de τ_ν à t_ν, on a

$$B_\nu(T) = B_\nu(T_0)\left(1 + \frac{\beta_\nu^*}{1+\eta_\nu} t_\nu\right), \tag{10.61}$$

où $\beta_\nu^* = \beta_\nu \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_\nu}$.

En résolvant (10.59) par rapport à I_ν et en portant l'expression de I_ν obtenue à l'aide de S_ν dans l'équation (10.60) (c'est-à-dire en procédant de la même façon qu'au § 2 lors de l'obtention de l'équation de Milne), on aboutit à l'équation intégrale de la fonction $S_\nu(t_\nu)$:

$$S_\nu(t_\nu) = \frac{\lambda_\nu}{2}\int_0^\infty E_1|t_\nu - t'_\nu|\, S_\nu(t'_\nu)\, dt'_\nu + \frac{1+Q\gamma\eta_\nu}{1+\eta_\nu} B_\nu(T), \tag{10.62}$$

où l'on a introduit la notation

$$\lambda_\nu = (1-\gamma)\frac{\eta_\nu}{1+\eta_\nu}. \tag{10.63}$$

Ecrivons l'équation (10.62) sous la forme

$$S(t) = \frac{\lambda}{2}\int_0^\infty E_1|t-t'|S(t')\,dt' + g(t), \tag{10.64}$$

en omettant pour l'instant afin de simplifier l'indice ν. Le terme constant de cette équation est une fonction linéaire de t, c'est-à-dire

$$g(t) = c_0 + c_1 t. \tag{10.65}$$

On voit que (10.64) appartient au type des équations examinées en détail au § 3. Si dans l'équation (3.1) on pose

$$K(t) = \frac{\lambda}{2}E_1 t = \frac{\lambda}{2}\int_1^\infty e^{-tx}\frac{dx}{x}, \tag{10.66}$$

on obtient l'équation (10.64). En représentant le noyau $K(t)$ sous la forme (3.17), on a $A(x) = \lambda/2x$.

D'après la méthode exposée au § 3, la résolution de (10.64) doit commencer par le calcul de la fonction $S(0, x)$ définie par l'équation (3.20). Dans notre cas, en posant $x = 1/\mu$ et $S(0, x) = \varphi(\mu)$, au lieu de (3.20) on a

$$\varphi(\mu) = 1 + \frac{\lambda}{2}\varphi(\mu)\,\mu\int_0^1 \frac{\varphi(\mu')}{\mu+\mu'}\,d\mu'. \tag{10.67}$$

Avec $\lambda = 1$ on obtient à partir de (10.67) l'équation (3.53) examinée dans ce qui précède.

La fonction $\varphi(\mu)$, introduite pour la première fois par Ambartsoumian, a été ensuite étudiée en détail par plusieurs auteurs. Le Tableau 11 consigne les valeurs de cette fonction, et le Tableau 12, les valeurs de ses moments [c'est-à-dire les quantités calculées d'après la formule (3.59)].

La fonction $S(t)$, solution de l'équation (10.64), peut être exprimée à l'aide de la fonction $\varphi(\mu)$. Pourtant, nous ne nous intéressons qu'aux profils des raies d'absorption. Nous devons donc trouver seulement l'intensité du rayonnement provenant de l'atmosphère, c'est-à-dire la quantité $I(0, \mu)$. Nous savons que l'expression immédiate de cette quantité est également donnée à l'aide de la fonction $\varphi(\mu)$.

Dans notre cas, c'est-à-dire lorsque $g(t)$ est une fonction linéaire de t, l'intensité de rayonnement $I(0, \mu)$ se calcule en utilisant les formules (3.41) et (3.48). La première d'entre elles a été obtenue

Tableau 11

Valeurs de la fonction $\varphi(\mu)$

μ \ λ	0	0,4	0,6	0,8	0,85	0,90	0,925	0,95	0,975	1
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,1	1,00	1,06	1,09	1,14	1,15	1,17	1,18	1,20	1,21	1,25
0,2	1,00	1,09	1,15	1,23	1,26	1,29	1,31	1,34	1,37	1,45
0,3	1,00	1,11	1,19	1,30	1,34	1,39	1,42	1,46	1,51	1,64
0,4	1,00	1,13	1,22	1,36	1,41	1,48	1,52	1,57	1,64	1,83
0,5	1,00	1,14	1,25	1,41	1,48	1,56	1,61	1,67	1,76	2,01
0,6	1,00	1,15	1,27	1,46	1,53	1,63	1,69	1,77	1,88	2,19
0,7	1,00	1,16	1,29	1,50	1,58	1,69	1,76	1,85	1,98	2,37
0,8	1,00	1,17	1,31	1,54	1,63	1,75	1,83	1,93	2,08	2,55
0,9	1,00	1,18	1,32	1,57	1,67	1,81	1,89	2,01	2,18	2,73
1,0	1,00	1,18	1,34	1,60	1,71	1,85	1,95	2,08	2,27	2,91

Tableau 12

Valeurs des moments de la fonction $\varphi(\mu)$

λ	0	0,4	0,6	0,8	0,85	0,90	0,925	0,95	0,975	1
α_0	1,00	1,13	1,23	1,38	1,44	1,52	1,57	1,63	1,73	2,00
α_1	0,50	0,58	0,64	0,74	0,77	0,83	0,86	0,90	0,96	1,15
α_2	0,33	0,39	0,43	0,50	0,53	0,57	0,59	0,63	0,67	0,82

pour $g(t) = 1$, et la deuxième, pour $g(t) = t$. Il s'ensuit de la formule (3.27) que pour un noyau de la forme (10.66)

$$S(0,\ 0) = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}}. \tag{10.68}$$

On trouve donc

$$I(0,\ \mu) = \frac{\varphi(\mu)}{\sqrt{1-\lambda}}\left[c_0 + c_1\left(\mu + \frac{\lambda}{2}\,\frac{\alpha_1}{\sqrt{1-\lambda}}\right)\right], \tag{10.69}$$

où α_1 est le premier moment de la fonction $\varphi(\mu)$.

En comparant le terme constant de (10.60) et l'expression (10.65) de la fonction $g(t)$, on obtient l'expression de l'intensité rayonnée

par l'atmosphère sur la fréquence ν:

$$I_\nu(0, \mu) = \\ = \frac{\varphi_\nu(\mu)}{\sqrt{1-\lambda_\nu}} \frac{1+Q\gamma\eta_\nu}{1+\eta_\nu} B_\nu(T_0)\left[1+\frac{\beta_\nu^*}{1+\eta_\nu}\left(\mu+\frac{\lambda_\nu}{2}\frac{\alpha_{\nu 1}}{\sqrt{1-\lambda_\nu}}\right)\right]. \quad (10.70)$$

Ici par $\varphi_\nu(\mu)$ on entend la fonction $\varphi(\mu)$ définie par l'équation (10.67) pour une valeur de λ donnée par la formule (10.63).

L'intensité rayonnée par l'atmosphère dans le spectre continu au voisinage de la raie se calcule d'après (10.70) pour $\eta_\nu = 0$. Elle vaut

$$I_\nu^{(0)}(0, \mu) = B_\nu(T_0)(1 + \beta_\nu^*\mu). \quad (10.71)$$

(10.70) et (10.71) impliquent que la quantité $r_\nu(\mu)$ qui détermine le profil de la raie d'absorption à une distance angulaire arccos μ du centre du disque, est donnée par la formule

$$r_\nu(\mu) = \frac{I_\nu(0, \mu)}{I_\nu^0(0, \mu)} = \\ = \frac{\varphi_\nu(\mu)}{(1+\beta_\nu^*\mu)\sqrt{1-\lambda_\nu}} \frac{1+Q\gamma\eta_\nu}{1+\eta_\nu}\left[1+\frac{\beta_\nu^*}{1+\eta_\nu}\left(\mu+\frac{\lambda_\nu}{2}\frac{\alpha_{\nu 1}}{\sqrt{1-\lambda_\nu}}\right)\right]. \quad (10.72)$$

Pour une atmosphère homogène, c'est-à-dire dans le cas de $\beta_\nu^* = 0$, et en l'absence de fluorescence (c'est-à-dire pour $\gamma = 0$), on trouve à partir de la formule (10.72):

$$r_\nu(\mu) = \frac{\varphi_\nu(\mu)}{\sqrt{1+\eta_\nu}}. \quad (10.73)$$

La formule (10.72) (pour $Q = 1$) a été établie par Chandrasekhar.

§ 11. Raies d'absorption dans la diffusion incohérente

1. Redistribution du rayonnement selon les fréquences à l'intérieur de la raie. Au paragraphe précédent, en examinant la formation des raies d'absorption dans les spectres stellaires on a fait deux hypothèses: 1) sur la diffusion pure dans la raie spectrale (c'est-à-dire sur l'absence de la redistribution entre les raies, ainsi qu'entre les raies et le spectre continu); 2) sur la diffusion cohérente (c'est-à-dire sur l'absence de la redistribution du rayonnement selon les fréquences à l'intérieur de la raie). Or, les profils des raies calculés d'après ces hypothèses diffèrent très fort des profils observés. Ceci est un témoignage qu'en réalité les hypothèses citées ne sont pas justifiées et il faut les rejeter. La prise en considération de la fluorescence (plus exactement, de la redistribution du rayonnement entre les raies et le spectre continu) réduit sensiblement la divergence entre la théorie et les observations. Introduisons maintenant aussi dans l'examen la diffusion incohérente, c'est-

à-dire la variation de la fréquence du rayonnement dans l'acte de diffusion élémentaire.

Recensons d'abord les principes qui conduisent à la redistribution du rayonnement selon les fréquences à l'intérieur d'une raie.

1. *Dilution naturelle des niveaux énergétiques d'un atome.* Si les niveaux sont dilués, l'atome peut absorber les photons d'une fréquence et émettre des photons d'une fréquence quelque peu différente, en reprenant pas exactement leur état de départ dans le processus de diffusion. Cet effet intervient dans le cas des raies des séries subordonnées, pour lesquelles sont dilués le niveau supérieur aussi bien que le niveau inférieur. Mais pour les raies de la série fondamentale pour lesquelles le niveau inférieur peut être considéré comme infiniment mince (si seulement pour des raisons quelconques l'atome ne quitte pas souvent l'état fondamental), la fréquence du photon émis coïncide avec celle du photon absorbé.

2. *Agitation thermique des atomes.* Supposons qu'un atome animé d'un mouvement absorbe un photon de fréquence déterminée. Cet atome pouvant émettre un photon dans une direction quelconque, l'effet Doppler fait que pour un observateur fixe la fréquence du photon émis peut être différente. Il s'ensuit que les fréquences des photons émis et absorbé par un atome en mouvement ne coïncident pas en général.

3. *Effets de pression.* Supposons qu'à l'instant de l'absorption d'un photon, au voisinage de l'atome se trouve une particule perturbatrice. Pendant le temps durant lequel l'atome demeure à l'état supérieur, la particule peut s'en éloigner en provoquant ainsi le décalage des niveaux énergétiques. Pour cette raison la fréquence du photon émis sera différente de celle du photon absorbé. Dans ces conditions, la différence des énergies des photons sera emportée par la particule perturbatrice.

Désignons par $p(\nu, \nu')\, d\nu$ la probabilité pour que le volume élémentaire absorbe les photons de fréquence ν' pour émettre ensuite des photons de fréquence dans la gamme de ν à $\nu + d\nu$. La fonction $p(\nu, \nu')$ est déterminée par les raisons dénombrées; en général, elle est très compliquée (voir, par exemple, [6]).

Pour l'instant nous ne soumettrons pas à un examen détaillé la fonction $p(\nu, \nu')$ en ne signalant que deux cas particuliers. Supposons d'abord que les effets de pression n'interviennent pas, c'est-à-dire que la fonction $p(\nu, \nu')$ ne sera définie que par la dilution naturelle des niveaux (autrement dit, par l'amortissement de l'émission) et l'agitation thermique des atomes. Pour la raie de résonance dans ce cas on a obtenu la formule qui détermine $p(\nu, \nu')$:

$$p(\nu, \nu')\, \sigma_{\nu'} = \frac{nk_0}{\pi \Delta\nu_D} \int_0^\infty e^{-(y+r)^2} \left[\operatorname{arctg} \frac{y+s}{a} + \operatorname{arctg} \frac{y-s}{a}\right] dy, \quad (11.1)$$

où

$$s=\frac{u+u'}{2}, \quad r=\frac{|u-u'|}{2}, \tag{11.2}$$

σ_ν est le coefficient d'absorption volumique: $\sigma_\nu = nk_\nu$. La quantité k_ν calculée d'après la formule (8.17), et les autres quantités de (11.1) ont le même sens que celles de (8.17). Dans la formule précise de $p(\nu, \nu')$ figure également l'angle de diffusion. La formule (11.1) peut s'obtenir à partir de la formule précise par l'intégration par rapport à l'angle.

Dans l'autre cas particulier nous supposerons que les effets de pression interviennent essentiellement dans la forme de la fonction $p(\nu, \nu')$. Si pendant la durée de la vie de l'atome dans l'état excité la variation du champ est bien forte, on peut admettre que la fréquence du photon émis ν ne dépend pas de celle du photon absorbé ν'. La fonction $p(\nu, \nu')$ que nous pouvons noter simplement p_ν se calcule alors aisément.

Evidemment, la fonction $p(\nu, \nu')$ doit satisfaire à la condition

$$\int p(\nu, \nu')\,d\nu = 1, \tag{11.3}$$

où l'intégration porte sur toutes les fréquences. D'autre part, il faut respecter la relation

$$p(\nu, \nu')\,\sigma_{\nu'} = p(\nu', \nu)\,\sigma_\nu, \tag{11.4}$$

qui exprime le « principe de réciprocité » des phénomènes optiques.

Si la fonction $p(\nu, \nu')$ ne dépend pas de ν', (11.4) entraîne que $p_\nu = c\sigma_\nu$, où c est une constante. En calculant c d'après la formule (11.3), on obtient

$$p_\nu=\frac{\sigma_\nu}{\int \sigma_{\nu'}\,d\nu'}. \tag{11.5}$$

Nous dirons qu'en ce cas on observe la redistribution totale du rayonnement selon les fréquences dans l'acte de diffusion élémentaire. Une telle diffusion du rayonnement sera dite *entièrement incohérente*.

Les formules citées de la fonction $p(\nu, \nu')$ correspondent aux valeurs différentes de la pression : pour des pressions faibles il faut utiliser la formule (11.1), et lorsqu'elles sont fortes, la formule (11.5). Il est clair que l'étude de la diffusion dans les nébuleuses gazeuses doit faire appel à la formule (11.1), alors que dans le cas des atmosphères stellaires il est vraisemblablement possible d'utiliser la formule (11.5). Toutefois, pour les nébuleuses aussi on avance l'hypothèse de la redistribution totale du rayonnement selon les fréquences, du fait que d'après certains calculs la substitution de la formule (11.5) à (11.1) n'amène pas de grandes différences dans les résultats.

L'utilisation de la fonction $p(\nu, \nu')$ permet d'écrire l'expression du coefficient d'émission ε_ν. Si l'on admet que la raie est le siège d'une diffusion pure, alors on a

$$\varepsilon_\nu = \int p(\nu, \nu')\, \sigma_{\nu'}\, d\nu' \int I_{\nu'} \frac{d\omega}{4\pi}. \tag{11.6}$$

Pour $p(\nu, \nu') = \delta(\nu - \nu')$, où δ est la fonction de Dirac, on tire de (11.6):

$$\varepsilon_\nu = \sigma_\nu \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi}, \tag{11.7}$$

c'est-à-dire l'expression de ε_ν pour le cas d'une diffusion cohérente de rayonnement.

En portant dans (11.6) l'expression de $p(\nu, \nu')$ donnée par laé formule (11.5), on obtient

$$\varepsilon_\nu = \sigma_\nu \frac{\int \sigma_{\nu'}\, d\nu' \int I_{\nu'} \frac{d\omega}{4\pi}}{\int \sigma_{\nu'}\, d\nu'}. \tag{11.8}$$

Cette formule détermine le coefficient d'émission dans le cas d'une diffusion entièrement incohérente.

Dans ce qui suit nous admettrons que les atmosphères stellaires sont le siège d'une diffusion entièrement incohérente dans les raies spectrales.

2. **Équation de transfert du rayonnement et sa résolution.** Après l'examen des processus se déroulant au cours d'un acte de diffusion elémentaire, déterminons les profils des raies d'absorption. Comme nous l'avons dit, faisons l'hypothèse sur la redistribution totale du rayonnement selon les fréquences.

Pour simplifier admettons que la fluorescence est absente. Dans ce cas l'équation de transfert du rayonnement doit être prise sous la forme (10.21), et l'expression du coefficient d'émission, sous la forme (11.8).

Introduisons à l'aide de la relation $d\tau = -\alpha_\nu\, dr$ (pour simplifier l'écriture nous omettons l'indice ν affecté à τ) la profondeur optique τ du spectre continu. Les équations citées s'écrivent alors:

$$\mu \frac{dI_\nu(\tau, \mu)}{d\tau} = (\eta_\nu + 1)\, I_\nu(\tau, \mu) - \eta_\nu S(\tau) - B_\nu(T) \tag{11.9}$$

et

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int p_\nu\, d\nu \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu)\, d\mu, \tag{11.10}$$

où $\mu = \cos\vartheta$; $\eta = \sigma_\nu/\alpha$ et où l'on a utilisé la notation de (11.5).

Nous avons retenu auparavant la quantité $B_\nu(T)$ sous la forme de fonction linéaire de τ; maintenant pour simplifier nous l'admettrons constante et égale à $B_\nu(T_0)$.

L'équation (11.9) implique que l'intensité rayonnée par l'atmosphère est

$$I_\nu(0, \mu) = \frac{\eta_\nu}{\eta_\nu+1} \int_0^\infty S(\tau)\, e^{-x\tau} x\, d\tau + \frac{B_\nu(T_0)}{\eta_\nu+1}, \qquad (11.11)$$

où l'on a noté

$$x = \frac{\eta_\nu+1}{\mu}. \qquad (11.12)$$

Pour composer l'équation intégrale déterminant la fonction $S(\tau)$ cherchons à partir de (11.9) l'intensité rayonnée I_ν et portons-la dans (11.10). Il en résulte

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int p_\nu\, d\nu \int_0^\infty [\eta_\nu S(\tau') + B_\nu(T_0)]\, E_1[\,|\tau-\tau'|(\eta_\nu+1)]\, d\tau'. \qquad (11.13)$$

L'équation (11.13) peut se récrire sous la forme

$$S(\tau) = \int_0^\infty K(|\tau-\tau'|)\, S(\tau')\, d\tau' + g(\tau), \qquad (11.14)$$

où

$$K(\tau) = \frac{1}{2} \int p_\nu \eta_\nu\, d\nu \int_{\eta_\nu+1}^\infty e^{-x\tau} \frac{dx}{x} \qquad (11.15)$$

et

$$g(\tau) = B_\nu(T_0) \left[\int \frac{p_\nu\, d\nu}{\eta_\nu+1} - \frac{1}{2} \int p_\nu\, d\nu \int_{\eta_\nu+1}^\infty e^{-x\tau} \frac{dx}{x^2} \right]. \qquad (11.16)$$

En changeant l'ordre d'intégration de (11.15), on trouve

$$K(\tau) = \int_1^\infty e^{-x\tau} A(x)\, dx, \qquad (11.17)$$

où

$$A(x) = \frac{1}{x} \int_{\nu(x)}^\infty p_\nu \eta_\nu\, d\nu, \qquad (11.18)$$

alors que $\nu(x) = \nu_0$ si $x > \eta_{\nu_0} + 1$ et $\eta_{\nu(x)} + 1 = x$, si $x < \eta_{\nu_0} + 1$ (ν_0 est la fréquence centrale de la raie).

D'une façon analogue, on obtient

$$g(\tau) = B_\nu(T_0)\left[\int \frac{p_\nu\, d\nu}{\eta_\nu + 1} - \frac{1}{2}\int_1^\infty e^{-x\tau} A_1(x)\, dx\right], \quad (11.19)$$

où

$$A_1(x) = \frac{1}{x^2}\int_{\nu(x)}^\infty p_\nu\, d\nu \quad (11.20)$$

et la limite d'intégration inférieure est déterminée de la même façon que pour (11.18).

L'équation (11.14) peut être résolue par la méthode exposée au § 3. Pourtant, nous nous intéressons non pas à la fonction $S(\tau)$ elle-même, mais seulement à l'intensité rayonnée par l'atmosphère. Cette même grandeur peut également s'obtenir d'après les formules du § 3 sans détermination préalable de la fonction $S(\tau)$. Elle sera alors exprimée à l'aide de la fonction $S(0, x)$ déterminée par l'équation (3.20).

La formule (11.19) montre que le terme constant de l'équation (11.14) se compose de deux parties, l'une étant constante, et l'autre étant la superposition des exponentielles. Aussi en désignant par $S(\tau, x)$ la solution de (11.14), le terme $e^{-x\tau}$ étant constant, obtient-on

$$S(\tau) = B_\nu(T_0)\left[S(\tau, 0)\int \frac{p_\nu\, d\nu}{\eta_\nu + 1} - \frac{1}{2}\int_1^\infty S(\tau, x) A_1(x)\, dx\right]. \quad (11.21)$$

En portant (11.21) dans (11.11) et en utilisant la formule (3.19) on trouve

$$I_\nu(0, \mu) = \frac{\eta_\nu}{\eta_\nu + 1} B_\nu(T_0) S(0, x) \times$$
$$\times\left[S(0, 0)\int \frac{p_\nu}{\eta_\nu + 1} d\nu - \frac{x}{2}\int_1^\infty \frac{S(0, y)}{x + y} A_1(y)\, dy\right] + \frac{B_\nu(T_0)}{\eta_\nu + 1}. \quad (11.22)$$

La quantité $S(0, 0)$ qui figure dans (11.22) peut se calculer d'après la relation (3.27). Compte tenu de (11.17), au lieu de cette relation on a

$$S^2(0, 0)\left[1 - 2\int_0^\infty K(\tau)\, d\tau\right] = 1. \quad (11.23)$$

En y portant l'expression (11.15), il vient

$$S^2(0,\ 0)\int \frac{p_\nu\, d\nu}{\eta_\nu+1}=1. \tag{11.24}$$

La formule (11.22) s'écrit donc

$$I_\nu(0,\ \mu)=\frac{\eta_\nu}{\eta_\nu+1}B_\nu(T_0)\,S(0,\ x)\times$$

$$\times\left[\sqrt{\int \frac{p_\nu\, d\nu}{\eta_\nu+1}}-\frac{x}{2}\int_1^\infty \frac{S(0,\ y)}{x+y}A_1(y)\,dy\right]+\frac{B_\nu(T_0)}{\eta_\nu+1}. \tag{11.25}$$

(11.25) fournit justement l'intensité cherchée rayonnée par l'atmosphère à l'intérieur d'une raie spectrale. Hors de la raie, dans le cas considéré, l'intensité rayonnée est égale à $B_\nu\,(T_0)$. On a donc pour la quantité $r_\nu\,(\mu)$

$$r_\nu(\mu)=\frac{I_\nu(0,\ \mu)}{B_\nu(T_0)}. \tag{11.26}$$

La fonction $S\ (0,\ x)$ à l'aide de laquelle s'exprime l'intensité $I_\nu\ (0,\ \mu)$ est déterminée par l'équation (3.20). En posant $x = 1/z$ et $S\ (0,\ x) = \varphi\ (z)$, au lieu de cette équation on obtient

$$\varphi(z)=1+z\varphi(z)\int_0^1 \frac{\varphi(z')}{z+z'}A\left(\frac{1}{z'}\right)\frac{dz'}{z'}. \tag{11.27}$$

Dans les nouvelles notations la formule de $r_\nu\ (\mu)$ s'écrit

$$r_\nu(\mu)=\frac{1}{\eta_\nu+1}+$$

$$+\frac{\eta_\nu}{\eta_\nu+1}\varphi(z)\left[\sqrt{\int \frac{p_\nu\, d\nu}{\eta_\nu+1}}-\frac{1}{2}\int_0^1 \frac{\varphi(z')}{z+z'}A_1\left(\frac{1}{z'}\right)\frac{dz'}{z'}\right]. \tag{11.28}$$

Le calcul de la quantité $r_\nu\ (\mu)$ d'après la formule (11.28) impose le calcul de la fonction $\varphi\ (z)$ d'après l'équation (11.27). On le réalise aisément par les méthodes numériques.

La formule (11.28) donne l'expression définitive de $r_\nu\ (\mu)$ qui détermine le profil de la raie d'absorption dans le cas d'une diffusion entièrement incohérente. Cette formule peut être généralisée sans peine au cas de la fonction $B_\nu\ (T)$ représentée par une fonction linéaire de τ et de la fluorescence prise en considération [7].

Il convient de souligner que la redistribution totale du rayonnement selon la fréquence rend bien plus simple la théorie des raies spectrales. Dans la plupart des cas justifiés par la pratique on a résolu sous cette hypothèse de nombreux problèmes importants relatifs aux spectres stellaires (voir [8]). Toutefois, la résolution de certains problèmes particuliers (surtout concernant les raies de résonance) doit

faire appel aux lois vraies de la redistribution du rayonnement selon la fréquence à l'intérieur de la raie.

3. Intensités centrales des raies d'absorption. Jusque-là nous n'avons pas comparé la théorie considérée de la formation des spectres de raies stellaires avec les résultats des observations. Comblons donc cette lacune par rapport aux intensités centrales des raies d'absorption.

Les observations montrent que même pour des raies très fortes les intensités centrales sont assez élevées. Exprimées en fractions de l'intensité du spectre continu, elles font quelques centièmes ou dizièmes (c'est-à-dire $r_{\nu_0} \approx 0{,}01$ à $0{,}1$). Voyons quelles sont les valeurs de r_{ν_0} auxquelles aboutit la théorie exposée précédemment.

Examinons d'abord les profils des raies dans le cas d'une diffusion cohérente de la lumière et en l'absence de fluorescence. La quantité r_ν est alors définie par la formule (10.37). On voit que le profil de la raie dépend de la quantité η_ν qui vaut

$$\eta_\nu = \frac{nk_\nu}{\alpha_\nu}, \tag{11.29}$$

où n est le nombre d'atomes absorbants dans 1 cm^3, et k_ν, le coefficient d'absorption par atome. On peut admettre que la quantité k_ν est connue, tandis que la quantité n/α_ν peut être calculée d'après la largeur de la raie (par exemple, en comparant les distances théoriques et observées au centre de la raie pour $r_\nu = {}^1/_2$). Ceci permet de trouver les valeurs de η_ν au centre de la raie. Pour les raies fortes les valeurs de η_{ν_0} s'avèrent très grandes, de l'ordre de 10^6.

Pour $\eta_{\nu_0} \gg 1$ la formule (10.37) entraîne une estimation suivante de l'ordre de la quantité r_{ν_0}:

$$r_{\nu_0} \approx \frac{1}{\sqrt{\eta_{\nu_0}}}. \tag{11.30}$$

Avec $\eta_{\nu_0} \approx 10^6$ la formule (11.30) donne $r_{\nu_0} \approx 10^{-3}$. Cette valeur de r_{ν_0} est bien inférieure à celles fournies par les observations.

Nous avons déjà dit que cette divergence entre la théorie et les observations a poussé à tenir compte de la fluorescence. Ceci a permis d'obtenir pour la quantité r_ν la formule (10.52). Avec $\eta_{\nu_0} \approx$ $\approx 10^6$ et $\gamma \approx 10^{-3}$ (cette estimation de la quantité γ a été faite plus haut) on a $\gamma\eta_{\nu_0} \gg 1$. C'est pourquoi on trouve à partir de la formule (10.52) suivant l'ordre de grandeur

$$r_{\nu_0} \approx Q\sqrt{\gamma}. \tag{11.31}$$

Pour $\gamma \approx 10^{-3}$ et $Q \approx 1$ la formule (11.31) implique $r_{\nu_0} \approx 0{,}03$. De la sorte, la formule (11.31) donne des valeurs plus grandes de r_{ν_0} que la formule (11.30). Autrement dit, la prise en considération de la fluorescence augmente fortement les valeurs théoriques des intensités centrales des raies.

Cependant, pour $Q \approx 1$ les valeurs théoriques de r_{ν_0} s'avèrent quand même plus petites que celles fournies par l'observation. Par exemple, pour les raies D_1 et D_2 du sodium et λ 4227 Å du calcium du spectre du Soleil, les valeurs théoriques et observées de r_{ν_0} diffèrent de 2 à 4 fois. Pour les raies H et K du calcium ionisé cette différence est bien plus grande du fait que dans ce cas la quantité γ est très petite. Pour accorder la théorie aux observations il faut admettre que le facteur hypothétique Q introduit précédemment est sensiblement plus grand que l'unité. Cela signifie que l'intensité de l'ultraviolet solaire qui provoque l'ionisation des atomes depuis l'état fondamental doit être de nombreuses fois supérieure à l'intensité donnée par la formule de Planck. Mais cependant, comme nous le verrons au Chapitre III, nous n'avons aucune raison pour avancer cette hypothèse.

Ce qui vient d'être dit suggère une question, à savoir, si la prise en compte de l'incohérence de la diffusion ne peut conduire à des valeurs théoriques plus élevées des intensités centrales des raies d'absorption. Pour y répondre, nous devons nous adresser à la formule (11.28) qui détermine la quantité $r_\nu(\mu)$ dans le cas d'une diffusion entièrement incohérente. On peut montrer que le deuxième terme entre crochets de la formule (11.28) est au moins deux fois plus petit que le premier. Quant au facteur devant les parenthèses, pour le centre de la raie il est proche de l'unité (puisque $z = \mu/(1 + \eta_\nu)$, et comme on le voit de l'équation (11.27), pour des z très petits $\varphi(z) \approx 1$). Aussi a-t-on dans ce cas selon l'ordre de grandeur :

$$r_{\nu_0} \approx \sqrt{\int \frac{p_\nu \, d\nu}{\eta_\nu + 1}}. \tag{11.32}$$

Pour évaluer la quantité r_{ν_0} d'après la formule (11.32) nous retiendrons pour le coefficient d'absorption de la raie son expression habituelle donnée par la formule (8.17). Il vient

$$r_{\nu_0} \approx \left(\frac{a}{\eta_{\nu_0}}\right)^{1/4}. \tag{11.33}$$

Pour $a \approx 10^{-2}$ et $\eta_{\nu_0} \approx 10^6$ la formule (11.33) donne $r_{\nu_0} \approx 10^{-2}$. Tandis que pour une diffusion cohérente nous avons obtenu plus haut d'après la formule (11.30) $r_{\nu_0} \approx 10^{-3}$. Ainsi, dans le cas de la diffusion incohérente les intensités centrales des raies d'absorption peuvent être bien plus élevées que dans celui de la diffusion cohérente.

Les grandes valeurs de la quantité r_{ν_0} données par la formule (11.33) s'expliquent par la redistribution à l'intérieur de la raie du rayonnement selon les fréquences : les couches extérieures de l'atmosphère sont le siège de l'absorption du rayonnement fort dans les

ailes de la raie et de l'émission ultérieure de l'énergie dans les parties centrales de celle-ci.

On a déjà dit que pour la quantité $r_\nu(\mu)$ on a obtenu une formule qui tient simultanément compte de la diffusion incohérente et de la fluorescence (voir [7]). Pour la quantité r_{ν_0} cette formule donne:

$$r_{\nu_0} \approx \sqrt{\left(\frac{a}{\eta_{\nu_0}}\right)^{1/2} + \gamma}. \tag{11.34}$$

On voit que si l'on observe l'inégalité

$$\left(\frac{a}{\eta_{\nu_0}}\right)^{1/2} \gg \gamma, \tag{11.35}$$

la quantité r_{ν_0} est due surtout à la redistribution du rayonnement selon les fréquences à l'intérieur de la raie. Tandis que dans le cas de l'observation de l'inégalité opposée, c'est la fluorescence qui intervient surtout dans la formation des parties centrales de la raie.

On peut émettre l'hypothèse que certaines raies du spectre solaire vérifient l'inégalité (11.35). Pour de telles raies la valeur de la quantité r_{ν_0} calculée d'après la formule (11.34) sera plus grande que la valeur donnée par la formule (11.31) avec $Q = 1$, c'est-à-dire dans ce cas l'accord de la théorie avec les observations est possible.

Il convient encore de noter que les parties centrales des raies d'absorption fortes se forment dans les couches les plus supérieures de l'atmosphère, qui constituent déjà la chromosphère. Dans ces couches les collisions font apparaître des raies d'émission qui se superposent sur les raies d'absorption. Ceci détermine l'élargissement observé des raies d'absorption dans leurs parties centrales (pour plus en détail voir § 16).

4. Variations des profils des raies sur le disque du Soleil. Il existe une bonne méthode susceptible d'assurer la vérification de la théorie des spectres de raies stellaires; elle consiste à étudier la variation des profils des raies en passant du centre du disque solaire vers son bord. Cette étude peut fournir en même temps certains renseignements sur la structure de l'atmosphère solaire.

Nous n'examinerons maintenant que le comportement des ailes lointaines des raies fortes. Supposons, comme dans ce qui précède, que le rapport du coefficient d'absorption dans la raie à celui du spectre continu que nous avons noté η_ν soit constant dans l'atmosphère. Il est clair que la quantité $1 - r_\nu(\mu)$ dans les ailes de la raie est proportionnelle à η_ν. Il est commode donc de caractériser le comportement des ailes d'une raie du disque solaire par la quantité

$$C(\mu) = \lim_{\eta_\nu \to 0} \frac{1 - r_\nu(\mu)}{\eta_\nu}. \tag{11.36}$$

Calculons-la pour des mécanismes de la formation des raies différents. D'après la formule (9.18) on a dans le cas de l'équilibre thermodynamique local:

$$C(\mu)=\frac{\beta_\nu^*\mu}{1+\beta_\nu^*\mu}. \tag{11.37}$$

Pour définir la quantité $C(\mu)$ sous l'hypothèse d'une diffusion cohérente de la lumière il faut appliquer la formule (10.72). La fonction $\varphi_\nu(\mu)$ qui figure dans cette formule est déterminée par l'équation (10.67) et la quantité λ_ν, par la formule (10.63). Pour $\eta_\nu \ll 1$ on tire de l'équation (10.67):

$$\varphi_\nu(\mu)=1+\frac{1-\gamma}{2}\eta_\nu\mu\ln\frac{1+\mu}{\mu}. \tag{11.38}$$

La formule (10.72) entraîne donc pour $Q=1$:

$$C(\mu)=\frac{3}{2}-\frac{\gamma}{2}-\frac{1-\gamma}{2}\mu\ln\frac{1+\mu}{\mu}-\frac{1}{1+\beta_\nu^*\mu}\left[1+\frac{\beta_\nu^*}{2}(1-\gamma)\right]. \tag{11.39}$$

Sous l'hypothèse d'une diffusion entièrement incohérente la formule (11.28) donne:

$$C(\mu)=1-\varphi(\mu)\left[\sqrt{\int\frac{p_\nu\,d\nu}{\eta_\nu+1}}-\frac{1}{2}\int_0^1\frac{\varphi(z')}{\mu+z'}A_1\left(\frac{1}{z'}\right)\frac{dz'}{z'}\right], \tag{11.40}$$

où la fonction $\varphi(z)$ est déterminée par l'équation (11.27). Cette formule concerne le cas $\beta_\nu^*=0$ et $\gamma=0$. Cependant, pour la quantité $C(\mu)$ on peut obtenir également une expression plus générale (voir [7]).

Les expressions théoriques citées de la quantité $C(\mu)$ peuvent être comparées avec les données d'observation. Une telle comparaison montre que la théorie s'accorde le mieux avec les observations sous l'hypothèse d'une diffusion incohérente de la lumière. Mais dans ce cas-là aussi il existe entre elles un désaccord. Il en est ainsi probablement parce que la quantité η_ν n'est pas en fait constante dans l'atmosphère.

A ce propos notons que les profils de certaines raies de résonance (en particulier, des raies H et K du calcium ionisé) ont été également calculés pour le modèle réel de l'atmosphère du Soleil. De tels profils obtenus sous l'hypothèse d'une redistribution totale du rayonnement selon la fréquence sont déjà en bon accord avec les profils observés. Cet accord devient encore meilleur si l'on applique la loi de la redistribution vraie selon la fréquence.

5. Atome à niveaux multiples. Il s'agissait ci-dessus de la formation des raies d'absorption isolées: l'examen portait donc sur un atome à deux niveaux. En fait toutes les raies sont liées entre elles, puisque de chaque niveau les électrons passent sur d'autres niveaux. Une théorie rigoureuse des spectres stellaires doit donc envisager des atomes à niveaux multiples. Dans ce cas il faut résoudre un système d'équations composées des conditions de stationnarité pour chaque niveau et des équations de transfert du rayonnement pour chaque raie. Il faut également tenir compte de la redistribution du rayonnement selon les fréquences à l'intérieur de la raie.

Le problème considéré s'avère particulièrement complexe pour les atomes qui jouent un rôle notable dans l'apparition du spectre continu. Pour de tels atomes le problème de la formation des raies d'absorption doit être résolu en commun avec celui du spectre continu. Ceci concerne surtout l'atome d'hydrogène.

Pour le calcul du spectre de raies d'un autre atome quelconque, le modèle de la photosphère ou la distribution dans celle-ci de la température et de la densité est supposé connu. On admet donc que toutes les quantités caractéristiques des probabilités des collisions atomiques et des transitions radiatives associées au spectre continu, c'est-à-dire à la photoionisation et à la recombinaison, sont données.

La résolution du système d'équations de stationnarité et des équations de transfert du rayonnement évoqué plus haut impose un grand volume de calcul numérique. Pour le simplifier on peut à titre de première approximation utiliser les résultats obtenus pour des raies isolées, et puis prendre en considération l'influence exercée par les raies les unes sur les autres. Toutefois, une telle procédure n'est applicable que lorsque la liaison entre les raies est faible. Quelquefois des calculs précis ne se font que pour quelques premiers niveaux de l'atome, alors que l'influence des niveaux plus élevés est prise en compte approximativement.

Le calcul des intensités et des profils des raies par le procédé décrit a été fait pour de nombreux atomes, en particulier pour l'hydrogène et l'hélium des étoiles des premières classes. L'accord des résultats des calculs avec les données d'observation est assez bon. Mais en même temps, sous certains rapports, ces résultats se distinguent notablement de ceux obtenus sous l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local (pour plus de détails voir [6]).

§ 12. Composition chimique des atmosphères stellaires

1. Largeurs équivalentes des raies. L'une des caractéristiques de plus grand intérêt est la largeur équivalente des raies d'absorption, c'est-à-dire la largeur du secteur adjoint du spectre continu, dont l'énergie est égale à l'énergie absorbée dans la raie. Cette largeur

équivalente est déterminée par la formule

$$W = \int (1 - r_\nu)\, d\nu, \qquad (12.1)$$

où $r_\nu = H_\nu/H_\nu^0$ (voir § 9).

En portant dans la formule (12.1) l'expression théorique de la quantité r_ν nous pouvons obtenir la relation entre la largeur équivalente de la raie et le nombre d'atomes absorbants. Cette relation visualisée par un graphique s'appelle *courbe de croissance.* D'après la largeur équivalente d'une raie mesurée à l'aide de la courbe de croissance on peut établir le nombre d'atomes absorbants. Ces déterminations servent de base pour établir la composition chimique de l'atmosphère stellaire. C'est là un des objectifs des plus importants, mais non pas unique, du recours à la courbe de croissance.

Pour calculer la quantité W d'après la formule (12.1), le modèle de l'atmosphère doit être donné. Dans le cas du modèle de Schwarzschild-Schuster la quantité r_ν est définie par la formule (10.19). En portant (10.19) dans (12.1) on obtient la relation entre W et N. Cependant, en toute rigueur, dans cette relation doivent encore figurer les quantités qui constituent des paramètres dans l'expression du coefficient d'absorption k_ν. Si on retient pour k_ν l'expression (8.18), ces paramètres seront k_0, $\Delta\nu_D$ et a. Evidemment, dans ce cas la largeur équivalente de la raie dépend du produit k_0N et des paramètres $\Delta\nu_D$ et a:

$$W = F_1\,(k_0N,\ \Delta\nu_D,\ a). \qquad (12.2)$$

Pour le cas du modèle d'Eddington, sous des hypothèses les plus simples, la quantité r_ν est donnée par la formule (10.37), où $\eta_\nu = k_\nu n/\alpha_\nu$. Dans ce cas la largeur équivalente de la raie est

$$W = F_2\left(k_0\frac{n}{\alpha_\nu},\quad \Delta\nu_D,\ a\right). \qquad (12.3)$$

On voit aisément que la quantité n/α_ν est le nombre d'atomes absorbants dans une colonne de 1 cm² de section au-dessus de la photosphère. En effet, il vient

$$N = \int_{r_0}^{\infty} n\, dr = \frac{n}{\alpha_\nu}\int_{r_0}^{\infty} \alpha_\nu\, dr = \frac{n}{\alpha_\nu}\,\tau_\nu. \qquad (12.4)$$

Et puisque la profondeur optique de la base de l'atmosphère dans le spectre continu τ_ν est de l'ordre de l'unité, les quantités n/α_ν et N doivent être de même ordre.

Ce qui vient d'être dit implique que pour déterminer le nombre d'atomes absorbants à l'aide de la courbe de croissance il faut connaître les paramètres k_0, $\Delta\nu_D$ et a. Or, dans la plupart des cas ces

paramètres sont mal connus; on s'efforce donc de les trouver également à l'aide de la courbe de croissance. Ceci est possible ordinairement, car le spectre d'une étoile comporte un grand nombre de raies de l'atome donné, c'est-à-dire on a de nombreuses relations du type (12.2) ou (12.3) dans lesquelles les quantités W sont connues d'après les observations.

De la sorte, la courbe de croissance permet de résoudre plusieurs problèmes. Nous allons recenser certains d'entre ces derniers.

1. Déterminer le nombre d'atomes absorbants N (ou n/α_ν), c'est-à-dire le nombre d'atomes à l'état à partir duquel les transitions font apparaître la raie considérée. Ensuite on procède à l'estimation du nombre d'atomes de l'élément envisagé en tous les états. De cette façon on trouve la composition chimique de l'atmosphère.

2. Etablir le nombre d'atomes aux états différents (si on observe dans le spectre de l'étoile des raies apparues à partir des états différents). Pour représenter ces nombres par la formule de Boltzmann on calcule la « température d'excitation » des atomes dans l'atmosphère.

3. Calculer la demi-largeur dopplérienne de la raie égale à

$$\Delta\nu_D = \nu_0 \frac{v}{c}, \tag{12.5}$$

où v est la vitesse moyenne du mouvement chaotique des atomes (thermique et turbulent). On peut en tirer la valeur de la vitesse v.

4. Trouver le paramètre a, donné par la formule (8.27). Par là même déterminer le rôle des collisions dans l'amortissement du rayonnement.

5. Déterminer la quantité k_0 associée à la probabilité de transition d'Einstein A_{ki} par la formule (8.16). En exprimant la probabilité A_{ki} à l'aide de la force d'oscillateur f, on obtient

$$k_0 = \frac{\sqrt{\pi}\, e^2}{m\nu_0 v} f, \tag{12.6}$$

où m est la masse de l'électron, et e, sa charge. Par conséquent, en connaissant k_0 on peut trouver la force d'oscillateur de la raie donnée.

Nous obtiendrons ci-dessous les courbes de croissance théoriques sous une forme explicite et indiquerons les résultats obtenus en les appliquant à la détermination de la composition chimique des atmosphères stellaires. L'examen sommaire des questions relatives à la détermination d'autres paramètres des atmosphères à l'aide des courbes de croissance fera l'objet du paragraphe suivant. Voir en détail [9] et [10].

2. Courbe de croissance du modèle de Schwarzschild-Schuster. Pour définir dans le cas du modèle de Schwarzschild-Schuster la dépendance entre la largeur équivalente de la raie et le nombre

d'atomes absorbants, il faut porter dans la formule (12.1) l'expression (10.19). Il vient

$$W = \int \frac{k_\nu N}{1 + k_\nu N} \, d\nu. \tag{12.7}$$

Retenons pour le coefficient d'absorption k_ν l'expression (8.18). L'intégrale (12.7) n'étant pas prise sous sa forme générale, nous examinerons trois cas particuliers correspondant aux trois secteurs de la courbe de croissance.

1. Soit N petit, de sorte que $k_\nu N \ll 1$ pour toutes les fréquences. La formule (12.7) peut alors se récrire sous la forme:

$$W = N \int k_\nu \, d\nu. \tag{12.8}$$

En y portant l'expression (8.18), on obtient

$$W = \sqrt{\pi} \, \frac{\nu_0 v}{c} \, k_0 N. \tag{12.9}$$

Cette formule n'est vraie que pour des raies très faibles.

2. Soit N grand de sorte que $k_{\nu_0} N \gg 1$, mais $k_\nu N \ll 1$ dans les parties de la raie où k_ν est déterminé par l'amortissement de l'émission. Pour k_ν on peut prendre alors l'expression (8.24). En la portant dans la formule (12.7), on a

$$W = k_0 N \frac{\nu_0 v}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-u^2} \, du}{1 + k_0 N e^{-u^2}}. \tag{12.10}$$

Le calcul approché de l'intégrale donne

$$W = 2 \frac{\nu_0 v}{c} \sqrt{\ln k_0 N}. \tag{12.11}$$

Notons que la formule (12.11) peut se déduire également des considérations suivantes. Trouvons la distance $\Delta\nu$ au centre de la raie à laquelle $r_\nu = {}^1/_2$. D'après la formule (10.19) à cette distance il faut que $k_\nu N = 1$ ou

$$k_0 N e^{-\left(\frac{c}{v} \frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right)^2} = 1. \tag{12.12}$$

On en tire

$$\Delta\nu = \nu_0 \frac{v}{c} \sqrt{\ln k_0 N}. \tag{12.13}$$

Puisque approximativement $W = 2\Delta\nu$, on aboutit encore à la formule (12.11).

3. Soit, enfin, N si grand que l'inégalité $k_\nu N \gg 1$ est respectée même dans les parties de la raie aussi éloignées du centre que k_ν soit déterminé par l'amortissement de l'émission. Evidemment,

dans ce cas le calcul de l'intégrale (12.7) sur toute l'étendue de la raie doit faire appel pour k_ν à l'expression (8.25). En portant (8.25) dans (12.7), il vient

$$W = \frac{a}{\sqrt{\pi}} k_0 N \frac{\nu_0 v}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{du}{u^2 + \frac{a}{\sqrt{\pi}} k_0 N}, \tag{12.14}$$

ou, après l'intégration,

$$W = \pi^{3/4} \frac{\nu_0 v}{c} \sqrt{a k_0 N}. \tag{12.15}$$

En sommant les résultats obtenus on peut dire que la largeur équivalente W de la raie croît avec le nombre d'atomes absorbants d'abord comme N, puis approximativement comme $\sqrt{\ln N}$, et enfin, comme $\sqrt{N}$.

Dans la pratique, ordinairement, la relation entre W et N est légèrement transformée. D'abord on passe de la largeur équivalente à l'échelle des fréquences W_ν, désignée plus haut simplement par W, à la largeur équivalente à l'échelle des longueurs d'onde W_λ. Ces quantités sont liées par la relation évidente:

$$\frac{W_\lambda}{\lambda} = \frac{W_\nu}{\nu}. \tag{12.16}$$

Ensuite, on passe du nombre d'atomes absorbants N à la quantité

$$X_0 = k_0 N, \tag{12.17}$$

qui est l'épaisseur optique approchée de l'atmosphère au centre de la raie, puisque pour $a \ll 1$, k_{ν_0} se distingue peu de k_0.

Compte tenu de ce qui vient d'être dit, les formules obtenues plus haut peuvent s'écrire sous la forme suivante:

pour de petits X_0

$$\frac{W_\lambda}{\lambda} = \sqrt{\pi} \frac{v}{c} X_0, \tag{12.18}$$

pour de grands X_0

$$\frac{W_\lambda}{\lambda} = 2 \frac{v}{c} \sqrt{\ln X_0}, \tag{12.19}$$

pour de très grands X_0

$$\frac{W_\lambda}{\lambda} = \pi^{3/4} \frac{v}{c} \sqrt{a X_0}. \tag{12.20}$$

Au lieu de la dernière formule on peut écrire aussi:

$$\frac{W\lambda}{\lambda}=\frac{\pi^{1/4}}{2}\sqrt{\frac{v\Gamma}{c\nu_0}}\,X_0, \qquad (12.21)$$

où Γ est la constante d'amortissement due aussi bien à l'amortissement sous l'action du rayonnement qu'à l'amortissement sous celle des collisions. Ici nous avons profité de la relation

$$a=\frac{c\Gamma}{4\pi\nu_0 v}, \qquad (12.22)$$

qui s' ensuit du calcul de la quantité a d'après la formule (8.27).

Nous avons déjà dit que la courbe qui visualise la dépendance entre W et N (ou $\ln W_\lambda/\lambda$ et $\ln X_0$) s'appelle courbe de croissance. Pour la construire on recourt tant aux formules précitées (12.18) à (12.20) qu'aux résultats de la détermination numérique de l'intégrale (12.7) pour les valeurs intermédiaires de X_0.

Toutes les courbes de croissance composent une famille qui dépend des deux paramètres: de la vitesse moyenne du mouvement chaotique des atomes v et de la constante d'amortissement Γ (ou de la quantité a).

3. Courbe de croissance du modèle d'Eddington. Pour obtenir dans le cas du modèle d'Eddington la dépendance entre la largeur équivalente d'une raie et le nombre d'atomes absorbants nous devons prendre pour r_ν l'expression (10.37) [ou l'expression plus générale (10.52)]. En portant celle-ci dans (12.7) on peut obtenir la dépendance entre W et $k_0 n/\alpha_\nu$. Nous n'allons pas faire les calculs en indiquant seuls les résultats. Il s'avère que la largeur équivalente W d'une raie croît d'abord comme $k_0 n/\alpha_\nu$, puis comme $\sqrt{\ln k_0\frac{n}{\alpha_\nu}}$, et enfin, comme $\sqrt{k_0 n/\alpha_\nu}$. Autrement dit, dans le cas du modèle d'Eddington, la courbe de croissance a à peu près la même forme que dans celui du modèle de Schwarzschild-Schuster. Rappelons que la quantité n/α_ν est d'après son sens physique analogue à la quantité N.

En utilisant l'expression exacte de la quantité r_ν donnée par la formule (10.72) nous pouvons obtenir la courbe de croissance précise du modèle d'Eddington. Supposons pour simplifier que la fluorescence soit absente et que $\gamma=0$. La formule (10.72) s'écrit alors

$$r_\nu(\mu)=\frac{\varphi_\nu(\mu)}{(1+\beta_\nu^*\mu)\sqrt{1+\eta_\nu}}\left[1+\frac{\beta_\nu^*}{1+\eta_\nu}\left(\mu+\frac{\alpha_{\nu 1}\eta_\nu}{2\sqrt{1+\eta_\nu}}\right)\right], \qquad (12.23)$$

où $\eta_\nu=k_\nu n/\alpha_\nu$; la fonction $\varphi_\nu(\mu)$ est définie par l'équation (10.67) et $\alpha_{\nu 1}$ est son premier moment.

La formule (12.23) détermine le profil de la raie à la distance angulaire arccos μ au centre du disque. A l'aide de cette formule on peut obtenir l'expression suivante de la quantité r_ν qui détermine

le profil de la raie dans le spectre de l'étoile tout entière:

$$r_\nu = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\beta_\nu^*\right)\sqrt{1+\eta_\nu}}\left[\alpha_{\nu 2}+\frac{\beta_\nu^*}{1+\eta_\nu}\left(\alpha_{\nu 2}+\frac{\alpha_{\nu 1}^2\eta_\nu}{2\sqrt{1+\eta_\nu}}\right)\right], \quad (12.24)$$

où $\alpha_{\nu 2}$ est le deuxième moment de la fonction $\varphi_\nu(\mu)$.

La substitution de l'expression (12.23) ou (12.24) dans (12.7) et la réalisation de l'intégration doivent donner la courbe de croissance cherchée. L'intégration citée a été réalisée par Vroubel qui a tabulé ses résultats et établi des graphiques.

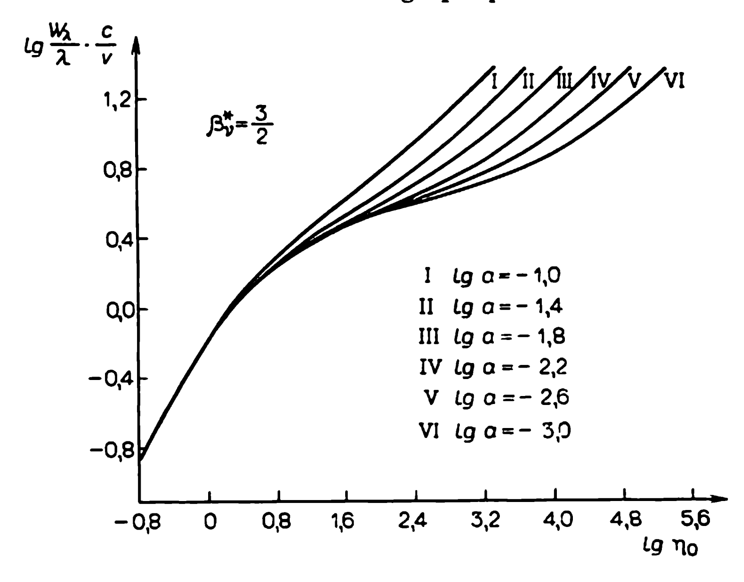


Fig. 12

La figure 12 donne les courbes de croissance obtenues. En abscisses est portée la quantité $\eta_0 = \frac{k_0 n}{\alpha_\nu}$, et en ordonnées, la quantité $\frac{W_\lambda}{\lambda}\frac{c}{v}$. Pour de grandes valeurs de η_0 la courbe se ramifie en plusieurs branches qui correspondent aux différentes valeurs du paramètre a.

Les courbes de croissance représentées sur la figure 12 se rapportent au cas où $\beta_\nu^* = 3/2$. Rappelons que $\beta_\nu^* = \beta_\nu \bar{\alpha}/\alpha_\nu$, où β_ν est défini par la formule (6.7). Par conséquent, en passant d'un secteur du spectre à un autre la quantité β_ν^* et avec elle aussi la courbe de croissance peuvent varier sensiblement.

4. Construction des courbes de croissance d'après les données d'observation. Les courbes de croissance théoriques dépendent de

nombreux paramètres (k_0, a, v) qui à l'avance ne sont pas connus exactement. C'est pourquoi pour définir ces paramètres on est poussé à utiliser les largeurs équivalentes des raies observées. A cet effet on construit pour l'étoile donnée, d'après les raies de l'atome envisagé, une courbe de croissance empirique. En la comparant avec la courbe théorique on établit les valeurs des paramètres cités.

La possibilité de construire une courbe de croissance d'après les données d'observation est fondée sur la présence des multiplets dans les spectres stellaires. Pour les raies d'un multiplet à niveau inférieur commun le nombre N est le même et les forces des oscillateurs sont souvent connues. Aussi, pour les raies indiquées, les valeurs de la quantité $\lg X_0$ qui d'après les formules (12.17) et (12.6) vaut

$$\lg X_0 = \lg f + \lg \frac{\sqrt{\pi}\, e^2}{m v_0 v} N, \qquad (12.25)$$

se distinguent l'une de l'autre par le seul terme constant inconnu. Cette circonstance permet d'après les largeurs équivalentes observées des raies, faisant partie du multiplet, de construire en abscisses une partie de la courbe de croissance, pourtant avec point zéro inconnu. Les secteurs respectifs de la courbe de croissance peuvent également être construits d'après les raies d'autres multiplets. Ensuite, en déplaçant pour les raccorder les secteurs obtenus de la courbe de croissance le long de l'axe des abscisses, on peut définir la courbe de croissance tout entière. La figure 13 donne à titre d'exemple la courbe de croissance construite par D. Kouliev d'après les raies de Fe I (points), de Ca I (croix) et de Na I (ronds) du spectre de α Persée.

La comparaison de la courbe de croissance empirique avec la famille des courbes théoriques rend possible la sélection de celle qui correspond le mieux aux observations. Par là même on établit les valeurs des paramètres v et a (ou Γ) pour les atomes envisagés dans l'atmosphère de l'étoile considérée. D'après la courbe de croissance obtenue de cette façon on peut trouver également le nombre d'atomes absorbants N.

L'étude des atmosphères stellaires à l'aide des courbes de croissance conduit à des résultats présentant un grand intérêt. Indiquons, par exemple, que pour les supergéantes les valeurs du paramètre v s'avèrent souvent plusieurs fois supérieures aux vitesses thermiques moyennes des atomes. Ceci s'explique par des mouvements turbulents dans les atmosphères des étoiles (voir § 13).

Dans le cas des naines les valeurs du paramètre Γ fournies par les observations sont de nombreuses fois plus grandes (pour le Soleil, par exemple, de 5 à 10 fois) que les valeurs théoriques correspondantes, établies compte tenu seulement des amortissements par radiation. Cela signifie que dans les atmosphères des étoiles un grand rôle revient également à l'amortissement par collisions. La grande valeur

de Γ pour les naines s'explique par une densité relativement élevée de leurs atmosphères.

5. Teneur des atmosphères en divers atomes. La destination principale d'une courbe de croissance est de contribuer à l'établissement de la composition chimique des atmosphères stellaires. D'après la largeur équivalente de la raie elle permet d'établir le nombre d'atomes absorbants, c'est-à-dire, pour la raie donnée, le nombre d'atomes à l'état inférieur. Dans la plupart des cas cet état est excité.

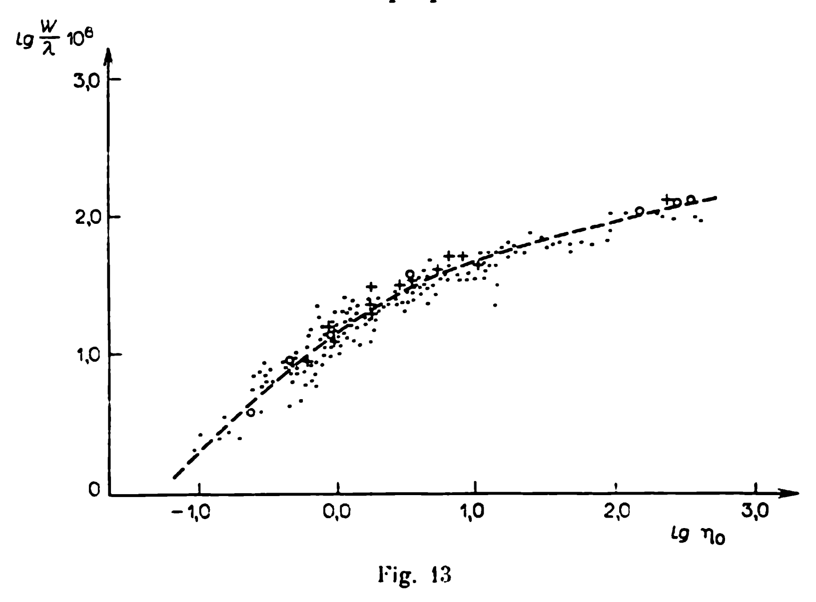


Fig. 13

Pour passer au nombre d'atomes à l'état fondamental on utilise d'habitude la formule de Boltzmann. Il arrive souvent que le spectre de l'étoile comporte des raies qui apparaissent à partir des états excités d'un atome neutre, alors que la plupart des atomes de l'élément donné se trouve à l'état ionisé (ou inversement). Dans ce cas, pour trouver le nombre total d'atomes de cet élément, il faut appliquer également la formule d'ionisation de Saha. La concentration des électrons libres qui figure dans cette formule doit être établie au préalable par l'une des méthodes décrites au paragraphe suivant.

La méthode exposée de la détermination de la composition chimique de l'atmosphère stellaire est assez simple et utilisée souvent dans la pratique. Cependant, il faut tenir compte qu'elle donne lieu à deux erreurs. La première résulte de l'écart de la distribution des atomes selon les états par rapport à celle donnée par les formules de Boltzmann et de Saha. La source de l'autre erreur est l'extrapolation à toute l'atmosphère des moyennes de la température et de la con-

centration électronique, alors que dans l'atmosphère ces quantités varient fortement.

Pour ces raisons, actuellement, la détermination de la composition chimique de l'atmosphère stellaire à l'aide d'une courbe de croissance n'est envisagée que comme une première approximation. L'approximation suivante (dans le but d'éliminer la deuxième des erreurs citées) fait appel au calcul des modèles des photosphères stellaires réalisé spécialement pour l'étoile envisagée (voir § 6). Les résultats de tels calculs donnent la distribution de la température et de la densité dans les couches superficielles. Ceci permet de calculer plus ou moins exactement le profil d'une raie quelconque de l'élément considéré sous des hypothèses différentes relatives à sa teneur. La comparaison des largeurs équivalentes calculées et observées permet d'obtenir la teneur en cet élément de l'atmosphère stellaire.

La détermination de la composition chimique des atmosphères de différentes étoiles a fait l'objet de nombreuses recherches. Dans ce qui suit nous donnerons les résultats tirés de l'article d'Aller [9].

Le Tableau 13 consigne les renseignements sur la composition chimique de l'atmosphère solaire. Ici on entend par n la concentration totale des atomes de l'élément donné. Le tableau donne les valeurs de $\lg n$; pour l'hydrogène, par convention, $\lg n = 12$.

Tableau 13

Composition chimique de l'atmosphère du Soleil

Elément	lg n	Elément	lg n	Elément	lg n	Elément	lg n
H	12,00	S	7,30	Cu	5,04	Rh	0,78
Li	0,96	K	4,70	Zn	4,40	Pb	1,21
Be	2,36	Ca	6,15	Ga	2,36	Ag	0,14
C	8,72	Sc	2,82	Ge	3,29	Cd	1,46
N	7,98	Ti	4,68	Rb	2,48	In	1,16
O	8,96	V	3,70	Sr	2,60	Sn	1,54
Na	6,30	Cr	5,36	Y	2,25	Sb	1,94
Mg	7,40	Mn	4,90	Zr	2,23	Ba	2,10
Al	6,20	Fe	6,57	Nb	1,95	Yb	1,53
Si	7,50	Co	4,64	Mo	1,90	Pd	1,33
P	5,34	Ni	5,91	Ru	1,43		

Le tableau 13 ne renseigne pas sur la quantité des atomes d'hélium, ce qui s'explique par l'absence des raies d'absorption d'hélium dans la partie visible du spectre. Dans cette partie du spectre on peut observer des raies d'hélium provenant seulement des états excités. Toutefois, le potentiel d'excitation de l'hélium est très grand, ce qui entraîne qu'à la température relativement basse du

Soleil, il y a peu d'atomes d'hélium à l'état excité et ils ne peuvent pas produire des raies d'absorption perceptibles. Les raies d'absorption intenses de l'hélium n'apparaissent que dans les spectres des étoiles chaudes (classes B et O).

Cependant, comme nous le verrons par la suite, le spectre de la chromosphère solaire comporte des raies d'émission de l'hélium. Le rapport entre l'intensité des raies d'émission de l'hélium et celle de l'hydrogène a permis d'établir que le nombre d'atomes d'hélium vaut à peu près 0,2 du nombre d'atomes d'hydrogène.

De la sorte, l'élément le plus abondant dans l'atmosphère solaire est l'hydrogène. Puis vient l'hélium suivi des éléments légers: carbone, azote, oxygène. Le nombre d'atomes des métaux pris ensemble constitue à peu près un dix-millième du nombre d'atomes d'hydrogène.

Le Tableau 14 renseigne sur la composition chimique des étoiles de la classe B (plus précisément, elle donne les valeurs de lg n). Ce tableau, comme le précédent, est tiré de l'article cité d'Aller qui a utilisé les résultats publiés de plusieurs auteurs. Ces résultats ont été en partie obtenus à l'aide des courbes de croissance, et en partie, à l'aide des modèles des photosphères. Pour τ Scorpion sont donnés deux résultats. La divergence entre eux est définie aussi bien par les différences dans le matériau d'observation que par celles dans les méthodes retenues pour établir la composition chimique.

Tableau 14

Composition chimique des atmosphères des étoiles de la classe B

Elément	γ Peg	ζ Per	τ Sco		10 Lac	55 Cyg
H	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00
He	11,17	11,31	11,23	—	11,23	11,18
C	8,58	8,26	8,37	7,70	8,37	8,41
N	8,01	8,31	8,57	8,26	8,37	8,63
O	8,63	9,03	9,12	8,63	8,77	8,98
Ne	8,73	8,61	8,72	8,86	8,72	—
Mg	7,95	7,76	7,73	8,30	8,22	—
Al	5,76	6,78	6,58	6,40	7,07	—
Si	7,03	7,96	7,95	7,63	7,75	7,46

Les Tableaux 13 et 14 montrent que la composition chimique des atmosphères stellaires ne se distingue pas *grosso modo* de celle du Soleil. Nous apprendrons par la suite que la composition chimique des nébuleuses de gaz s'avère aussi à peu près la même. Pour

l'astrophysique la conclusion sur l'unicité de la composition chimique des étoiles et des nébuleuses de divers types est d'une importance capitale.

L'existence des différences réelles dans la composition chimique des atmosphères stellaires présente un grand intérêt. Les données d'observation entraînent que les étoiles à température superficielle à peu près identique se distinguent parfois très fort d'après leurs spectres. A titre indicatif on peut citer les étoiles du type Wolf-Rayet, dont les spectres se divisent assez brutalement en deux séquences: azotique et carbonique. Un autre exemple peut être fourni par les étoiles des classes avancées dont les spectres forment des branches oxygénique et carbonique (la première est caractérisée par les bandes de TiO, et la seconde, par les bandes de C_2, CN et CH). Les observations ont également établi l'existence des étoiles à raies d'hydrogène spectrales très faibles (« étoiles pauvres en hydrogène ») et des étoiles à raies très fortes de certains métaux (« étoiles métalliques »). Vraisemblablement, dans la plupart des cas indiqués les anomalies spectrales s'expliquent par des compositions chimiques particulières. Pourtant, il se peut très bien que dans certains cas ces anomalies sont dues aux particularités d'excitation et d'ionisation des atomes au sein des atmosphères stellaires.

Le problème de la détermination de la composition chimique des étoiles de différents types est d'un grand intérêt aussi bien pour la théorie de l'évolution stellaire que pour la théorie de la formation des éléments. Ceci est dû au fait que l'intérieur des étoiles est le siège des réactions nucléaires dans lesquelles certains éléments se transforment en d'autres. Il faut, cependant, retenir que l'abondance des éléments dans l'atmosphère autorise la conclusion sur la composition chimique de l'intérieur d'une étoile dans le seul cas où la matière en son sein subit la convection (voir en détail [11]).

§ 13. Conditions physiques dans les atmosphères

1. Excitation et ionisation des atomes. On sait qu'en équilibre thermodynamique le degré d'excitation et d'ionisation des atomes est déterminé par les formules de Boltzmann et de Saha. En toute rigueur, dans les atmosphères stellaires l'équilibre thermodynamique n'existe pas. Toutefois, dans ce cas, on applique quand même les formules de Boltzmann et de Saha à titre de première approximation. Aussi en examinant les conditions physiques dans les atmosphères stellaires doit-on en premier lieu examiner ces formules.

Soit E_i l'énergie du i-ième niveau de l'atome, et g_i, son poids statistique (ou la multiplicité du niveau). Désignons par n_i le nombre d'atomes d'énergie E_i dans 1 cm^3 en équilibre thermodynami-

que. La formule principale de la physique statistique donne

$$n_i = C g_i e^{\frac{-E_i}{kT}}, \tag{13.1}$$

où C est une certaine constante.

On tire de la formule (13.1)

$$\frac{n_i}{n_1} = \frac{g_i}{g_1} e^{\frac{-\chi_1 - \chi_i}{kT}}, \tag{13.2}$$

où l'on a désigné $E_i = -\chi_i$. La quantité χ_i est l'énergie d'ionisation depuis l'i-ième niveau, alors que la quantité $\chi_1 - \chi_i$, l'énergie d'excitation de ce niveau. (13.2) s'appelle habituellement *formule de Boltzmann.*

La formule (13.1) peut être également appliquée aux états à énergie positive dans lesquels l'électron n'est pas lié à l'atome. Ceci permet de trouver le rapport entre le nombre d'ions et le nombre d'atomes neutres. La formule qui détermine ce rapport, nommée formule de Saha, est de la forme:

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = \frac{g^+}{g_1} \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}}, \tag{13.3}$$

où n^+ est le nombre d'atomes ionisés à l'état fondamental dans 1 cm^3; g^+, le poids statistique de cet état; n_e, le nombre d'électrons libres dans 1 cm^3.

Des formules analogues servent également pour le calcul du nombre d'atomes aux stades successifs d'ionisation. En particulier, le rapport entre le nombre d'atomes deux fois ionisés et le nombre d'atomes ionisés une fois est donné par la formule:

$$n_e \frac{n^{++}}{n^+} = \frac{g^{++}}{g^+} \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1'}{kT}}, \tag{13.4}$$

où n^{++} est le nombre d'atomes deux fois ionisés dans l'état fondamental dans 1 cm^3; g^{++}, le poids statistique de cet état; χ_1', l'énergie d'ionisation depuis l'état fondamental d'un atome ionisé une fois.

Appliquons à titre d'exemple les formules mentionnées à l'atome d'hydrogène. Dans notre cas $g_i = 2i^2$ et $\chi_i = \chi_1/i^2$. La formule (13.2) s'écrit donc:

$$\frac{n_i}{n_1} = i^2 e^{-\frac{\chi_1}{kT}\left(1 - \frac{1}{i^2}\right)}. \tag{13.5}$$

En particulier, pour le deuxième niveau on a

$$\frac{n_2}{n_1} = 4 e^{-\frac{117\,900}{T}}. \tag{13.6}$$

La formule (13.6) entraîne que pour les températures de milliers de kelvins régnant dans les atmosphères stellaires, la plupart des atomes d'hydrogène se trouvent à l'état fondamental. Mais avec la montée de la température le degré d'excitation des atomes croît rapidement.

La formule (13.5) rend également clair comment varie le nombre d'atomes excités lorsque l'indice i du niveau augmente. Si la température n'est pas très élevée, la quantité n_i/n_1 diminue d'abord, puis augmente; de plus, pour des i très grands cette croissance est à peu près proportionnelle à i^2. Il s'ensuit que si tous les niveaux de l'atome étaient réalisés, le nombre total d'atomes aux états ionisés serait infiniment grand. Or, en réalité les perturbations dues aux particules étrangères sont responsables du fait que les niveaux élevés des atomes ne se réalisent pas. Il en résulte qu'à tous les états excités le nombre d'atomes s'avère bien plus petit que celui d'atomes à l'état fondamental.

En appliquant la formule d'ionisation (13.3) à un atome d'hydrogène il faut poser $g^+ = 1$; $g_1 = 2$; $\varkappa_1/k = 157\,200$. On en tire

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = 2{,}4 \cdot 10^{15} T^{3/2} e^{-\frac{157\,200}{T}}. \qquad (13.7)$$

Le degré d'ionisation ne dépend pas seulement de la température T, mais aussi de la concentration des électrons libres n_e. Mais puisque dans les atmosphères stellaires la valeur de n_e est relativement petite, alors même aux températures pas très élevées le degré d'ionisation peut être grand. Par exemple, en posant $n_e \approx 10^{12}$, la formule (13.7) permet d'obtenir qu'avec $T \approx 10\,000$ K, pour l'hydrogène la valeur de n^+/n_1 est de l'ordre de 300.

Dans les calculs pratiques la formule d'ionisation (13.3) s'emploie souvent sous la forme

$$p_e \frac{n^+}{n_1} = 2 \frac{g^+}{g_1} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}}, \qquad (13.8)$$

où p_e est la pression électronique

$$p_e = n_e kT. \qquad (13.9)$$

Le calcul du logarithme permet d'obtenir au lieu de (13.8)

$$\lg p_e \frac{n^+}{n_1} = -\frac{5040}{T} \chi_1 + 2{,}5 \lg T - 0{,}48 + \lg \frac{2g^+}{g_1}. \qquad (13.10)$$

Ici la pression électronique p_e est exprimée en bars (1 bar = =1 dyne/cm²), alors que l'énergie d'ionisation $\varkappa_1$, en électrons-volts. Par un électron-volt on entend l'énergie acquise par un électron parcourant la différence de potentiel de 1 volt (1 eV = $1{,}60 \cdot 10^{-12}$ erg).

Tableau 15

Energie d'ionisation de certains atomes (en électrons-volts)

Elément	χ_1	χ_1'	Elément	χ_1	χ_1'	Elément	χ_1	χ_1'
H	13,60		A	15,75	27,6	Br	11,84	21,6
He	24,58	54,4	K	4,34	31,8	Kr	14,00	24,6
Li	5,39	76,6	Ca	6,11	11,9	Rb	4,18	27,4
Be	9,32	18,2	Sc	6,56	12,8	Sr	5,69	11,0
B	8,30	25,1	Ti	6,83	13,6	Y	6,6	12,3
C	11,26	24,4	V	6,74	14,6	Zr	6,95	14,0
N	14,54	29,6	Cr	6,76	16,5	Nb	6,77	13,5
O	13,61	35,1	Mn	7,43	15,6	Mo	7,18	15,2
F	17,42	35,0	Fe	7,90	16,2	Tc	7,45	15
Ne	21,56	41,1	Co	7,86	17,0	Ru	7,5	16,4
Na	5,14	47,3	Ni	7,63	18,2	Rh	7,7	18,1
Mg	7,64	15,0	Cu	7,72	20,3	Pd	8,33	19,9
Al	5,98	18,8	Zn	9,39	18,0	Ag	7,57	22,0
Si	8,15	16,3	Ga	6,00	20,5	Cd	8,99	16,9
P	10,55	19,6	Ge	7,88	15,9	In	5,78	18,9
S	10,36	23,4	As	9,85	20,2	Sn	7,33	14,6
Cl	13,01	23,8	Se	9,75	21,4			

Le Tableau 15 donne les valeurs de l'énergie d'ionisation des atomes neutres et ionisés une fois. Le tableau montre que parmi les atomes neutres, ce sont les métaux (Na, Ca, Fe, etc.) qui possèdent l'énergie d'ionisation minimale. Dans les atmosphères stellaires ils sont ionisés déjà aux températures de l'ordre de 5000 K. Lorsque la température est encore plus haute c'est l'hydrogène qui subit l'ionisation. La température d'ionisation la plus élevée est propre à l'hélium.

Nous avons déjà dit que les formules de Boltzmann et de Saha peuvent être appliquées seulement aux atmosphères stellaires en tant que première appoximation. Dans le cas où le calcul des quantités n_i/n_1 et n^+/n_1 impose des formules plus précises, il faut envisager des processus concrets qui les déterminent, c'est-à-dire les processus d'excitation et d'ionisation des atomes sous l'action du rayonnement et sous l'action des collisions (ainsi que les processus inverses). Dans de tels cas pour déterminer le degré d'excitation et d'ionisation des atomes on recourt aux formules (13.2) et (13.3) en y introduisant certains facteurs correctifs. Pour les atmosphères stellaires ces correctifs se distinguent ordinairement peu de l'unité. Toutefois, pour de nombreux autres objets astrophysiques leur écart de l'unité s'avère très grand. A titre d'exemple on peut se référer aux nébuleuses gazeuses examinées plus loin (voir §§ 23 et 24).

2. Concentration des électrons libres. Pour calculer le degré d'ionisation d'après la formule (13.3) il faut connaître la concentration

des électrons libres n_e. Cette quantité dépend de la profondeur et doit être déterminée sur la base du calcul des modèles des photosphères stellaires (voir § 6). Cependant, dans certains cas, ce n'est que la valeur moyenne de la concentration des électrons libres dans l'atmosphère qui présente de l'intérêt. Cette quantité notée $\bar{n}_e$ est déterminée d'habitude par l'une des deux méthodes.

La première peut être utilisée lorsque le spectre de l'étoile présente les raies d'un même atome à des stades d'ionisation différents. Supposons, par exemple, qu'on observe les raies des atomes neutre et une fois ionisé. Dans ce cas on peut trouver à l'aide de la courbe de croissance et de la formule de Boltzmann les nombres n_1 et n^+. Ensuite d'après la formule d'ionisation on détermine la quantité cherchée $\bar{n}_e$.

Le spectre du Soleil comporte les raies de Ca et Ca^+, ainsi que de Sr et Sr^+. L'application dans les deux cas de la méthode décrite donne à peu près le même résultat, notamment $\bar{n}_e \approx 10^{12}$ cm^{-3}.

La deuxième méthode de la détermination de la quantité $\bar{n}_e$ est fondée sur le calcul du nombre de raies de la série de Balmer de l'hydrogène, observées dans le spectre de l'étoile. Nous avons déjà dit qu'en réalité les niveaux supérieurs de l'atome ne sont pas réalisés vu l'intervention des particules étrangères. Il doit exister donc une limite supérieure également pour le nombre de raies observées. Désignons par i le numéro du dernier niveau réalisé, et par r_i, le rayon de l'orbite qui lui correspond. Désignons également par r_0 la distance moyenne entre les particules. Il est évident que $r_i < r_0$. Mais pour un atome d'hydrogène $r_i = r_1 i^2$, où r_1 est le rayon de la première orbite ou orbite de Bohr ($r_1 = 0{,}53 \cdot 10^{-8}$ cm), alors que la distance moyenne entre les particules vaut:

$$r_0 = \left(\frac{3}{4\pi n}\right)^{1/3}, \tag{13.11}$$

où n est la concentration des particules. On obtient donc

$$r_1 i^2 < \left(\frac{3}{4\pi n}\right)^{1/3} \tag{13.12}$$

ou

$$\lg n < 24{,}21 - 6 \lg i. \tag{13.13}$$

L'inégalité (13.13) permet d'évaluer la limite supérieure de la concentration des particules n (y compris la concentration des électrons libres $\bar{n}_e$) d'après le nombre observé des raies de Balmer.

Pourtant, si le nombre de particules chargées est assez grand (ions et électrons libres), celles-ci exercent une action perturbatrice sur les atomes, dont il s'ensuit que le nombre de niveaux réalisés diminue encore plus. L'effet Stark fait aussi que les particules char-

gées sont responsables de l'élargissement des raies. Dans ces conditions, les termes supérieurs de la série de Balmer fusionnent et il devient impossible de les distinguer du continuum. Vu la fusion des raies Inglis et Teller ont obtenu la formule suivante pour le calcul de la concentration des particules chargées d'après le numéro du niveau supérieur de la dernière raie de Balmer visible

$$\lg n = 23{,}26 - 7{,}5 \lg i. \qquad (13.14)$$

Aux basses températures ($T < 10^5/i$) dans cette formule il faut entendre par n la concentration des ions et des électrons libres, et aux températures élevées ($T > 10^5/i$), la seule concentration des ions. S'il est possible d'admettre que les ions et les électrons libres apparaissent seulement lors de l'ionisation des atomes d'hydrogène, alors dans le premier cas $n = 2\bar{n}_e$, et dans le deuxième, $n = \bar{n}_e$.

Les modes décrits ne se distinguent pas par une précision élevée ne serait-ce que par suite de l'indétermination de la notion même de la quantité $\bar{n}_e$. Mais dans la pratique, pour une estimation grossière de $\bar{n}_e$, on les emploie très souvent. Ils permettent, en particulier, d'après le nombre de raies de Balmer visibles dans les spectres stellaires, de séparer sans peine les naines des géantes. Dans les atmosphères des naines la concentration des particules est notablement plus élevée que dans celles des géantes, et par suite la quantité i doit être plus petite. Le nombre de raies de Balmer doit être particulièrement petit dans les spectres des naines blanches, ce qui s'accorde pleinement avec les observations.

3. Turbulence dans les atmosphères. L'étude des atmosphères stellaires par la méthode des courbes de croissance a montré que pour de nombreuses étoiles les valeurs du paramètre v sont de nombreuses fois supérieures aux vitesses moyennes de l'agitation thermique des atomes. Ceci a fait apparaître l'idée de l'existence dans les atmosphères stellaires, en plus de l'agitation thermique, d'autres types du mouvement chaotique du gaz. Ce mouvement a été dit « turbulent », bien qu'il puisse différer du mouvement turbulent dans le sens aérodynamique. Ainsi, dans une atmosphère stellaire la vitesse totale du mouvement chaotique est déterminée par la formule

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_t^2}, \qquad (13.15)$$

où v_0 est la vitesse moyenne de l'agitation thermique égale à

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m_a}}, \qquad (13.16)$$

et v_t, la vitesse du mouvement turbulent.

Dans les supergéantes on a décelé des vitesses turbulentes particulièrement grandes. Par exemple, d'après Struve, dans l'atmosphère de ε Cocher, $v_t = 20$ km/s, et dans celle de 17 Lièvre, $v_t = 67$ km/s. Indiquons pour comparer que dans les atmosphères des étoiles les vitesses moyennes de l'agitation thermique des atomes des métaux sont de l'ordre de 1 km/s.

Les mouvements turbulents dans les atmosphères stellaires modifient aussi les profils des raies d'absorption, en provoquant notamment l'élargissement des raies. Dans les spectres des supergéantes les raies faibles deviennent larges et menues, alors que les raies fortes s'élargissent dans leurs parties centrales, mais sont privées d'ailes, ce qui les distingue des raies du spectre des naines.

Cependant, pour plusieurs étoiles on a enregistré de grandes divergences entre les vitesses turbulentes déterminées d'après les largeurs équivalentes (c'est-à-dire d'après les courbes de croissance) et les demi-largeurs des raies d'absorption. Par exemple, l'étude de l'étoile δ Grand Chien a permis d'établir que d'après la largeur équivalente, $v_t = 5$ km/s, et d'après la demi-largeur, $v_t = 30$ km/s. Pour expliquer cet écart on a avancé ce point de vue que dans les atmosphères stellaires les mailles de turbulence peuvent avoir des échelles différentes. Si les dimensions linéaires d'une maille sont petites devant l'épaisseur de l'atmosphère, le mouvement turbulent influe sur les raies d'absorption parfaitement de la même façon que l'agitation thermique. Dans ce cas il ne doit pas y avoir de différence entre les vitesses turbulentes trouvées d'après les largeurs équivalentes et les demi-largeurs des raies d'absorption. Or, si les dimensions linéaires des mailles dépassent l'épaisseur de l'atmosphère, alors le mouvement turbulent doit élargir les raies d'absorption, mais ne peut pas augmenter leurs largeurs équivalentes. L'action de la turbulence sur les raies d'absorption est alors analogue à celle de la rotation de l'étoile. Dans cette optique, le mouvement turbulent dans l'atmosphère de δ Grand Chien convient mieux au second des cas cités.

Il convient de noter que la turbulence de grande échelle établie spectroscopiquement présente probablement un mode de convection particulier.

Une exploration détaillée de la turbulence dans les atmosphères stellaires a été réalisée par O. Struve et Sou Chouhouan. En particulier, ils se sont penchés sur la détermination des échelles des mailles de turbulence à partir de la relation entre la largeur équivalente et la demi-largeur de la raie d'absorption (voir, par exemple, [9]).

4. Rotation des étoiles. La rotation d'une étoile autour de son axe propre peut être établie d'après la forme du spectre. Si l'étoile tourne, les parties du disque qui s'éloignent de nous donnent des raies d'absorption déplacées dans le spectre vers le rouge, alors que les parties du disque qui s'approchent de nous sont déplacées vers le violet. Dans l'ensemble une étoile en rotation donne une raie d'ab-

sorption élargie par rapport à celle d'une étoile qui ne tourne pas. Evidemment, la rotation d'une étoile provoque l'élargissement de toutes les raies. L'effet de rotation est donc séparé aisément, par exemple, de l'effet Stark, qui n'élargit notablement que les raies particulièrement sensibles au champ électrique.

Considérons d'abord l'action exercée par la rotation sur le profil d'une raie d'absorption. Supposons qu'à l'équateur l'étoile tourne à la vitesse v, et l'axe de rotation constitue un angle i avec le rayon visuel. Retenons le système de coordonnées orthogonal x, y, z à origine au centre de l'étoile, à axe z orienté vers l'observateur, et à

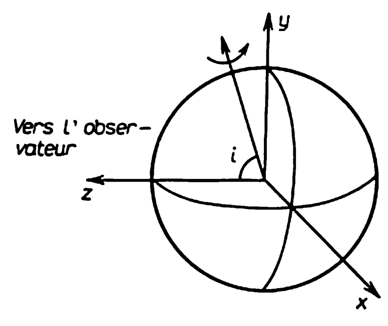


Fig. 14

axe y reposant dans le plan passant par l'axe de rotation et le rayon visuel (fig. 14).

Pour simplifier l'écriture nous admettons que le rayon de l'étoile est égal à l'unité.

Désignons par $I(x, y, \nu - \nu_0)$ l'intensité rayonnée à partir du point de coordonnées x, y sur le disque d'une étoile non animée de rotation à l'intérieur de la raie distante de $\nu - \nu_0$ de son centre. Si l'étoile tourne, alors dans l'expression de l'intensité au lieu de ν_0 il faut porter la fréquence centrale du point envisagé $\nu_0 + \nu_0 \frac{v_z}{c}$, où v_z est la vitesse radiale de ce point. On obtient sans peine que

$$v_z = -xv \sin i. \tag{13.17}$$

L'intensité rayonnée à partir du point de coordonnées x, y sur le disque de l'étoile en rotation, sur la fréquence ν, est $I(x, y, \nu - - \nu_0 + \nu_0 \frac{v}{c} x \sin i)$.

Notons ensuite $I_0(x, y)$ l'intensité rayonnée du point de coordonnées x, y sur le disque de l'étoile dans le spectre continu. Alors, le rapport de l'énergie émise par l'étoile sur la fréquence ν à l'intérieur

de la raie à l'énergie rayonnée par l'étoile dans le spectre continu est

$$\bar{r}(\nu-\nu_0)=\frac{\int\limits_{-1}^{+1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} I\left(x,\ y,\ \nu-\nu_0+\nu_0\frac{v}{c}\,x\sin i\right) dy}{\int\limits_{-1}^{+1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} I_0(x,\ y)\, dy}. \tag{13.18}$$

Cette formule détermine justement le profil de la raie d'absorption dans le spectre d'une étoile en rotation.

Avec la croissance de la vitesse de rotation la largeur de la raie d'absorption augmente. Mais la raie devient en même temps moins profonde. Cette circonstance est liée à ce que dans ces conditions la largeur équivalente de la raie ne change pas : quelle que soit la vitesse de rotation, elle est égale à la largeur équivalente de la raie dans le spectre d'une étoile qui ne tourne pas. Ce résultat rendu clair par des considérations physiques peut s'obtenir aisé ment à partir de la formule (13.18).

Pour simplifier (13.18) supposons que dans toutes les parties du disque d'une étoile non animée de rotation, le profil de la raie d'absorption est le même, c'est-à-dire

$$I(x,\ y,\ \nu-\nu_0)=r(\nu-\nu_0)\, I_0(x,\ y). \tag{13.19}$$

En portant (13.19) dans (13.18), il vient

$$\bar{r}(\nu-\nu_0)=\int\limits_{-1}^{+1} r\left(\nu-\nu_0+\nu_0\frac{v}{c}\,x\sin i\right) A(x)\, dx, \tag{13.20}$$

où

$$A(x)=\frac{\int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} I_0(x,\ y)\, dy}{\int\limits_{-1}^{+1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} I_0(x,\ y)\, dy}. \tag{13.21}$$

Exprimons la distance au centre de la raie en largeurs dopplériennes maximales dues à la rotation, c'est-à-dire posons

$$t=\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0}\,\frac{c}{v\sin i} \tag{13.22}$$

et au lieu de $r(\nu-\nu_0)$ et $\bar{r}(\nu-\nu_0)$ écrivons simplement $r(t)$ et $\bar{r}(t)$. Alors, au lieu de la relation (13.20) on a

$$\bar{r}(t)=\int\limits_{-1}^{+1} r(t-x)\, A(x)\, dx. \tag{13.23}$$

La relation (13.23) permet, si l'on connaît la quantité $A(x)$, de calculer le profil de la raie du spectre d'une étoile en rotation d'après les profils des raies du spectre d'une étoile qui ne tourne pas. A cet effet il faut connaître la loi de la distribution de l'intensité rayonnée dans le spectre continu sur le disque de l'étoile. D'après l'usage,

$$I_0 = C\,(1 + \beta \cos \vartheta), \tag{13.24}$$

où ϑ est la distance angulaire au centre du disque. Etant donné que $\sin \vartheta = \sqrt{x^2 + y^2}$, au lieu de (13.24), on a

$$I_0(x, y) = C\left(1 + \beta \sqrt{1 - x^2 - y^2}\right). \tag{13.25}$$

En portant (13.25) dans (13.21) et en procédant à l'intégration, on trouve

$$A(x) = \frac{\frac{2}{\pi}\sqrt{1-x^2} + \frac{\beta}{2}(1-x^2)}{1 + \frac{2}{3}\beta}. \tag{13.26}$$

Il est évident que la quantité $A(x)$ détermine le profil de la raie du spectre d'une étoile en rotation, si la largeur de la raie du spectre d'une étoile qui ne tourne pas est très petite. Mais si cette largeur n'est pas petite, c'est-à-dire comparable avec la largeur de la raie élargie par la rotation, pour déterminer le profil de la raie du spectre d'une étoile en rotation on utilise les formules (13.23) et (13.26).

Ces formules permettent de trouver, d'après les profils des raies, la vitesse de rotation de l'étoile (plus exactement, la quantité $v \sin i$). Pour ce faire on prend le profil de la raie du spectre d'une étoile non animée de rotation de la classe spectrale considérée, et à l'aide de la formule (13.23) on trace les profils des raies élargies par la rotation pour des valeurs différentes du paramètre $v \sin i$. La comparaison de ces profils avec le profil des raies du spectre de l'étoile donnée permet précisément d'établir la valeur cherchée de $v \sin i$.

La figure 15 présente à titre indicatif le profil de la raie d'hélium 4026 Å dans le spectre de i Hercule, étoile qui ne tourne pas, ainsi que les profils des raies déformés par la rotation, trouvés d'après la formule (13.23). Il convient de noter que la détermination de la quantité $v \sin i$ ne peut être précisée que lorsqu'elle atteint des valeurs de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres par seconde. S'il n'en est pas ainsi, il est difficile de séparer l'effet de rotation des autres effets intervenant dans le profil de la raie.

Le mode décrit a été appliqué au calcul des quantités $v \sin i$ de nombreuses étoiles. Il s'est avéré que les étoiles des premières classes spectrales O, B, A et des premières F sont animées d'une rotation rapide. Les étoiles de la classe Be tournent le plus vite, à des

vitesses allant jusqu'à 500 ou 600 km/s. Les vitesses de rotation des étoiles de la classe B et A atteignent 400 à 500 km/s, et celles de la classe F, 200 à 300 km/s. Les étoiles des classes plus avancées que F5 ne manifestent pas de rotation perceptible. Pour passer des quantités $v \sin i$ aux vitesses de rotation v on recourt à la statistique en supposant que l'orientation des axes de rotation est uniforme.

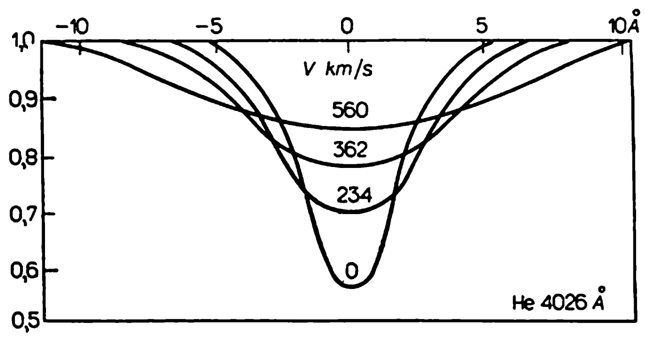


Fig. 15

La rotation rapide d'une étoile intervient notablement dans les conditions physiques de l'atmosphère stellaire, la force centrifuge s'ajoutant au nombre de forces que subit l'atmosphère. La force centrifuge dépendant de la latitude, les conditions physiques de l'atmosphère d'une étoile en rotation dépendent également de la latitude. En particulier, sous des latitudes différentes la distribution de la température et de la densité dans l'atmosphère doit être différente elle aussi. En même temps doivent différer les degrés d'excitation et d'ionisation des atomes, et donc la forme du spectre. Les calculs montrent que les spectres enregistrés à l'équateur et au pôle peuvent correspondre à des sous-classes spectrales très variées. Et puisque nous observons le spectre de l'ensemble de l'étoile, il doit posséder les traits aussi bien de l'une sous-classe que de l'autre. Evidemment, le rôle relatif de ces traits dépend de l'inclinaison de l'axe de rotation au rayon visuel. Les spectres observés de certaines étoiles possèdent réellement des traits des sous-classes différentes. Pour expliquer ces spectres on peut émettre l'hypothèse qu'il s'agit des étoiles qui tournent rapidement et qui nous regardent par leurs régions polaires (sinon le rôle relatif des spectres des régions polaires devrait être peu grand).

Pour chaque étoile il existe une vitesse de rotation critique à l'équateur v_c, à laquelle la force d'attraction est équilibrée par la force centrifuge. Cette vitesse est donnée par la formule

$$v_c^2 = G\frac{M}{R}, \qquad (13.27)$$

où M est la masse de l'étoile ; R, son rayon et G, la constante gravifique. Prenons à titre d'exemple une étoile de la classe B5 pour laquelle $M = 6\ M_\odot$ et $R = 4\ R_\odot$. D'après la formule (13.27) pour une telle étoile $v_c = 530$ km/s.

Si la vitesse de rotation à l'équateur dépasse v_c, la matière s'écoulera à partir de la région équatoriale, ce qui aboutira à la formation autour de l'étoile d'un anneau de gaz en rotation. D'après Struve, les étoiles de la classe Be possèdent de tels anneaux. Cette vue est confirmée par les vitesses de rotation des étoiles de la classe Be, qui sont maximales et proches de la vitesse v_c. En même temps, l'existence près de l'étoile d'un anneau de gaz peut expliquer la présence dans le spectre des raies d'émission (voir Chapitre VI).En réalité, l'éjection de la matière par l'étoile est due probablement non pas à la rotation, mais à d'autres mécanismes (par exemple, sous la forme de protubérances). Toutefois, la rotation rapide d'une étoile contribue à ce processus.

5. Champs magnétiques des étoiles. Leur étude est fondée sur l'effet Zeeman qui traduit, comme on le sait, la séparation des raies spectrales dans un champ magnétique. Dans le cas le plus simple une raie unique se décompose en trois composantes, dont l'une occupe la position non déplacée, alors que les deux autres sont déplacées de mêmes distances de part et d'autre de celle-ci. La valeur du déplacement est alors proportionnelle à l'intensité du champ H. Toutes les composantes de la raie sont polarisées, l'allure de la polarisation dépendant de l'angle entre la direction du champ et le rayon visuel. Des cas plus complexes donnent lieu à la décomposition de la raie en un nombre plus grand de composantes.

Pour plusieurs raisons (agitation thermique des atomes, effet Stark, turbulence, rotation de l'étoile) ordinairement dans les spectres stellaires les raies d'absorption sont très élargies. Aussi, même en présence d'un champ magnétique très intense les composantes de Zeeman se confondent. Pour déceler le champ magnétique il faut appliquer une méthodologie spéciale, fondée sur l'utilisation des analyseurs de lumière polarisée. Ces dispositifs rendent possible dans quelque mesure la séparation des composantes de Zeeman et la détermination d'après leur déplacement de l'intensité du champ.

Le champ magnétique des étoiles a été découvert par Babcock en 1947 pour 78 Vierge qui appartient à la classe spectrale A2p. Babcock a supposé que son champ magnétique fort est lié à la rotation rapide de l'étoile. Mais d'après les raies élargies par la rotation il est très difficile de déceler l'effet Zeeman. On a retenu donc pour les observations une étoile à raies spectrales étroites ; on pouvait penser que comme les autres étoiles de cette classe elle tourne très vite mais se présente à nous du côté du pôle. Dans les années qui suivirent Babcock a poursuivi ses recherches et son catalogue (voir [9]) comporte des renseignements sur 89 « étoiles magnétiques ».

L'examen de ce catalogue permet de tirer plusieurs conclusions.

1. A la surface des étoiles l'intensité du champ magnétique est de l'ordre de 1000 Œ. Cependant, de telles valeurs de H sont probablement bien plus grandes que la moyenne du fait que la méthodologie adoptée n'assure pas la mesure des champs d'une intensité inférieure à 200 Œ.

2. La plupart des étoiles du catalogue (70 des 89) appartiennent à la classe spectrale A (plus exactement, à l'intervalle B8-F0). Mais là, dans une grande mesure, intervient la sélection d'observation par suite du choix préférentiel des étoiles analogues à 78 Vierge.

3. Presque toutes les étoiles magnétiques possèdent des spectres « péculaires », dans lesquels certaines raies sont atténuées, alors que d'autres sont renforcées par rapport aux spectres ordinaires.

4. Les champs magnétiques de toutes les étoiles étudiées sont variables. Dans certains cas leur variation est périodique, tandis que le plus souvent elle est irrégulière.

Les explorations ultérieures ont permis d'établir que les étoiles magnétiques présentent un groupe particulier de la classe A. Elles ne sont pas vues à partir du pôle, mais tournent plus lentement que les autres étoiles. Pour expliquer leurs variations magnétiques et spectrales on a proposé le modèle d'un rotateur incliné, c'est-à-dire d'une étoile dont l'axe de rotation est incliné sous un certain angle à l'axe magnétique. Dans ce cas avec la rotation de l'étoile les pôles magnétiques se déplacent également par rapport à l'observateur.

Les anomalies de composition chimique présentent une particularité importante des étoiles magnétiques. Une telle conclusion est tirée des intensités anomales des raies d'absorption. Puisque les intensités des raies varient avec le temps (c'est-à-dire avec la rotation), on admet que la distribution des éléments chimiques suivant la surface de l'étoile est irrégulière. Probablement cette irrégularité ne concerne que les couches superficielles, et elle est due à l'influence du champ magnétique dont la structure peut être assez compliquée.

L'observation de l'effet Zeeman a rendu également possible la découverte des champs magnétiques d'autres étoiles. Par exemple, on a mesuré les champs d'intensité de l'ordre de 1000Œ de certaines géantes rouges. La polarisation circulaire observée de la lumière des naines blanches a fait supposer qu'elles possèdent des champs d'intensité de l'ordre de 10^7 Œ.

Pour résoudre divers problèmes du magnétisme stellaire il faut appliquer la théorie de la formation des raies d'absorption dans un champ magnétique. Cette théorie est également nécessaire pour l'étude des champs magnétiques des taches solaires (voir § 15).

§ 14. Etoiles des classes spectrales différentes

1. Dépendance entre le spectre et la température. Jusque-là nous nous sommes penchés sur la question de la formation du spectre de l'une quelconque des étoiles. Maintenant nous allons passer à un examen sommaire de l'ensemble des spectres stellaires.

On sait qu'en première approximation les spectres stellaires forment une séquence linéaire. Toutes les propriétés du spectre (par exemple les largeurs équivalentes des raies) changent régulièrement le long de la séquence. Ceci s'explique par le fait que le spectre de l'étoile dépend surtout d'un paramètre, de la température. La variation de la température change le degré d'excitation et d'ionisation des atomes de l'atmosphère stellaire, ce qui détermine également la variation de l'intensité des raies.

Dans la pratique tous les spectres stellaires se divisent en plusieurs classes. Les voici dans l'ordre de la décroissance de la température: O—B—A—F—G—K—M. A son extrémité la séquence spectrale se ramifie : les spectres des classes R—N (à bandes de carbone et de cyane) et de la classe S (à bandes d'oxyde de zirconium) se dégagent des spectres de la classe M (à bandes d'oxyde de titane). Probablement cette ramification est due à la composition chimique différente.

Observons comment change le spectre avec l'augmentation de la température. Les spectres des étoiles les plus froides (classe M, etc.) comportent des bandes moléculaires et des raies des atomes neutres des métaux. Avec l'augmentation de la température les molécules se dissocient et il en résulte la disparition des bandes moléculaires (classe K). Par la suite les métaux subissent l'ionisation progressive. Les spectres très complexes de la classe G comportent un nombre énorme de raies des métaux neutres et ionisés. La température devenant encore plus élevée, l'intensité des raies des métaux ionisés se renforce (classe F). Dans la classe A les raies les plus intenses sont celles de Balmer de la série d'hydrogène. Dans la classe B apparaissent des raies d'hélium, du fait que l'excitation des raies de ce dernier, situées dans la partie visible du spectre, impose une température assez élevée. Enfin, dans la classe O ce sont les raies de l'hélium ionisé qui deviennent intenses.

On peut également observer la variation des intensités des raies isolées avec l'augmentation de la température. Prenons à titre d'exemple les raies issues des transitions des électrons de l'état excité d'un atome neutre. A de basses températures ces raies sont très faibles, la plupart des atomes se trouvant dans l'état fondamental. L'élévation de la température fait croître le degré d'excitation des atomes, ce qui implique l'accroissement des largeurs équivalentes des raies considérées. Cependant, l'augmentation du nombre d'atomes à l'état excité ne se poursuit que jusqu'à une valeur déterminée de la

température. L'élévation ultérieure de celle-ci réduit le nombre d'atomes à l'état excité du fait de leur passage à l'état ionisé. Ceci fait que les largeurs équivalentes des raies envisagées diminuent elles aussi. De la sorte, l'élévation de la température d'une étoile fait que les largeurs équivalentes des raies issues des transitions des électrons de l'état excité des atomes neutres deviennent d'abord plus grandes pour décroître ensuite.

La variation des largeurs équivalentes des raies des atomes ionisés est analogue, c'est-à-dire elles deviennent plus grandes d'abord, puis diminuent. Il n'y a que les raies de la série principale d'un atome neutre qui se comportent d'une autre façon avec l'augmentation de la température : leurs largeurs équivalentes décroissent (si l'on ne tient pas compte des molécules qui se forment aux basses températures).

Les considérations qualitatives exposées sont confirmées par des calculs correspondants. Ceux-ci sont fondés sur l'utilisation des formules de Boltzmann et de Saha qui déterminent le degré d'excitation et d'ionisation des atomes. Nous avons retenu que ces formules sont de la forme :

$$\frac{n_i}{n_1} = \frac{g_i}{g_1} e^{-\frac{\chi_1 - \chi_i}{kT}}, \tag{14.1}$$

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = f e^{-\frac{\chi_1}{kT}}, \tag{14.2}$$

où

$$f = \frac{g^+}{g_1} \frac{2(2\pi mkT)^{\frac{3}{2}}}{h^3}. \tag{14.3}$$

C'est en appliquant justement les formules (14.1) et (14.2) aux atmosphères stellaires que Saha a expliqué en 1921 la classification spectrale.

Appliquons les formules citées au calcul de la relation entre la largeur équivalente des raies et la température. Considérons comme dans ce qui précède la raie issue de la transition d'un électron à partir de l'état excité d'un atome neutre. Si l'on adopte le modèle d'Eddington, la largeur équivalente de la raie sera d'autant plus grande que le rapport n_i/α_ν est grand, où n_i est le nombre d'atomes en i-ième état dans 1 cm³ et α_ν, le coefficient d'absorption volumique du spectre continu (voir § 12). Mettons la quantité α_ν sous la forme

$$\alpha_\nu = \varkappa_\nu \rho, \tag{14.4}$$

où $\varkappa_\nu$ est le coefficient d'absorption par unité de masse, et ρ, la densité. Désignons par q la part de l'élément donné dans la densité générale ρ et posons

$$q\rho = m_a n, \tag{14.5}$$

où n est le nombre total d'atomes de l'élément donné dans 1 cm³, et m_a, la masse d'un atome. A l'aide de (14.4) et (14.5) on obtient

$$\frac{n_i}{\alpha_\nu} = \frac{q}{m_a \varkappa_\nu} \frac{n_i}{n}. \tag{14.6}$$

Supposons que $n = n_1 + n^+$, c'est-à-dire négligeons le nombre d'atomes excités, ainsi que le nombre d'atomes ionisés deux fois. Alors, en utilisant les formules (14.1) et (14.2) on trouve:

$$\frac{n_i}{\alpha_\nu} = \frac{q}{m_a \varkappa_\nu} \frac{\frac{g_i}{g_1} e^{-\frac{\chi_1 - \chi_i}{kT}}}{1 + \frac{f}{n_e} e^{-\frac{\chi_1}{kT}}}. \tag{14.7}$$

Cette formule exprime justement la dépendance de la quantité n_i/α_ν par rapport à la température T. A l'aide de la courbe de croissance qui associe la largeur équivalente de la raie W à la quantité n_i/α_ν, nous pouvons trouver également la dépendance entre W et T.

Des formules analogues peuvent s'obtenir pour les raies des atomes ionisés.

Ce qui vient d'être dit entraîne que d'après la forme du spectre stellaire (plus précisément, d'après les largeurs équivalentes des raies d'absorption) on peut établir la température de l'atmosphère. Une telle *température* est dite *d'ionisation*.

Pour l'évaluer Fowler et Milne ont proposé la méthode suivante. Trouver d'après la formule (14.7) la température à laquelle la quantité n_i/α_ν, et donc la quantité W, possède un maximum, et affecter cette température à l'étoile de la classe spectrale où la raie donnée atteint réellement la largeur équivalente maximale. En admettant que $\varkappa_\nu = \text{const}$ et $p_e = n_e\, kT = \text{const}$, on obtient à partir de la formule (14.7) l'équation suivante de la température d'ionisation:

$$p_e = \frac{\chi_i + \frac{5}{2} kT}{\chi_1 - \chi_i} fkTe^{-\frac{\chi_1}{kT}}. \tag{14.8}$$

La résolution de (14.8) (et des équations analogues pour les raies des atomes ionisés) par rapport à T et la comparaison des valeurs de T avec les données d'observation ont fourni aux auteurs une échelle des températures d'ionisation. Certains de leurs résultats

Tableau 16

Température d'ionisation des étoiles

Classe spectrale	Maximum de la raie	Température d'ionisation, K
K5	Na, 1^2P-m^2D	3 900
G5	Mg, 1^3P-m^3S	5 250
G0	Ca II, 1^2S-m^2P	6 290
A0	H, série de Balmer	10 000
B2	He, 2^3P-m^2D	16 100
B1	Si III, O II	19 000
O5	He II, λ 4686, série de Pickering	35 000

sont donnés par le Tableau 16, où l'on adopte pour toutes les étoiles $p_e = 10^{-6}$ atm.

Toutefois, les températures d'ionisation trouvées de cette façon ne correspondent que grossièrement à la réalité. En fait, la quantité n_i/α_ν dépend non seulement de la température T, mais encore des paramètres $\varkappa_\nu$ et n_e. A leur tour ces paramètres sont exprimés à l'aide de la température T et de l'accélération de la pesanteur g. La largeur équivalente de la raie dépend donc non seulement de T, mais encore de g. Bien entendu, la dépendance de la quantité W par rapport à T est bien plus forte que celle par rapport à g, ce qui explique justement en première approximation l'existence de la séquence linéaire des spectres stellaires. Mais il faut également tenir compte de la dépendance entre W et g.

2. Influence de l'accélération de la pesanteur sur le spectre. La formule (14.7) rend possible la construction des graphiques déterminant la largeur équivalente des raies en fonction de la température T. Ces graphiques diffèrent pour des valeurs différentes de l'accélération de la pesanteur g (du fait que les quantités $\varkappa_\nu$ et n_e dépendent non seulement de T, mais encore de g). Dans ces conditions il s'avère que plus g est grand, plus la température responsable de la largeur équivalente maximale de la raie doit être élevée.

Dans les atmosphères des géantes les valeurs de g sont bien plus petites que dans celles des naines. Il s'ensuit que pour la largeur équivalente donnée de la raie la température d'une géante doit être plus basse que la température d'une naine. Autrement dit, pour la même classe spectrale les géantes doivent être plus froides que les naines. Cette conclusion théorique est confirmée qualitativement par les résultats des observations. Mais les différences décelées dans les spectres des géantes et des naines par des observations sont beaucoup plus grandes que celles prédites par la théorie basée sur l'application de la formule (14.7) et de la formule analogue de n^+/α_ν. Ceci s'explique dans une mesure notable par

la variation de l'accélération de la pesanteur, qui intervient dans la largeur équivalente d'une raie non seulement grâce à la variation du degré d'ionisation des atomes, mais aussi par suite de la modification du rôle des effets de pression dont l'influence sur la largeur de la raie est immédiate.

Le fait que la largeur équivalente d'une raie dépend non seulement de la température T, mais encore de l'accélération de la pesanteur g, témoigne que la classification spectrale doit être perfectionnée. Chaque spectre d'une étoile doit être caractérisé non par un, mais par deux paramètres, T et g. Autrement dit, la classification spectrale doit être non pas à une, mais à deux dimensions.

Notons que l'influence de l'accélération de la pesanteur sur le spectre de l'étoile s'appelle d'habitude *effet de magnitude absolue.* Ceci s'explique par le fait qu'à la température donnée l'accélération de la pesanteur g est liée d'une façon univoque à la luminosité de l'étoile L. En effet, on a

$$g = G\frac{M}{R^2} \tag{14.9}$$

et

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4. \tag{14.10}$$

D'autre part, les quantités L et M sont liées par la relation empirique masse-luminosité du type

$$L \sim M^n, \tag{14.11}$$

où n est un certain paramètre (d'ordre 3 ou 4). Pour T_e = const, on obtient à partir des formules précitées:

$$g \sim L^{-1+\frac{1}{n}}. \tag{14.12}$$

Ainsi, g est d'autant plus grande que L est plus petite.

Dans certains ouvrages on a proposé des classifications à deux dimensions empiriques. Dans la pratique le plus souvent on recourt à la classification d'Yerkes qui affecte à chaque étoile, en plus de la classe spectrale, encore une des sept classes de luminosité (I — supergéantes; II — géantes brillantes; III — géantes; IV — sous-géantes; V — naines de la séquence principale; VI — sous-naines; VII — naines blanches). Quelquefois on utilise également la classification de Barbier et de Chalonge fondée sur les caractéristiques du spectre continu d'une étoile non perturbée par l'absorption interstellaire de la lumière.

Cette circonstance que l'influence de l'accélération de la pesanteur sur les raies des atomes neutres et ionisés s'avère différente

présente un grand intérêt. Ceci permet d'après le rapport des largeurs équivalentes des raies d'un ion et d'un atome neutre dans le spectre de l'étoile d'établir l'accélération de la pesanteur à sa surface, et par suite, la magnitude absolue de l'étoile. La comparaison de la magnitude absolue de l'étoile avec sa magnitude apparente permet également d'établir la distance qui nous en sépare. Ceci est à la base de la méthode déterminant ce qu'on appelle les parallaxes spectrales. Cette méthode est déjà appliquée depuis longtemps et a donné de nombreux résultats précieux. Dans la pratique, pour chaque classe spectrale, on a sélectionné des raies des ions et des atomes neutres dont la relation des intensités est particulièrement sensible à la magnitude absolue.

3. Etoiles des premières classes spectrales. Dans les spectres des étoiles des premières classes les raies de Balmer d'hydrogène sont très intenses. Comme le montre le Tableau 16, elles atteignent l'intensité maximale dans la classe spectrale A0, c'est-à-dire à la température d'environ 10 000 K. Avec la baisse de la température ces raies s'atténuent du fait que le nombre d'atomes en deuxième état diminue. Lorsque la température est plus élevée, ces raies s'affaiblissent par suite d'une ionisation plus forte des atomes.

Dans les spectres des géantes et des naines les profils et les largeurs équivalentes des raies de Balmer se distinguent notablement les uns des autres. Ceci témoigne d'une forte influence sur les raies de Balmer de l'accélération de la pesanteur. Or, dans ce cas, cette action est due non tant à la modification du degré d'ionisation des atomes qu'à l'effet Stark. Lorsqu'on passe des géantes aux naines, la densité de la matière dans l'atmosphère augmente et, par suite, l'action de l'effet Stark se renforce. Pour cette raison, dans le spectre des naines les largeurs équivalentes des raies de Balmer sont bien plus grandes que dans le spectre des géantes.

La forte influence de l'accélération de la pesanteur sur les raies de Balmer permet de déterminer la valeur de g de l'étoile donnée en comparant les profils théoriques et observés des raies. Les profils théoriques doivent être définis sur la base des calculs des modèles des photosphères pour une température effective de l'étoile et pour des valeurs de g différentes. La comparaison de la théorie avec les observations permet de choisir la valeur de g la plus convenable. Nous avons déjà dit que la connaissance de g permet d'établir la luminosité de l'étoile, et puis sa parallaxe.

L'élargissement des raies de Balmer dû à l'effet Stark permet également de faire une estimation grossière de la valeur moyenne de la concentration électronique dans l'atmosphère de l'étoile. On a obtenu précédemment l'expression (8.46) du coefficient d'absorption dans les ailes des raies de Balmer rendant compte de l'effet Stark. Le fait que dans les atmosphères des étoiles chaudes le nombre d'ions est égal au nombre d'électrons libres (l'hydrogène étant

complètement ionisé), nous sommes autorisés de récrire cette expression sous la forme

$$k_\lambda = \frac{4\pi}{3} C \frac{e^{3/2} n_e}{(\lambda - \lambda_0)^{5/2}}. \tag{14.13}$$

Admettons pour simplifier que les raies d'absorption se forment en équilibre thermodynamique local. Alors, la quantité r_λ caractéristique du profil de la raie est donnée par la formule (9.19). On en tire :

$$1 - r_\lambda = A \frac{\sigma_\lambda}{\sigma_\lambda + \alpha_\nu}, \tag{14.14}$$

où l'on a introduit la notation

$$A = \frac{\beta_\nu}{\frac{3}{2}\frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} + \beta_\nu}. \tag{14.15}$$

La quantité σ_λ qui figure dans la formule (14.14) est le coefficient d'absorption volumique de la raie $\sigma_\lambda = n_2 k_\lambda$, où n_2 est le nombre d'atomes d'hydrogène en deuxième état dans 1 cm³. En utilisant au lieu de (14.14) l'expression (14.13) on trouve

$$1 - r_\lambda = \frac{A}{1 + \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{D}\right)^{5/2}}, \tag{14.16}$$

où

$$D = \left(\frac{4\pi}{3} C e^{3/2} \frac{n_2 \bar{n}_e}{\alpha_\nu}\right)^{2/5} \tag{14.17}$$

et par $\bar{n}_e$ on entend la concentration moyenne des électrons libres dans l'atmosphère.

La formule (14.16) détermine le profil d'une raie d'absorption élargie par effet Stark. En toute rigueur, cette formule n'est applicable qu'aux ailes de la raie. Cependant, pour les parties centrales de celle-ci les valeurs de σ_λ ne sont pas significatives, puisque pour elles $\sigma_\lambda \gg \alpha_\nu$, et, par conséquent, la quantité $\frac{\sigma_\lambda}{\sigma_\lambda + \alpha_\nu}$ est proche de l'unité.

A l'aide de la formule (14.16) on obtient l'expression de la largeur équivalente des raies :

$$W = \int (1 - r_\lambda)\, d\lambda = 2{,}64 AD. \tag{14.18}$$

Pour chaque raie de Balmer on peut trouver par observation la largeur équivalente W et la quantité A présentant le creux central de la raie (puisque $A \approx 1 - r_{\lambda_0}$). En utilisant ces valeurs de W

et de A on peut trouver d'après la formule (14.18) la quantité D, et donc le produit $n_2\bar{n}_e/\alpha_\nu$.

Pour établir la concentration électronique $\bar{n}_e$ il faut au préalable trouver la quantité n_2/α_ν. Pour ce faire on peut utiliser les termes supérieurs de la série de Balmer. Le coefficient d'absorption décroissant rapidement avec l'augmentation du numéro de la raie, les termes de la série suffisamment élevés vérifient l'inégalité $\sigma_\lambda \ll \ll \alpha_\nu$. Dans ce cas la largeur équivalente de la raie est

$$W = A\frac{n_2}{\alpha_\nu}\int k_\lambda\, d\lambda = A\frac{n_2}{\alpha_\nu}\frac{h}{\nu_0}B_{2k}. \quad (14.19)$$

La formule (14.19) rend possible l'obtention de la quantité n_2/α_ν, alors que la formule (14.17), de la quantité $\bar{n}_e$.

La méthode décrite pour calculer la quantité $\bar{n}_e$ présente pourtant cet inconvénient que les raies de Balmer respectant l'inégalité $\sigma_\lambda \ll \alpha_\nu$ peuvent ne pas être observées en réalité par suite de leur fusion due aux effets de pression. Nous nous rappelons d'un autre mode d'obtenir la quantité $\bar{n}_e$ fondé justement sur l'établissement du numéro de la dernière raie de Balmer observée.

Dans les spectres des étoiles B et O les raies d'hydrogène s'accompagnent des raies d'hélium qui est, comme on le sait, l'élément qui suit l'hydrogène quant à son abondance. Le spectre de l'hélium est bien plus complexe que celui de l'hydrogène, mais il est étudié d'une façon assez détaillée. De nombreuses raies d'hélium subissent l'effet Stark (dans certains cas, l'effet quadratique, dans d'autres, l'effet linéaire); d'après l'élargissement de ces raies on peut juger de l'accélération de la pesanteur dans l'atmosphère de l'étoile. L'influence exercée par l'effet Stark sur les raies d'hélium ionisé présentes dans le spectre des étoiles de la classe O peut être étudiée quantitativement de la même façon qu'on l'a fait pour les raies d'hydrogène.

Nous avons déjà dit (§ 5) que dans les couches superficielles des étoiles chaudes un certain rôle dans le transfert de l'énergie revient à la diffusion du rayonnement sur les électrons libres. Ce processus peut intervenir notablement dans la répartition de l'énergie du spectre continu. Quelquefois il faut également en tenir compte en explorant les spectres de raies des étoiles chaudes.

4. Etoiles des classes spectrales avancées. Les spectres de ces étoiles comportent de nombreuses raies des métaux. Les potentiels d'excitation des métaux étant relativement faibles, il s'avère que des atomes en assez grand nombre se trouvent aux états excités. Les raies de la partie visible du spectre apparaissent justement dans les transitions des électrons à partir de ces états. Aux températures très basses il se forme également dans les atmosphères stellaires un grand nombre de molécules. Aussi les spectres des étoiles

des classes les plus avancées présentent-ils des bandes moléculaires intenses.

Pour établir le nombre de molécules dans une atmosphère stellaire on utilise la « formule de dissociation » analogue à la formule d'ionisation (14.2). Supposons qu'une molécule AB se forme dans la collision des atomes A et B. Désignons par n_A, n_B et n_{AB} la concentration de ces atomes et molécules. En équilibre thermodynamique on a

$$\frac{n_A n_B}{n_{AB}} = \frac{g_A g_B}{g_{AB}} \left(\frac{2\pi M}{h^2} \right)^{3/2} \frac{(kT)^{1/2} h^2}{8\pi^2 I} \left(1 - e^{-\frac{h\nu_0}{kT}} \right) e^{-\frac{U}{kT}}, \qquad (14.20)$$

où g_A, g_B et g_{AB} sont les poids statistiques des états fondamentaux des atomes A et B et de la molécule AB; M, la masse réduite; I, le moment d'inertie; ν_0, la fréquence fondamentale des oscillations des atomes dans une molécule; U, l'énergie de dissociation de la molécule. On sait que les quantités M et I valent

$$M = \frac{M_A M_B}{M_A + M_B}, \quad I = M r_0^2, \qquad (14.21)$$

où r_0 est la distance d'équilibre entre les noyaux des atomes A et B.

Tableau 17

Certains paramètres des molécules

Molécule	Energie de dissociation	Masse réduite	Distance entre les noyaux	Molécule	Energie de dissociation	Masse réduite	Distance entre les noyaux
H_2	4,48	0,504	0,742	NH	3,6	0,940	1,038
C_2	6,3	6,002	1,312	O_2	5,08	8,000	1,207
CH	3,47	0,930	1,120	OH	4,37	0,948	0,971
CO	11,1	6,858	1,209	TiO	6	11,998	1,620
CN	7	6,464	1,172	ZrO	7	13,584	1,42

Le Tableau 17 consigne pour certaines molécules les valeurs des paramètres qui figurent dans la formule (14.20). L'énergie de dissociation est donnée ici en unités de masse atomiques; la distance entre les noyaux r_0, en angströms.

Les calculs d'après la formule (14.20) montrent que dans les atmosphères des étoiles froides (à température de 2000 à 3000 K) doivent se trouver de nombreuses molécules différentes. Avec l'augmentation de la température le nombre de molécules dans l'atmosphère décroît. Pourtant, même aux températures de l'ordre de

5000 K les atmosphères doivent comporter un nombre suffisant de molécules pour qu'elles puissent être décelées par observation. En effet, dans le spectre du Soleil on observe un grand nombre de faibles bandes moléculaires.

Pour le calcul des spectres moléculaires des étoiles il faut non seulement déterminer la quantité des molécules dans les atmosphères, mais encore connaître la structure des spectres et les coefficients d'absorption dans les bandes. De nos jours pour la plupart des molécules de tels renseignements ne sont qu'approchés. Pour autant, en utilisant les données disponibles on peut calculer la variation des intensités des bandes moléculaires différentes en fonction de la variation de la température de l'étoile. Si l'on admet que la composition chimique des atmosphères stellaires ne se distingue pas beaucoup de celle de l'atmosphère solaire, les spectres moléculaires calculés coïncident *grosso modo* avec ceux des étoiles des classes G—K—M.

Ce qui importe c'est que les spectres moléculaires des étoiles dépendent sensiblement de la pression dans les atmosphères (le nombre de molécules n_{AB} étant proportionnel au nombre d'atomes n_A et n_B). Il s'ensuit que les intensités des bandes de mêmes molécules dans les spectres des géantes et des naines sont très différentes. De la sorte, d'après l'allure du spectre moléculaire des étoiles on peut juger de l'accélération de la pesanteur dans leurs atmosphères.

Nous avons déjà dit que dans le domaine des classes avancées la séquence spectrale se ramifie, ce qui s'explique par la différence de composition chimique des atmosphères stellaires. Les atmosphères des étoiles de la classe M contiennent plus d'oxygène que de carbone; il s'ensuit que l'oxygène se combine surtout au titane pour former des molécules de TiO, tandis que les atmosphères des étoiles des classes R et N comportent plus de carbone que d'oxygène. L'oxygène se combine donc non pas au titane, mais au carbone et forme la molécule CO qui ne présente pas de bandes dans la partie visible du spectre. En ce qui concerne d'autres atomes de carbone, ils forment des molécules CN, CH et C_2 propres aux spectres des classes R et N.

5. Naines blanches. Les spectres des naines blanches se distinguent notablement de ceux des étoiles de la séquence principale. Leur particularité consiste surtout en un très petit nombre de raies d'absorption. Une partie considérable de ces objets ne possède en général pas dans leurs spectres de raies d'absorption perceptibles (ces spectres se rapportent à la classe DC). Les spectres des naines blanches de la classe DB possèdent seulement certaines raies d'hélium. La plupart des naines blanches étudiées a les spectres de la classe DA qui ne comportent que quelques premiers termes de la série de Balmer de l'hydrogène. Les spectres des naines blanches des classes DF, DG et DK comportent également des raies H et K de Ca II, ainsi que certaines raies de FeI.

Au télescope de 200 pouces d'ouverture Greenstein a obtenu des spectrogrammes de quelques dizaines de naines blanches permettant de mesurer les profils et les largeurs équivalentes des raies d'absorption (voir [9]). Il considère que les naines blanches se ramifient en deux séquences. Les atmosphères des étoiles de l'une d'elles se composent surtout d'hydrogène (classes spectrales DA, DF, DG, DK), alors que les atmosphères de l'autre, surtout d'hélium (classes spectrales DB et DC). Les étoiles chaudes de la deuxième séquence présentent dans leurs spectres des raies d'hélium et appartiennent à la classe DB. Tandis que dans les spectres des étoiles froides de cette séquence, les raies d'hélium ne peuvent pas s'observer et ces étoiles se rapportent à la classe DC.

Les traits principaux des spectres des naines blanches s'expliquent par les accélérations énormes de la pesanteur dans leurs atmosphères (de l'ordre de 10^6 à 10^{10} cm/s^2). Ceci implique de grandes concentrations de particules dans les atmosphères, et par suite, une forte action de l'effet Stark. Pour cette raison, dans les spectres des naines blanches les raies de Balmer s'avèrent très larges (leurs largeurs équivalentes atteignent des dizaines d'angstrōms). En même temps les termes supérieurs de la série de Balmer se confondent et nous ne voyons que quelques premiers termes de la série (ordinairement, pas plus de cinq). Il est plus difficile d'expliquer les raies faibles des métaux. Peut-être qu'ici intervient la séparation gravifique des atomes, c'est-à-dire cette circonstance que sous l'action de la pesanteur les atomes lourds pénètrent dans des couches plus profondes de l'atmosphère que les atomes légers.

Les calculs approchés des profils et des largeurs équivalentes des raies de Balmer peuvent se faire d'après les formules (14.16) et (14.18) obtenues compte tenu de l'effet Stark. Les grandeurs A et D qui figurent dans ces formules dépendent des conditions physiques au niveau « effectif » de la formation des raies. Nous admettrons qu'à ce niveau la profondeur optique du spectre continu est égale à 1/3, c'est-à-dire

$$\alpha_\nu \Delta r = \frac{1}{3}, \tag{14.22}$$

où Δr est l'« épaisseur d'une atmosphère homogène ». Ensuite l'équation de l'équilibre hydrostatique donne:

$$\Delta r = \frac{kT}{\mu m_H g}, \tag{14.23}$$

où μ est le poids moléculaire moyen. En utilisant également la formule habituelle qui associe la température à la profondeur optique, on obtient

$$T = T_0 \left(1 + \frac{\bar{\alpha}}{2\alpha_\nu}\right)^{1/4}, \tag{14.24}$$

où T_0 est la température superficielle de l'étoile. Si l'on donne les valeurs des quantités T_0 et g, ainsi que la composition chimique de l'atmosphère, alors à l'aide des trois dernières formules on peut calculer les quantités Δr, ρ et T au niveau envisagé (les valeurs du coefficient d'absorption α_ν en fonction de ρ et de T sont données par des tables spéciales). Ensuite on peut aussi trouver les quantités A et D pour la raie donnée.

Ces calculs ont abouti à l'établissement des profils et des largeurs équivalentes des raies de Balmer des étoiles à grandes accélérations

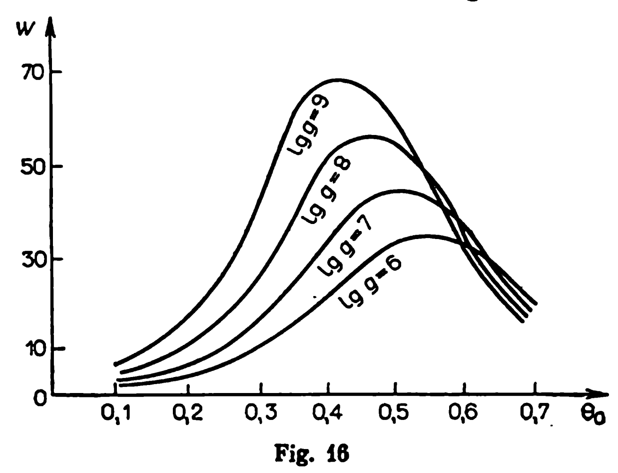


Fig. 16

de la pesanteur dans les atmosphères. La figure 16 représente les graphiques qui donnent la largeur équivalente de la raie H_γ en fonction de la quantité $\theta_0 = 5040/T_0$ pour de diverses valeurs de g. La figure montre que la largeur équivalente d'une raie croît avec l'augmentation de g. Ceci s'explique par l'augmentation de la densité dans l'atmosphère, et par suite, par le renforcement de l'action exercée par l'effet Stark. Les graphiques précités montrent également que la quantité W dépend fortement de la température T_0.

La figure 17 représente à titre de comparaison le diagramme construit sur la base de données d'observation. Sur ce diagramme on a porté en ordonnées les valeurs de la largeur équivalente de la raie, et en abscisses, les valeurs de l'indice de couleur $U - V$. La quantité $U - V$ étant à peu près fonction linéaire de la quantité θ_0, la comparaison des figures 16 et 17 suggère la conclusion de l'accord approché de la théorie avec les observations.

Les profils des raies d'absorption calculés d'après la formule (14.16) s'avèrent très différents pour diverses températures. Pour de grandes valeurs de T_0 la quantité A est petite et la quantité B est grande, c'est-à-dire que la raie est large mais peu profonde. La

petitesse de la quantité A est due aussi bien à la petitesse de la quantité β_ν à des températures élevées qu'à de grandes valeurs de la quantité $\alpha_\nu/\bar{\alpha}$ à des températures élevées et de grandes accélérations de la pesanteur. Dans les spectres des naines blanches très chaudes les raies d'absorption sont difficilement discernables. A de basses températures, la quantité D est petite, c'est-à-dire que la raie est

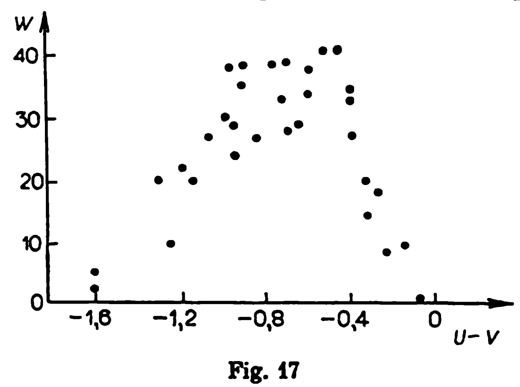


Fig. 17

mince. Une telle allure des raies d'absorption déterminées théoriquement s'accorde également avec les données d'observation.

Des calculs plus précis des profils des raies de Balmer ont été faits sur la base des calculs des modèles des photosphères stellaires. En comparant les profils des raies théoriques et observés on a réalisé des estimations des quantités T_0 et g pour plusieurs naines blanches.

On a intérêt à examiner la question de l'influence de la rotation d'une étoile sur les profils des raies d'absorption dans les spectres des naines blanches. Or, ce problème est très difficile, du fait que dans les spectres des naines blanches les raies sont élargies par effet Stark. Pour déterminer les vitesses de rotation il faut que les valeurs de cette vitesse soient très grandes. Il est vrai qu'en principe les naines blanches peuvent tourner très vite puisque la vitesse du détachement atteint dans ces étoiles plusieurs milliers de kilomètres par seconde.

On peut également émettre l'hypothèse que la rotation rapide des naines blanches rend invisibles les raies d'absorption de leurs spectres. Les calculs montrent qu'il est peu probable que ceci soit possible dans le cas des raies d'hydrogène à grande largeur équivalente. Cependant, sous l'effet de la rotation, les raies moins larges peuvent devenir parfaitement invisibles. Pour le montrer utilisons la formule (13.20) qui permet de calculer pour des vitesses de rotation différentes les profils des raies dans le spectre d'une étoile qui ne tourne pas.

En appliquant cette formule au centre de la raie, on peut la récrire sous la forme

$$1-\bar{r}(0)=\int_{-1}^{+1}\left[1-r\left(\nu_0\frac{v}{c}x\sin i\right)\right]A(x)\,dx, \qquad (14.25)$$

où la quantité $A(x)$ est déterminée par la formule (13.26). En appliquant la détermination de la largeur équivalente d'une raie, on tire de (14.25):

$$1-\bar{r}(0)<A(0)\frac{W_\lambda c}{\lambda v\sin i}. \qquad (14.26)$$

Si $W \approx 1$ Å et $v \sin i \approx 1000$ km/s, l'inégalité (14.26) entraîne que $1 - r(0) < 0{,}05$. Or, les raies à un creux si petit sont mal discernables. Il est donc possible que c'est justement la rotation de l'étoile qui provoque dans les spectres des naines blanches l'absence des raies d'absorption des métaux discernables (à l'exception, par exemple, des raies H et K de Ca II, qui possèdent une largeur équivalente notable).

Il faut noter que la rotation des naines blanches présente également de l'intérêt pour la cosmogonie. D'après les vues modernes, une naine blanche constitue le stade final de l'évolution d'une étoile qui, autrefois, se trouvait dans la partie supérieure de la séquence principale et qui a passé par la suite par le stade d'une géante et d'une supergéante. Quant aux étoiles de la partie supérieure de la séquence principale, on sait qu'elles tournent très vite. L'étude de la rotation des naines blanches doit donc contribuer à élucider les voies évolutives d'une étoile.

Bibliographie du Chapitre II

1. HEITLER W. The quantum theory of radiation. Oxford, 1956.
2. Problèmes actuels de l'astrophysique dans la physique du Soleil. Moscou, 1951 (en russe).
3. SOBELMAN I. Introduction à la théorie des spectres atomiques. Moscou, 1977 (en russe).
4. LANG K.R. Astrophysical Formulae. 1974.
5. UNSÖLD A. Physik der Sternatmosphären. 1938.
6. MIHALAS D. Stellar Atmospheres. 1978.
7. SOBOLEV V. Transfert de l'énergie radiative dans les atmosphères des étoiles et des planètes. Moscou, 1956 (en russe).
8. IVANOV V. Transfert du rayonnement et spectres des corps célestes. Moscou, 1969 (en russe).
9. Stellar Atmospheres/Ed. by Greenstein. 1960.
10. MOUSTEL E. Atmosphères stellaires. Moscou, 1960 (en russe).
11. ALLER L. The Abundance of the Elements. New York, 1961.

CHAPITRE III

ATMOSPHÈRE DU SOLEIL

Le Soleil est l'une des étoiles, et beaucoup de ce qui a été dit dans les chapitres précédents sur les étoiles est aussi valable pour le Soleil. Cependant, grâce à sa proximité extrême nous pouvons l'examiner bien plus en détail que les autres objets. En particulier le Soleil est l'étoile unique dont nous voyons le disque. Ceci permet d'étudier la distribution de l'éclat sur le disque et la variation des raies spectrales à mesure qu'on se déplace du centre vers le bord (nous en avons déjà parlé dans ce qui précède). Par ailleurs, les observations du disque solaire nous y font découvrir des détails très importants: taches, granulation, etc. Sans aucun doute ces détails sont également caractéristiques des autres étoiles, mais nous ne pouvons pas les observer.

Au début du présent chapitre nous ferons un examen sommaire de différents phénomènes dont le disque solaire est le siège. Mais ensuite nous porterons notre attention surtout sur la chromosphère et la couronne, couches les plus extérieures de l'atmosphère du Soleil. Certains faits témoignent de l'existence de telles couches dans d'autres étoiles, mais leur étude se heurte à de grandes difficultés, tandis que dans le cas du Soleil la chromosphère et la couronne se prêtent à l'étude relativement aisées, surtout sur la base des observations réalisées durant les éclipses. A la fin du chapitre nous examinerons brièvement le problème du rayonnement radio du Soleil, émis par les mêmes couches extérieures de son atmosphère.

Pour l'astrophysique les processus physiques dont le Soleil est le siège sont d'un intérêt capital. En même temps leur étude a une grande valeur pratique, l'influence du Soleil sur la Terre étant très importante. Cependant, de nombreux problèmes de la physique solaire dépassant le cadre de l'ouvrage ne seront pas examinés en détail. Le lecteur désireux de s'y initier peut s'adresser aux monographies correspondantes (voir, par exemple, [1] à [4]).

§ 15. Généralités

1. Photosphère du Soleil. En résolvant les équations données au § 6 on peut dresser un modèle théorique de la photosphère solaire. A l'heure actuelle on a établi plusieurs de ces modèles, qui se dis-

tinguent l'un de l'autre par la composition chimique donnée, ainsi que par les hypothèses mathématiques servant de base aux calculs.

Tableau 18

Modèle théorique de la photosphère solaire

$\bar{\tau}$	T, K	lg p	lg p_e	$\rho \cdot 10^8$	h	$\bar{\tau}$	T, K	lg p	lg p_e	$\rho \cdot 10^8$	h
0,01	4650	3,74	9,85	1,4	515	0,20	5090	4,60	0,71	9,4	232
0,02	4700	4,01	0,09	2,7	428	0,40	5400	4,77	0,96	13,1	170
0,04	4740	4,19	0,27	3,9	370	0,60	5660	4,86	1,15	15,4	135
0,06	4790	4,30	0,36	5,0	333	0,80	5870	4,91	1,32	16,6	115
0,08	4840	4,38	0,44	6,0	307	1,00	6070	4,94	1,48	17,3	103
0,10	4890	4,43	0,50	6,6	290						

Le Tableau 18 donne à titre d'exemple les résultats du calcul d'un des premiers modèles dont la source d'absorption principale dans la photosphère est choisie correctement: c'est l'ion négatif d'hydrogène (voir [2]). Pour le calcul on a retenu les valeurs suivantes des paramètres essentiels: $T_e = 5713$ K; $g = 2{,}74 \cdot 10^4$ cm/s^2; lg $A = 3{,}8$ (par A on désigne le rapport du nombre d'atomes d'hydrogène au nombre d'atomes des métaux).

La première colonne donne la profondeur optique qui correspond au coefficient d'absorption moyen, la deuxième, la température T, la troisième et la quatrième, les logarithmes de la pression totale p et de la pression électronique p_e respectivement, la cinquième, la densité en g/cm^3, et la dernière, la hauteur géométrique en kilomètres, comptée à partir d'un certain niveau.

On peut également dresser pour le Soleil un modèle empirique de la photosphère. Cette possibilité est fondée sur le fait que dans ce cas il existe des données d'observation de la répartition de l'éclat sur le disque pour des fréquences différentes. On sait que l'intensité rayonnée par la photosphère à une distance angulaire ϑ au centre du disque est donnée par la formule:

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_\nu(T)\, e^{-\tau_\nu \sec \vartheta} \sec \vartheta \, d\tau_\nu, \qquad (15.1)$$

où $B_\nu(T)$ est l'intensité de Planck à la température T, et τ_ν, la profondeur optique sur la fréquence ν. En considérant la température comme fonction de τ_ν, nous pouvons envisager la relation (15.1) comme une équation intégrale du calcul de la quantité $B_\nu(T)$.

Pour obtenir une solution approchée de (15.1) on présente d'habitude la quantité $B_\nu(T)$ sous la forme d'un développement suivant certaines fonctions de τ_ν à coefficients indéfinis. Par exemple, on peut poser:

$$B_\nu(T) = a_\nu + b_\nu \tau_\nu + c_\nu \tau_\nu^2. \tag{15.2}$$

En portant (15.2) dans (15.1) et en intégrant, on trouve:

$$I_\nu(0, \vartheta) = a_\nu + b_\nu \cos\vartheta + 2c_\nu \cos^2\vartheta. \tag{15.3}$$

Les coefficients a_ν, b_ν et c_ν se calculent d'après les valeurs obtenues par observation de la quantité $I_\nu(0, \vartheta)$. Au lieu de l'expression (15.2) on peut employer la formule

$$B_\nu(T) = a_\nu + b_\nu \tau_\nu + c_\nu E_2 \tau_\nu, \tag{15.4}$$

qui donne des résultats plus corrects aussi bien pour $\tau_\nu \to 0$ que pour $\tau_\nu \to \infty$. En portant (15.4) dans (15.1), il vient

$$I_\nu(0, \vartheta) = a_\nu + b_\nu \cos\vartheta + c_\nu [1 - \cos\vartheta \ln(1 + \sec\vartheta)]. \tag{15.5}$$

Les formules (15.2) et (15.4) associent entre elles les quantités τ_ν et T, c'est-à-dire donnent les profondeurs optiques sur les fréquences différentes au même niveau de la photosphère (caractérisé par la température T). D'après le calcul de la profondeur optique, on a

$$\alpha_\nu = -\frac{d\tau_\nu}{dr} = -\frac{d\tau_\nu}{dT} \cdot \frac{dT}{dr}. \tag{15.6}$$

Par conséquent, si l'on connaît la quantité τ_ν comme fonction de T, on peut trouver également la quantité α_ν comme fonction de T (à facteur dT/dr près constant pour la couche donnée). Par là même on trouve la relation empirique entre α_ν et la fréquence ν à des profondeurs différentes.

La dépendance de α_ν par rapport à ν ainsi obtenue a été comparée avec l'expression théorique de α_ν, due à un ion d'hydrogène négatif. Cette comparaison a justifié pleinement le choix de la source retenue pour l'absorption dans la photosphère solaire.

Après le calcul de la relation entre la température T et τ_ν, on peut trouver également la relation entre la pression p et τ_ν. A cet effet il faut utiliser l'équation de l'équilibre hydrostatique (4.42) qui avec l'équation (15.6) donne:

$$\frac{dp}{d\tau_\nu} = \frac{g\rho}{\alpha_\nu}. \tag{15.7}$$

Prenons pour le coefficient d'absorption α_ν l'expression théorique (5.14) en la mettant sous la forme $\alpha_\nu = \rho p_e f_\nu(T)$ (puisque $n_1 = \rho/m_H$ par suite de la faible ionisation de l'hydrogène dans la

photosphère solaire). Aussi au lieu de l'équation (15.7) obtient-on

$$\frac{dp}{d\tau_\nu}=\frac{g}{p_e f_\nu(T)}. \tag{15.8}$$

Pour la composition chimique donnée la pression électronique p_e peut être exprimée par p et T à l'aide de la formule d'ionisation. Ceci permet d'intégrer l'équation (15.8), c'est-à-dire de trouver p comme fonction de τ_ν. Ensuite, la densité ρ s'obtient à partir de l'équation de l'état du gaz. Pour établir la liaison entre les distances optiques et géométriques dans la photosphère, on peut appliquer la relation :

$$r-r_0=-\int\frac{d\tau_\nu}{\alpha_\nu}, \tag{15.9}$$

où r_0 est une constante arbitraire. Puisque α_ν dépend de p et T, pour effectuer l'intégration de (15.9) il faut utiliser les expressions de ces quantités établies à l'aide de τ_ν.

Les modèles empiriques de la photosphère solaire s'accordent en gros avec les modèles théoriques, tout en présentant certaines différences. En partie ces différences sont dues au fait que dans les ouvrages relatifs à la théorie des photosphères certains phénomènes notables ne sont pas pris en considération avec une précision suffisante (effet de couverture, convection, etc.).

2. Convection et granulation. La théorie des photosphères stellaires suppose ordinairement que la photosphère est le siège de l'équilibre radiatif. Cette hypothèse a été émise au premier chapitre, sur sa base on a déterminé la structure de la photosphère et on a calculé le champ de rayonnement dans la photosphère. En particulier, les résultats du calcul du modèle de la photosphère du Soleil, consignés dans le Tableau 18, ont été obtenus dans l'hypothèse de l'équilibre radiatif de la photosphère. Or, une question se pose si un tel état de la photosphère est stable, c'est-à-dire si un élément de volume, mis d'une certaine façon hors de sa position d'équilibre, revient en cette position sous l'action des forces présentes dans la photosphère. S'il n'en est pas ainsi, des masses de gaz se déplaceraient dans la photosphère, c'est-à-dire que la convection surviendra.

Cherchons la condition qui détermine l'apparition de la convection. A cet effet supposons qu'un certain volume élémentaire subit un déplacement de bas en haut. Admettons que dans ce déplacement le volume est soumis à une dilatation adiabatique. La température et la densité du volume subiront alors une variation définie (selon les équations de l'adiabate). Si dans le volume la température s'avère plus basse que celle du gaz ambiant (et, par conséquent, sa densité est plus grande que celle de ce gaz), alors sous l'action gravifique le volume reprendra sa position de départ. Mais si la température du volume s'avère supérieure à celle du gaz ambiant, le volu-

me poursuivra son déplacement vers le haut. Dans ce dernier cas on observe la convection.

De la sorte, la convection survient lorsque le gradient adiabatique de température est plus petit que le gradient de température en équilibre radiatif, c'est-à-dire:

$$\left|\frac{dT}{dr}\right|_{\text{ad}} < \left|\frac{dT}{dr}\right|_{\text{rad}}. \tag{15.10}$$

Cette inégalité peut être réduite à une forme plus commode. Dans ce but utilisons l'équation de l'équilibre hydrostatique (4.42) et l'équation d'état du gaz parfait (4.43). De ces équations il s'ensuit que:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{g\mu p}{R_* T}. \tag{15.11}$$

On trouve donc

$$-\frac{dT}{dr} = -\frac{dT}{dp}\frac{dp}{dr} = \frac{g\mu}{R_*}\frac{d\ln T}{d\ln p}. \tag{15.12}$$

Par conséquent, au lieu de (15.10) on a

$$\left(\frac{d\ln T}{d\ln p}\right)_{\text{ad}} < \left(\frac{d\ln T}{d\ln p}\right)_{\text{rad}}. \tag{15.13}$$

La condition du déclenchement de la convection sous la forme de l'inégalité (15.13) a été obtenue par Schwarzschild dès 1905.

Voyons si dans la photosphère l'inégalité (15.13) est respectée. A cet effet calculons séparément ses premier et deuxième membres.

On sait que la variation adiabatique de l'état vérifie la relation:

$$p^{1-\gamma}T^{\gamma} = \text{const}, \tag{15.14}$$

où $\gamma = c_p/c_v$; c_p est la chaleur spécifique du gaz sous une pression constante, et c_v, sa chaleur spécifique pour un volume constant. (15.14) entraîne que

$$\left(\frac{d\ln T}{d\ln p}\right)_{\text{ad}} = \frac{\gamma-1}{\gamma}. \tag{15.15}$$

Pour un gaz monoatomique $\gamma = 5/3$. Dans notre cas donc

$$\left(\frac{d\ln T}{d\ln p}\right)_{\text{ad}} = \frac{2}{5}. \tag{15.16}$$

Pour calculer le deuxième membre de l'inégalité (15.13) utilisons la formule (4.49) qui détermine la quantité dT/dr en équilibre radiatif lorsque $\varkappa = \text{const}$. D'après les formules (15.12) et (4.49) on a

$$\left(\frac{d\ln T}{d\ln p}\right)_{\text{rad}} = \frac{1}{4}. \tag{15.17}$$

La comparaison des formules (15.16) et (15.17) montre que l'inégalité (15.13) n'est pas observée, c'est-à-dire que dans la photosphère la convection n'a pas lieu. Une telle conclusion avait initialement été faite dans la théorie des photosphères. Mais les recherches ultérieures ont permis d'établir que la convection peut quand même avoir lieu dans les photosphères pour deux raisons: 1) par suite de la variation du coefficient d'absorption avec la profondeur; 2) par suite de la variation du degré d'ionisation des atomes avec la profondeur. Cette dernière circonstance est due au fait que les processus d'ionisation des atomes entraînent la variation de la capacité calorifique du gaz, plus exactement, la diminution de la valeur effective de la quantité γ. L'hydrogène étant l'élément le plus abondant dans les photosphères, l'ionisation de ses atomes a la plus forte influence sur la quantité $(d \ln T/d \ln p)_{ad}$. Les calculs montrent que dans la photosphère la convection se produit lorsque l'ionisation des atomes d'hydrogène atteint un degré défini. Le degré de l'ionisation de l'hydrogène augmente avec la profondeur. Quand l'hydrogène devient presque complètement ionisé, la convection s'arrête.

De la sorte, dans les photosphères stellaires il existe des zones de convection produites par l'ionisation partielle de l'hydrogène. Dans ces zones le gradient de température est adiabatique.

Pour des étoiles différentes la profondeur à laquelle commence la zone de convection varie. La zone convective étroite des étoiles de la classe A se situe dans les couches superficielles. Dans la photosphère du Soleil cette zone commence à une profondeur optique de l'ordre de 2 dans le domaine visible du spectre. En passant aux étoiles plus froides de la séquence principale, la profondeur à laquelle repose la zone convective et son épaisseur augmentent.

La zone convective de la photosphère solaire se trouvant à une profondeur optique relativement petite, elle peut intervenir dans certaines caractéristiques observées du Soleil. D'après H. Siedentopf l'existence de la convection explique la forme même de la surface solaire, et notamment, ce qu'on appelle la granulation, c'est-à-dire la nature granulaire de sa surface. Aussi les granules sont-ils identifiés aux cellules convectives dans lesquelles la matière chauffée monte vers le haut en s'écoulant vers le bas dans les intervalles entre les granules.

Comme le montrent les observations, les dimensions des granules sont en moyenne de 500 km, et leur durée de vie moyenne est égale à environ 8 minutes. Des estimations théoriques grossières de ces quantités conduisent approximativement aux mêmes valeurs. Ces estimations sont fondées sur l'idée que dans l'atmosphère à gradient de densité les éléments convectifs doivent avoir des diamètres de même ordre que la hauteur locale d'une atmosphère homogène. En montant, les éléments convectifs subissent une dilatation adiabatique et fusionnent avec d'autres éléments. Il se forme de nouveaux

éléments de plus petit diamètre, car lorsqu'on passe aux couches plus extérieures du Soleil, la hauteur de l'atmosphère homogène diminue. Ce tableau de la granulation est confirmé par les prises de vues cinématographiques de la surface solaire.

L'atmosphère du Soleil est le siège d'un phénomène important qui est étroitement lié à la convection: ce sont ses oscillations ou pulsations. Les pulsations les plus prononcées ont une période d'environ 5 minutes et des vitesses de l'ordre de 0,5 km/s. Leur origine est attribuée aux ondes acoustiques provenant de la zone convective.

3. Taches solaires. On observe sur le disque solaire des formations temporaires sombres: les taches. Leurs dimensions linéaires atteignent jusqu'à 100 000 km. Leur durée de vie varie sensiblement depuis quelques heures à quelques mois. Chaque tache se compose d'un noyau plus sombre (ombre) et d'une bordure plus claire appelée demi-ombre. Toutefois, les taches ne semblent sombres que par contraste avec la photosphère; en fait elles sont très chaudes. La température effective d'une tache est de l'ordre de 4500 K, tandis que la température effective de la photosphère est égale, comme on le sait, à 5785 K. Le spectre de la tache correspond à la classe K0, alors que la classe spectrale de la photosphère est G2.

L'étude spectroscopique des taches a permis de conclure qu'elles sont le siège du mouvement du gaz. Les vitesses de ce mouvement sont de l'ordre de 2 km/s dans la région de la demi-ombre. De plus la matière s'écoule de la tache dans les couches inférieures et y arrive dans les couches supérieures (*effet d'Evershed*). Compte tenu de l'existence de tels flux de gaz on pourrait penser que dans une tache le transfert de l'énergie a lieu avant tout par convection. Or, en réalité, dans la tache, tout comme dans la photosphère, le transfert de l'énergie est assumé surtout par le rayonnement. On aboutit à cette conclusion en comparant les données théoriques à celles de l'observation de l'intensité rayonnée par la tache. Dans la tache, comme en général dans les photosphères des étoiles froides, l'absorption du rayonnement est due essentiellement à l'ion négatif d'hydrogène. On peut donc admettre approximativement que dans la partie visible du spectre le coefficient d'absorption ne dépend pas de la longueur d'onde, et l'intensité rayonnée par la tache dans le cas de l'équilibre radiatif est déterminée par la formule (4.39). Cette formule donne 1) la répartition de l'énergie dans le spectre de la tache pour un angle ϑ donné; 2) la variation de l'intensité rayonnée sur la fréquence ν donnée en fonction du changement de la position de la tache sur le disque. Les valeurs de l'intensité du rayonnement $I_\nu(0, \vartheta)$ calculées d'après la formule (4.39) s'accordent assez bien avec les résultats des observations des taches. Cependant, si l'on adopte l'hypothèse de l'équilibre convectif de la tache, l'accord entre la théorie et les observations disparaît.

Les conditions physiques des taches sont étudiées par les mêmes

méthodes que celles de l'étude des atmosphères stellaires. En particulier, on recourt à la construction des courbes de croissance et à l'analyse des profils des raies spectrales. On établit ainsi le degré d'excitation et d'ionisation des atomes, la concentration électronique, les vitesses du mouvement des gaz et d'autres caractéristiques.

La particularité la plus importante est la présence dans les taches solaires de champs magnétiques. On n'observe pas de taches sans de tels champs. Plus encore, on enregistre parfois des champs magnétiques faibles en un point donné de la photosphère avant l'apparition de la tache ou quelque temps après sa disparition.

Les champs magnétiques des taches sont étudiés à l'aide de l'observation de l'effet Zeeman qui présente une séparation des raies spectrales dans le champ magnétique. Le tableau de cette séparation dépend de l'angle entre la direction du champ et la ligne de visée. Ordinairement, les champs magnétiques des taches sont perpendiculaires à la surface solaire. Aussi l'effet Zeeman est-il longitudinal pour une tache de la partie centrale du disque. Dans ce cas une raie se divise en deux composantes polarisées circulairement distantes de la position normale de la raie d'une quantité

$$\Delta\lambda = 4{,}7\cdot 10^{-5} g\lambda^2 H, \tag{15.18}$$

où la longueur d'onde λ est exprimée en centimètres, l'intensité de champ H en œrsteds, et où g est le facteur de Lande. Le calcul de l'intensité des champs magnétiques des taches à l'aide de la formule (15.18) conduit à des valeurs de l'ordre de plusieurs centaines et milliers d'œrsteds.

Dans la plupart des cas les composantes de Zeeman ne sont pas observées séparément, mais comme fusionnant entre elles, c'est-à-dire qu'en présence du champ magnétique la raie s'élargit. La largeur équivalente des raies d'intensité moyenne augmente alors, et il en résulte que la courbe de croissance monte dans sa partie à pente faible. D'après la courbe de croissance des taches on peut évaluer l'intensité du champ magnétique.

Pour interpréter en détail les spectres des taches on a besoin d'une théorie de la formation des raies d'absorption dans un champ magnétique. Cette théorie a été élaborée dans de nombreuses recherches, et dans certaines d'entre elles les hypothèses sont assez générales (en particulier, du fait de l'incohérence de la diffusion de la lumière).

La cause de la formation des taches solaires n'est pas tout à fait claire. Sans aucun doute leur apparition est liée à la naissance dans la profondeur d'une zone convective de champs magnétiques émergeant d'une certaine façon vers l'extérieur. On sait que la densité de l'énergie magnétique est égale à $H^2/8\pi$. Dans les couches profondes cette énergie est plus petite que l'énergie du mouvement convectif $^1/_2\rho v^2$ et le champ magnétique n'entrave pas la convection. Mais

dans les parties extérieures des taches on observe l'inégalité inverse:

$$\frac{H^2}{8\pi} > \frac{1}{2}\rho v^2, \qquad (15.19)$$

et le champ magnétique domine la convection. On admet que du fait de l'absence de transport de l'énergie par convection les parties extérieures des taches s'avèrent justement plus froides que la photosphère environnante.

Les groupes de taches sont ordinairement entourés de facules, formations claires sur le disque du Soleil. En règle générale, l'apparition des facules précède quelque peu celle des taches, et leur durée de vie est en moyenne trois fois plus grande. Elles sont particulièrement visibles au bord du disque, où la photosphère est moins brillante qu'au centre. Ceci est dû au fait que dans les couches superficielles la température de la facule est plus élevée que celle de la photosphère (environ de 300 K). Le transfert de l'énergie dans les facules est probablement assuré non seulement par rayonnement, mais encore par convection.

4. Activité solaire. En plus des taches et des facules on observe sur le Soleil d'autres processus non stationnaires. Les plus remarquables d'entre eux sont les éruptions chromosphériques et les protubérances.

Une éruption chromosphérique représente un accroissement subit de l'éclat d'une certaine partie de la surface solaire, d'aire environ égale à celle de la tache. Ordinairement l'éruption croît en quelques minutes, alors que son atténuation est plus lente. Quelquefois on parvient à déceler des éruptions dans la lumière blanche, mais le plus souvent on les observe à l'aide d'un spectrohéliographe dans les raies H_α et dans certaines autres raies. Dans la plupart des cas une éruption apparaît au-dessus d'un groupe de taches ou tout près d'elles. D'après la puissance observée on a trouvé que dans les éruptions la densité de la matière est bien plus élevée que dans les parties voisines de la chromosphère. Des hypothèses différentes associent la cause des éruptions au caractère des champs magnétiques au-dessus des groupes de taches.

L'étude des éruptions est d'un grand intérêt pour la géophysique du fait qu'elles exercent une forte influence sur l'état de l'ionosphère terrestre. Les éruptions s'accompagnent des flux de corpuscules et d'un rayonnement haute fréquence (ultraviolet et rayons X) provenant du Soleil. En pénétrant dans l'atmosphère terrestre ces corpuscules et photons provoquent des orages magnétiques, perturbent les communications radio et déclenchent de nombreux autres phénomènes.

La physique de l'atmosphère solaire accorde également une place importante à l'étude des protubérances, par lesquelles on entend les nuages de gaz observés au-dessus du bord du disque solaire. Plus

exactement, les protubérances se trouvent au-dessus de la chromosphère, dans la couronne. Le spectre d'une protubérance se compose de raies brillantes isolées d'hydrogène, de calcium ionisé, etc. Les protubérances ne se projetant pas sur la photosphère, leurs spectres ne comportent presque pas de fond continu et il n'y a pas du tout de raies d'absorption.

Cependant, on observe également des protubérances sur le disque du Soleil. Dans ce cas elles se manifestent par suite de l'absorption de la lumière dans des raies isolées. Sur le disque solaire elles peuvent être décelées à l'aide d'un spectrohéliographe qui permet d'obtenir des photographies du Soleil dans les rayons d'une longueur d'onde définie. Les spectrohéliogrammes enregistrés dans les noyaux des raies d'hydrogène, de calcium ionisé, etc., montrent des filaments sombres qu'on appelle parfois *flocules* sombres. Ces formations constituent justement les protubérances qui se projettent sur le disque solaire.

D'après la forme, les dimensions et l'allure du mouvement les protubérances sont très variées. Selon une classification grossière on fait une distinction entre les protubérances calmes, qui ne changent pas sensiblement pendant des heures et des jours, et les protubérances éruptives, qui se déplacent à des vitesses énormes allant jusqu'à 1000 km/s. On distingue également une classe particulière de protubérances liées aux taches solaires.

Des renseignements précieux sur le mouvement des protubérances sont fournis par des prises de vues réalisées par plusieurs observatoires. En particulier, il a été établi que les protubérances éruptives apparaissent à partir des protubérances calmes à la suite d'un accroissement subit de la vitesse. On a établi également que de nombreuses protubérances se forment lorsque la matière coronaire se condense et sous la forme de jets se déplace alors vers le bas. Le mouvement des protubérances est lié sans aucun doute aux champs magnétiques présents dans le Soleil. Dans de nombreux cas son allure est celle des particules chargées se déplaçant le long des lignes de force magnétiques. Le mouvement des protubérances a été étudié en détail par A. Séverny à l'observatoire astrophysique de Crimée. La luminescence des protubérances présente un grand intérêt. Nous n'allons pas nous y attarder, car elle s'apparente à la luminescence chromosphérique que nous étudierons en détail au paragraphe suivant.

Les taches solaires, les facules, les éruptions chromosphériques et les protubérances sont les exemples les plus caractéristiques de la manifestation de l'activité solaire. On sait que cette activité varie notablement avec le temps, la période approximative des variations étant de 11 ans. Cependant, l'activité solaire n'influe pas sur les caractéristiques du Soleil en tant qu'étoile. Autrement dit, une étoile semblable au Soleil ne rend pas observable l'apparition des taches et des protubérances. En même temps il n'est pas exclu

que les étoiles d'autres types donnent lieu à des phénomènes identiques qui se déroulent à de plus grandes échelles et qui influent donc sur les variations observées de l'éclat et du spectre stellaire.

§ 16. Chromosphère

1. Intensité des raies. Pendant les éclipses solaires, lorsque tout le disque du Soleil est recouvert par la Lune, nous pouvons observer un spectre composé de raies brillantes sur un fond sombre. Ces raies appartiennent à la chromosphère qui, sans tenir compte de la couronne, est la couche la plus supérieure de l'atmosphère solaire. D'a-

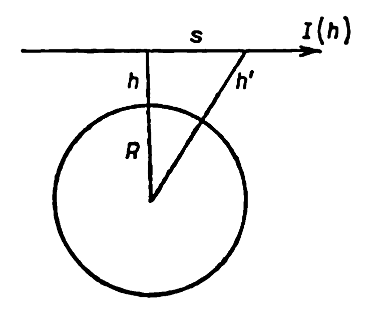


Fig. 18

près la composition des raies le spectre de la chromosphère est identique au spectre de Fraunhofer ordinaire du disque du Soleil, c'est-à-dire que dans le spectre de la chromosphère les raies brillantes occupent les mêmes places que les raies d'absorption dans le spectre du disque, sauf pour certaines exceptions indiquées plus loin.

Le caractère même du spectre chromosphérique est tout à fait clair. Comme nous le savons déjà, les couches supérieures de l'atmosphère solaire ne rayonnent presque pas dans le spectre continu, mais diffusent la lumière dans les raies spectrales. Aussi en observant l'atmosphère selon la tangente à la photosphère, nous ne voyons pas de spectre continu, mais seulement des raies brillantes. Par contre, lorsqu'on observe le disque solaire, on voit le spectre continu avec des raies d'absorption qui apparaissent du fait que le rayonnement diffusé par l'atmosphère dans les raies revient en grande partie dans l'atmosphère.

D'après les données d'observation on peut trouver l'intensité totale du rayonnement dans une raie quelconque à la hauteur h du bord du disque. Nous noterons cette quantité $I(h)$. Il est évident qu'elle représente la quantité d'énergie émise dans la raie par une colonne de 1 cm^2 de section passant en 1 s à la distance h de la photosphère dans une unité d'angle solide (fig. 18).

La quantité $I(h)$ décroît avec la croissance de h et après le traitement des résultats des observations on la met ordinairement sous la forme

$$I(h) = I(0)\, e^{-\beta h}, \tag{16.1}$$

où $I(0)$ et β sont des paramètres.

Connaissant la quantité $I(h)$ pour la raie donnée nous pouvons calculer le coefficient d'émission volumique dans celle-ci. En le désignant par $\varepsilon(h)$ on obtient l'équation suivante:

$$I(h) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(h')\, ds, \tag{16.2}$$

où h' est la hauteur d'un point arbitraire sur la ligne de visée et s, la distance comptée le long de cette ligne.

Si R est le rayon du Soleil, il s'ensuit de la figure 18 que

$$s^2 = (R + h')^2 - (R + h)^2. \tag{16.3}$$

L'épaisseur de la chromosphère étant petite devant R, au lieu de (16.3) on peut écrire:

$$s^2 = 2R\,(h' - h). \tag{16.4}$$

Compte tenu de (16.4) la relation (16.2) se met sous la forme:

$$I(h) = \sqrt{2R} \int_{h}^{\infty} \frac{\varepsilon(h')\, dh'}{\sqrt{h'-h}}. \tag{16.5}$$

La relation (16.5) est une équation intégrale d'Abel pour la fonction cherchée $\varepsilon(h)$. La solution de cette équation est donnée par la formule:

$$\varepsilon(h) = -\frac{1}{\pi\sqrt{2R}} \frac{d}{dh} \int_{h}^{\infty} \frac{I(h')\, dh'}{\sqrt{h'-h}}. \tag{16.6}$$

En portant (16.1) dans (16.6), on trouve

$$\varepsilon(h) = \varepsilon(0)\, e^{-\beta h}, \tag{16.7}$$

où

$$\varepsilon(0) = I(0) \sqrt{\frac{\beta}{2\pi R}}. \tag{16.8}$$

De la sorte, à l'aide de la formule (16.7) et des quantités $I(0)$ et β fournies par les observations on peut calculer le coefficient d'émission ε de toute raie à une hauteur h quelconque.

La détermination des quantités $\varepsilon(h)$ a été réalisée d'après les observations de nombreuses éruptions solaires. Le Tableau 19 reproduit une partie des résultats obtenus par Menzel et Sillier.

Tableau 19

Rayonnement de la chromosphère dans des raies spectrales différentes

Atome	Longueur d'onde de la raie	$\beta \cdot 10^8$	$\lg \varepsilon(0)$	Atome	Longueur d'onde de la raie	$\beta \cdot 10^8$	$\lg \varepsilon(0)$
H	4861 (H_β)	1,16	—1,63	He^+	4686	0,30	—5,88
	4340 (H_γ)	1,16	—2,22	Mg	3838	1,81	—2,90
	3970 (H_δ)	1,16	—2,56	Ti^+	4572	1,58	—3,79
					4227	2,11	—3,19
He	5016	0,58	—4,96	Ca	3968	0,69	—2,93
	4026	0,67	—4,49	Ca^+	3934	0,69	—2,85

De tels résultats présentent un intérêt notable pour rendre évidentes les conditions physiques dans les couches supérieures de l'atmosphère solaire.

2. **Autoabsorption dans les raies.** En écrivant l'équation (16.2) nous avons admis que pour le rayonnement propre la chromosphère est transparente. Or, cette hypothèse n'est justifiée que pour sa partie supérieure, tandis que pour l'examen de la chromosphère inférieure il faut prendre en considération l'autoabsorption dans les raies spectrales.

Désignons par $\varepsilon_\nu(h)$ et $\sigma_\nu(h)$ les coefficients d'émission et d'absorption sur la fréquence ν à l'intérieur de la raie donnée à la hauteur h au-dessus de la photosphère. Alors, l'intensité du rayonnement sur la fréquence ν se déplaçant vers l'observateur et distant de h du bord du disque vaut

$$I_\nu(h) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon_\nu(h') e^{-t_\nu} ds, \tag{16.9}$$

où t_ν est la distance optique comptée le long de la ligne de visée, c'est-à-dire

$$t_\nu = \int_s^\infty \sigma_\nu ds'. \tag{16.10}$$

Nous admettrons que la quantité

$$\frac{\varepsilon_\nu}{\sigma_\nu} = S \tag{16.11}$$

est indépendante de la fréquence à l'intérieur de la raie. Il en est notamment ainsi dans la diffusion complètement incohérente de la lumière.

Evidemment, la quantité S est prédéterminée par le rapport du nombre d'atomes aux états supérieur et inférieur pour la raie donnée, c'est-à-dire par le rapport n_k/n_i. En effet, nous pouvons écrire à l'aide de (16.11):

$$n_k A_{ki} h\nu_{ik} = 4\pi S \int \sigma_\nu \, d\nu. \qquad (16.12)$$

D'autre part, d'après la formule (8.12) on a

$$\int \sigma_\nu \, d\nu = \frac{h\nu_{ik}}{c} (n_i B_{ik} - n_k B_{ki}), \qquad (16.13)$$

où pour contribuer à la généralité on a en vue l'absorption négative. En utilisant la relation (8.5) qui associe entre eux les coefficients d'Einstein de transitions, on tire des formules (16.12) et (16.13):

$$S = \frac{2h\nu_{ik}^3}{c^2} \frac{1}{\frac{g_k}{g_i}\frac{n_i}{n_k} - 1}. \qquad (16.14)$$

Bien entendu, la quantité n_i/n_k varie dans la chromosphère. Mais pour simplifier nous admettons qu'elle est constante et correspond à une certaine « température d'excitation » moyenne. Alors, dans la chromosphère, la quantité S sera constante elle aussi.

En appliquant la formule (16.11) et l'hypothèse de la stabilité de S, on obtient au lieu de l'équation (16.9)

$$I_\nu(h) = S \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_\nu(h') \, e^{-t_\nu} \, ds, \qquad (16.15)$$

ou, après l'intégration,

$$I_\nu(h) = S \left[1 - e^{-t_\nu^0(h)}\right], \qquad (16.16)$$

où $t_\nu^0(h)$ est l'épaisseur optique de la chromosphère le long de la ligne de visée.

En représentant la quantité σ_ν sous la forme $\sigma_\nu = n_i k_\nu$, où k_ν est le coefficient d'absorption par atome, nous pouvons écrire:

$$t_\nu^0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_\nu \, ds = k_\nu \int_{-\infty}^{+\infty} n_i \, ds. \qquad (16.17)$$

En introduisant la notation

$$N_i(h) = \int_{-\infty}^{+\infty} n_i(h') \, ds, \qquad (16.18)$$

on trouve au lieu de (16.16)

$$I_\nu(h) = S\,[1 - e^{-k_\nu N_i(h)}]. \tag{16.19}$$

L'intégration de la relation (16.19) sur toutes les fréquences fournit:

$$I(h) = S\int_0^\infty [1 - e^{-k_\nu N_i(h)}]\,d\nu, \tag{16.20}$$

où $I\,(h)$ est l'intensité totale de la raie.

L'équation (16.20) permet de calculer la quantité $N_i\,(h)$ d'après l'intensité du rayonnement $I\,(h)$ établie par observation. La quantité $N_i\,(h)$ est le nombre d'atomes en i-ième état compris dans une colonne de 1 cm² de section reposant à une hauteur h du bord du disque. Cette quantité est liée à la concentration des atomes $n_i\,(h)$ par l'équation (16.18) qui peut se mettre sous la forme:

$$N_i(h) = \sqrt{2R}\int_h^\infty \frac{n_i(h')}{\sqrt{h'-h}}\,dh'. \tag{16.21}$$

En résolvant cette équation d'Abel nous pouvons déterminer la quantité $n_i\,(h)$ cherchée.

Cette méthode indiquée pour rechercher la concentration des atomes dans la chromosphère ne peut être considérée comme sûre du fait qu'elle est fondée sur l'hypothèse que la quantité S est constante, alors qu'elle ne l'est en fait pas. Ceci est clair ne serait-ce que du fait que la formule (16.16) donne une raie à l'intensité maximale en son centre, tandis que les profils observés des raies ont souvent une forme en selle. C'est pourquoi il est intéressant d'étudier le problème de la détermination à l'aide de l'équation (16.9) non seulement de la concentration des atomes $n_i\,(h)$, mais encore de la quantité $S\,(h)$ ou des quantités $n_i\,(h)$ et $n_k\,(h)$. Toutefois, il est peu probable que nous disposions actuellement des valeurs suffisamment exactes de la fonction $I_\nu\,(h)$ (caractéristique des profils des raies chromosphériques à des hauteurs différentes), nécessaires pour résoudre le problème envisagé.

Il convient de souligner que l'autoabsorption de la chromosphère ne témoigne pas à elle seule d'une épaisseur optique élevée le long du rayon. Considérons les couches chromosphériques dont la hauteur est plus élevée que h. Leur épaisseur optique le long du rayon est égale à

$$\tau_\nu(h) = k_\nu\int_h^\infty n_i(h')\,dh'. \tag{16.22}$$

En admettant que la décroissance de la concentration des atomes avec la hauteur est proportionnelle à $e^{-\beta h}$, on obtient

$$\tau_\nu(h) = k_\nu \frac{n_i(h)}{\beta}. \tag{16.23}$$

Quant à l'épaisseur optique de la chromosphère pour un rayon issu à la distance h du bord du disque, d'après la formule (16.17) elle vaut :

$$t_\nu^0(h) = k_\nu n_i(h) \sqrt{\frac{2\pi R}{\beta}}. \tag{16.24}$$

On a donc

$$\tau_\nu(h) = \frac{t_\nu^0(h)}{\sqrt{2\pi R\beta}}. \tag{16.25}$$

En portant $\beta \approx 10^{-8}$ dans la formule obtenue, on trouve $\tau_\nu(h) \approx \approx 0{,}015\ t_\nu^0(h)$. Par conséquent, même pour des valeurs élevées de $t_\nu^0(h)$, c'est-à-dire lorsque l'autoabsorption dans la raie est forte, la quantité $\tau_\nu(h)$ peut être inférieure à l'unité. On peut considérer que la chromosphère n'est alors le siège que d'une diffusion unitaire de la lumière dans la raie spectrale. Cependant, pour certaines raies fortes du spectre (par exemple, pour les raies de Balmer et les raies H et K de Ca^+), le long du rayon l'épaisseur optique de la chromosphère est probablement supérieure à l'unité.

3. Distribution des atomes selon la hauteur. En se basant sur l'étude du spectre chromosphérique on peut trouver la distribution des atomes selon la hauteur. Supposons qu'il n'y a pas d'autoabsorption dans la raie. Alors, le coefficient d'émission volumique dans la raie est déterminé par la formule (16.7). En utilisant la relation

$$4\pi\varepsilon(h) = n_k(h) A_{ki} h\nu_{ik}, \tag{16.26}$$

on obtient

$$n_k(h) = n_k(0)\, e^{-\beta h}, \tag{16.27}$$

où

$$n_k(0) = \frac{4\pi\varepsilon(0)}{A_{ki} h\nu_{ik}}. \tag{16.28}$$

Pour passer du nombre d'atomes dans l'i-ième état au nombre d'atomes à l'état fondamental on emploie ordinairement la formule de Boltzmann pour une certaine température d'excitation moyenne des atomes T (bien que dans ces conditions on puisse commettre

une erreur notable, puisque dans la chromosphère T peut changer). Après avoir effectué ce passage, on a

$$n_1(h) = n_1(0)\, e^{-\beta h}, \qquad (16.29)$$

où

$$n_1(0) = n_k(0)\frac{g_1}{g_k} e^{\frac{\chi_1-\chi_k}{kT}}. \qquad (16.30)$$

D'après la formule (16.29) on peut trouver pour un atome quelconque la variation de la concentration avec la hauteur. Les paramètres $n_1(0)$ et β qui figurent dans cette formule sont déterminés à partir des données d'observation (par exemple, celles consignées au Tableau 19).

Comparons la formule (16.19) avec la formule barométrique

$$n_1(h) = n_1(0)\, e^{-\frac{m_a g h}{kT}}, \qquad (16.31)$$

où m_a est la masse de l'atome donné et g, l'accélération de la pesanteur dans l'atmosphère du Soleil.

Bien que les formules (16.29) et (16.31) se ressemblent formellement, leurs résultats se distinguent fortement. D'après la formule barométrique, plus la masse de l'atome est grande, plus la décroissance de la concentration avec la hauteur est rapide. Cependant, d'après la formule (16.29), avec les valeurs de β fournies par l'observation, la chute de la concentration avec la hauteur est à peu près la même pour des atomes différents.

Par ailleurs, pour tout atome la quantité $m_a g/kT$ est bien plus élevée que la valeur de β. Par exemple, pour l'hydrogène $m_a g/kT = 6{,}6\cdot 10^{-8}$ (pour $T \approx 5000$ K), et $\beta = 1{,}16\cdot 10^{-8}$. Pour d'autres atomes la différence entre ces quantités est encore plus grande. Par conséquent, dans la chromosphère la diminution de la concentration des atomes avec la hauteur est bien plus lente qu'elle ne le serait d'après la formule barométrique.

L'hypothèse de Milne a eu du succès pendant longtemps; d'après cette hypothèse la pression de radiation dans les raies spectrales fait monter les atomes très haut dans la chromosphère. D'après la formule (4.56) nous pouvons écrire l'expression suivante pour la pression de radiation qui, à un stade déterminé de l'ionisation, s'exerce sur tous les atomes de l'élément donné confinés dans une unité de volume:

$$f = \frac{1}{c}\sum n_i k_{ik} H_{ik} \Delta\nu_{ik}, \qquad (16.32)$$

où k_{ik} est le coefficient d'absorption dans la raie spectrale par atome; H_{ik}, le flux de rayonnement dans cette raie; $\Delta\nu_{ik}$, la largeur de celle-ci. En estimant la grandeur f d'après la formule (16.32) il faut

tenir compte du fait que le maximum de la courbe de répartition de l'énergie dans le spectre solaire se trouve dans le domaine visible, alors que le plus grand nombre d'atomes sont dans l'état fondamental. La pression de radiation sera donc maximale pour les atomes de l'élément dont les raies de la série principale se trouvent dans le domaine visible du spectre. Seuls le sodium neutre et le calcium onisé satisfont à cette condition. Le premier possède dans la partie visible du spectre des raies de résonance D_1 et D_2, et le second, des raies de résonance H et K. Dans l'atmosphère solaire les atomes de ces éléments se trouvent essentiellement à l'état ionisé une fois. On aboutit donc à la conclusion que la pression de radiation est maximale pour les atomes de calcium. L'estimation approchée de cette force peut se faire d'après la formule:

$$f=\frac{1}{c}\, n_1 k_{12} H_{12} \Delta\nu_{12}, \tag{16.33}$$

c'est-à-dire en ne tenant compte que de la pression de radiation dans la raie de résonance.

Les calculs d'après la formule (16.33) montrent que pour le calcium la pression de radiation est comparable à la force gravitationnelle. Par conséquent, dans la chromosphère la pression de radiation peut intervenir dans la distribution des atomes de calcium selon la hauteur. Mais son influence sur les autres atomes est très faible. Il ne faut pas non plus croire que les atomes de calcium sont susceptibles d'entraîner toute la chromosphère. De la sorte, il faut reconnaître que la grande étendue de la chromosphère ne peut pas être expliquée par l'effet de la pression de radiation.

Pour expliquer la grande hauteur de la chromosphère certains auteurs se sont référés aux mouvements turbulents dont elle est le siège. Cependant, pour parvenir à des conclusions sur de tels mouvements, il faut probablement se fonder sur les largeurs des raies observées dans le spectre de la chromosphère. Si l'on admet que les largeurs des raies sont dues au mouvement chaotique des atomes, on obtient pour les vitesses de ce mouvement des valeurs de l'ordre de 10 à 20 km/s, c'est-à-dire dépassant les vitesses moyennes de l'agitation thermique des atomes. Compte tenu de la turbulence, dans la formule barométrique (16.31) au lieu de $v_0^2 = 2\,kT/m_a$ il faut porter la quantité $v_0^2 + v_t^2$, où v_t est la vitesse turbulente. Dans ce cas, au lieu de la formule barométrique on a

$$n_1(h)=n_1(0)\,e^{-\frac{2gh}{v_0^2+v_t^2}}. \tag{16.34}$$

Pour $v_t \approx 20$ km/s la formule (16.34) donne à peu près la même allure de la concentration des atomes avec la hauteur que la formule (16.29) obtenue d'après les données d'observation.

Cependant, il nous semble que le plus correct est le point de vue d'après lequel la chromosphère se trouve non pas en équilibre statique, mais en équilibre dynamique. L'aspect même de la chromosphère, qui semble être constituée de filaments ou de jets isolés souvent appelés *spicules*, conduit à cette idée. Il existe des forces qui expulsent ces jets de la photosphère. Il se peut qu'ils soient liés à la granulation, car en gros le nombre de jets est égal au nombre de granules. La durée de vie moyenne de ces jets est de quelques minutes. La vitesse de leur mouvement est de l'ordre de 20 km/s.

4. Excitation des atomes dans la chromosphère. Nous avons déjà dit que d'après la composition des raies le spectre de la chromosphère est *grosso modo* identique au spectre de Fraunhofer du disque solaire. Il existe, toutefois, certaines exceptions à cette règle. La plus notable est la présence de raies d'hélium très intenses (on sait que l'élément appelé hélium a été découvert précisément d'après ces raies chromosphériques). Plus encore, le spectre de la chromosphère rend visible la raie faible λ 4686 qui appartient à l'hélium ionisé. La présence dans la chromosphère d'un grand nombre d'atomes d'hélium excités et ionisés ne correspond pas du tout à la température de la photosphère du Soleil. La concentration des atomes d'hélium excités calculée d'après la formule de Boltzmann pour une température d'environ 6000 K est presqu'un milliard de fois plus faible que la concentration de ces atomes établie d'après les observations.

Ainsi, la chromosphère est le siège d'une excitation anomale des atomes. Initialement, ce phénomène s'expliquait par l'hypothèse de l'existence d'un rayonnement ultraviolet important dans le spectre solaire. Or, cette idée n'est pas admissible, ne serait-ce que pour la raison que le rayonnement ultraviolet issu de la photosphère aurait excité également les atomes des couches plus profondes de l'atmosphère, ce qui n'est pas observé. La même objection peut être avancée contre l'hypothèse de l'excitation des atomes par un flux de particules rapides issues de la photosphère.

Par la suite on a émis l'idée que l'hélium dans la chromosphère est excité non pas d'en bas (à partir de la photosphère), mais d'en haut (à partir de la couronne). Après la découverte de la température élevée de la couronne on a supposé que la luminosité de la chromosphère dans les raies d'hélium pouvait être due au rayonnement haute fréquence de la couronne. Puis, on a établi que la température commence à s'élever déjà dans la chromosphère. De ce fait les atomes à potentiel d'excitation élevé (y compris les atomes d'hélium) peuvent être excités dans la chromosphère supérieure par un choc électronique (voir [5]).

Ainsi, il faut en conclure que la chromosphère se compose aussi bien des régions plus froides que des régions plus chaudes. Le modèle physique de la chromosphère doit donc être assez compliqué.

Voici le modèle qui peut être considéré comme le plus probable. La couche inférieure de la chromosphère jusqu'à une hauteur d'environ 1000 km est relativement froide, sa température est d'environ 5000 K. Avec la hauteur la température augmente progressivement pour atteindre, à 1500 ou 2000 km, des valeurs de 10 000 à 12 000 kelvins. Encore plus haut la chromosphère devient inhomogène. Là, elle se compose de filaments isolés à température de 12 000 à 18 000 kelvins. Au-delà de 4000 km, sur le fond de la couronne on observe des spicules plus froids qui disparaissent à la hauteur de 10 000 km.

5. Spectre ultraviolet du Soleil. Les lancements de fusées ont permis d'obtenir des spectres solaires dans l'ultraviolet. Les résultats de leur mesure et leur interprétation sont publiés dans de nombreux articles et ouvrages (voir, par exemple, [4]).

Dans l'ultraviolet le plus proche (environ jusqu'à 1900 Å) le spectre du Soleil ressemble à celui de la partie visible, c'est-à-dire présente un spectre continu à raies d'absorption. L'intensité du spectre continu tombe brusquement près de 2100 Å (la raison éventuelle de ce phénomène étant l'absorption due à un nombre d'atomes et de molécules). Les raies d'émission apparaissent dans le spectre solaire à peu près à partir de 1900 Å. La diminution ultérieure de la longueur d'onde entraîne l'atténuation du spectre continu et rend les raies d'émission plus perceptibles. Au-dessous de 1500 Å le spectre se compose de raies brillantes sur un fond continu faible.

Parmi les raies brillantes de l'ultraviolet, la raie L_α de l'hydrogène (1215,67 Å) se dégage. Le spectre présente également d'autres raies de la série de Lyman, ainsi que le continuum de Lyman. D'autre part, la raie de résonance de l'hélium ionisé (303,78 Å) est également très intense. On enregistre également dans le spectre de nombreuses raies des ions C, N, O, Si, etc., y compris les raies de résonance.

La plupart des raies brillantes de l'ultraviolet solaire apparaissent dans la chromosphère et la zone de transition entre la chromosphère et la couronne. Certaines raies apparaissent dans la couronne. Il importe de souligner que nous ne pouvons observer ces raies que par suite de la faiblesse extrême du spectre continu du Soleil dans l'ultraviolet. Les raies brillantes de même intensité dans le domaine visible du spectre ne peuvent pas généralement être décelées du fait qu'elles se superposent à un fort spectre continu ou aux raies d'absorption à l'intérieur desquelles l'intensité est aussi très élevée. C'est seulement pendant les éclipses, lorsque la chromosphère et la couronne ne se projettent pas sur la photosphère, que nous pouvons observer les raies chromosphériques et coronaires brillantes dans la partie visible du spectre. Quelquefois même dans la partie visible du spectre il arrive qu'on puisse déceler aussi l'influence du rayonnement chromosphérique. Elle se manifeste par des

intensités accrues dans les parties centrales des fortes raies de Fraunhofer (par exemple, des raies H et K de Ca II).

Les observations faites à partir de fusées ont permis de déterminer dans le spectre solaire le profil de la raie L_α représenté sur la figure 19, *a*. Au centre de la raie d'émission L_α on voit une raie d'absorption mince due à l'absorption du rayonnement par l'hydrogène neutre sur le chemin du Soleil à la fusée. Ceci est confirmé par le fait que les couches supérieures de l'atmosphère terrestre brillent dans la raie L_α grâce à la réémission dans la raie donnée de

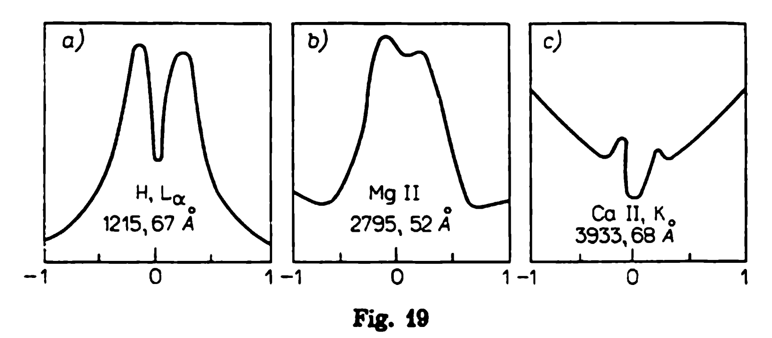


Fig. 19

la radiation solaire qu'elles ont absorbée. En s'écartant de la raie d'absorption mince citée, nous pouvons dire que la raie L_α du spectre solaire comporte un large creux dans le domaine central.

Les figures 19, *b* et *c* représentent les profils des raies d'émission 2796 Mg II et 3934 Ca II qui ressemblent beaucoup au profil de la raie L_α. Le spectrogramme avec la raie λ 2796 a été obtenu par des observations à partir des fusées. Cette raie d'émission se superpose à la large raie d'absorption. La raie d'émission λ 3934 se trouve tout au fond d'une raie d'absorption K très large et est un exemple de l'influence de la chromosphère sur le spectre de Fraunhofer, dont nous avons parlé ci-dessus. La raie d'émission L_α se superpose également à la large raie d'absorption, mais le profil de celle-ci est difficile à déterminer par suite de la faiblesse du spectre continu.

De nombreuses raies de l'ultraviolet du Soleil apparaissent dans la région de transition entre la chromosphère et la couronne, où la température varie d'environ 10 000 à 1 million de kelvins. L'étude théorique de cette région est un problème des plus intéressants de la physique du Soleil. Il est clair que les atomes d'un élément quelconque à un stade d'ionisation déterminé se trouvent avant tout seulement dans une couche très mince de cette région, car à une température plus basse les atomes se trouvent au stade d'ionisation précédent, alors qu'à une température plus élevée, au stade d'ionisation suivant. La région de transition présente donc une forte stratification du rayonnement. En tenant compte du rayonnement dans des gam-

mes spectrales différentes, on peut construire le modèle de la région de transition, c'est-à-dire déterminer dans celle-ci les variations de la densité et de la température avec la hauteur (voir, par exemple, [6]).

6. **Raie L_α dans le spectre du Soleil.** Nous avons mentionné précédemment certaines données d'observation sur la raie L_α. Procédons maintenant à leur interprétation.

La raie d'émission L_α apparaît dans les couches supérieures de la chromosphère où la température croît avec la hauteur. Dans ces couches l'excitation des atomes est produite par choc électronique, et dans les transitions spontanées ultérieures il se forme des quanta dans les raies spectrales. Les quanta L_α ne peuvent pas le plus souvent sortir sans obstacles de la chromosphère, du fait que la profondeur optique des couches chromosphériques sur la fréquence centrale de cette raie est très grande. Il s'ensuit que la chromosphère est le siège d'une diffusion de rayonnement L_α. Comme nous l'avons expliqué plus haut (au § 11), cette diffusion s'accompagne dans la raie de la redistribution du rayonnement selon les fréquences. Lors d'un tel processus, dans les parties de la raie éloignées du centre pour lesquelles la profondeur optique est relativement petite, la part prépondérante des quanta sort à l'extérieur. La part des quanta qui sort à l'extérieur dans les parties centrales de la raie est plus petite en raison de la forte absorption. Par conséquent, la partie centrale d'une raie d'émission peut comporter un creux. Un tel creux est précisément observé pour la raie L_α du spectre solaire.

Pour déterminer les profils théoriques de la raie L_α nous pouvons utiliser les équations (11.9) et (11.10) avec certaines modifications. Ces équations décrivent la diffusion du rayonnement dans la raie spectrale avec une redistribution complète selon les fréquences lorsque les quanta provenant du spectre continu apparaissent dans la raie. La résolution de ces équations détermine le profil de la raie d'absorption dans le spectre de l'étoile. Pour tenir compte de la formation par collisions des quanta dans la raie il faut introduire un certain terme supplémentaire dans l'équation (11.10). Nous obtiendrons alors une raie d'absorption à intensité renforcée dans la région centrale ou même une raie d'absorption avec une raie d'émission superposée. Il est évident que de tels profils théoriques concerneront non seulement la raie L_α, mais aussi les autres raies de résonance du spectre solaire, en particulier les raies H et K de Ca II.

Pour simplifier cherchons seulement le profil de la raie d'émission superposée à la raie d'absorption. Dans notre cas le terme constant de l'équation intégrale (11.14), qui détermine la fonction $S(\tau)$, est dû seulement aux collisions. Ce mécanisme d'excitation des raies s'affaiblissant avec la profondeur optique croissante, nous admettrons que

$$g(\tau) = Ce^{-m\tau}, \tag{16.35}$$

où C et m sont des constantes. L'intensité du rayonnement de fréquence ν dans la raie, issu sous un angle arccos μ à la normale, est exprimée à l'aide de la fonction $S(\tau)$ par la formule

$$I_\nu(0, \mu) = \frac{\eta_\nu}{\eta_\nu + 1} \int_0^\infty S(\tau) e^{-x\tau} x \, d\tau, \tag{16.36}$$

où η_ν est le rapport du coefficient d'absorption dans la raie au coefficient d'absorption dans le spectre continu, et $x = (\eta_\nu + 1)/\mu$

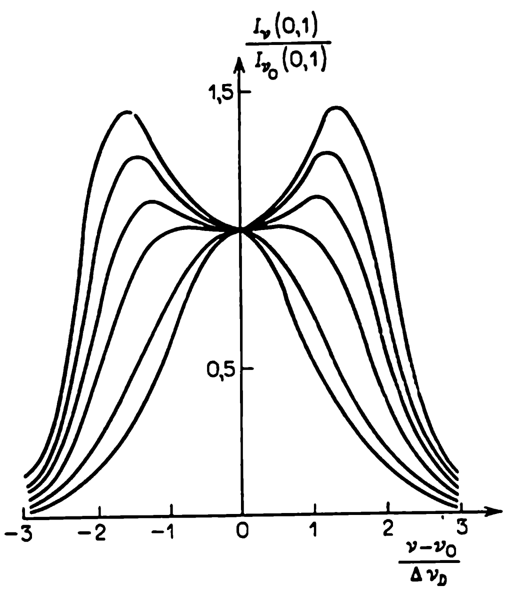


Fig. 20

(voir à titre de comparaison la formule (11.11)). Pourtant, lorsque $g(\tau)$ est une exponentielle, pour calculer la quantité $I_\nu(0, \mu)$ on n'a pas besoin de déterminer la fonction $S(\tau)$. On a d'après la formule (3.19):

$$I_\nu(0, \mu) = C \frac{\eta_\nu}{\eta_\nu + 1} \frac{\varphi\left(\frac{1}{m}\right) \varphi\left(\frac{\mu}{\eta_\nu + 1}\right)}{1 + m \frac{\mu}{\eta_\nu + 1}}, \tag{16.37}$$

où la fonction $\varphi(z)$ est déterminée par l'équation (11.27).

L'équation (11.27) peut être résolue sans peine par des méthodes numériques. V. Ivanov l'a fait pour le coefficient dopplérien d'absorption dans la raie, en négligeant l'absorption dans le spectre

continu. A l'aide du tableau obtenu de la fonction $\varphi(z)$ il a déterminé d'après la formule (16.37) les profils des raies d'émission. La figure 20 illustre à titre indicatif certains résultats pour le centre du disque ($\mu = 1$). La distance en largeurs dopplériennes depuis le centre de la raie est portée en abscisses, et l'intensité par rapport à l'intensité centrale, en ordonnées. Les profils sont construits pour les valeurs de la quantité m/η_{ν_0} égales à ∞, 2, 0,5, 0,3, 0,2 et 0,15 ; de plus, la raie est d'autant plus large que cette quantité est plus petite. On voit que les profils théoriques des raies d'émission ressemblent beaucoup aux profils de la raie L_α établis d'après les observations (voir figure 19, *a*).

La théorie donne également les profils des raies d'émission à des distances différentes du centre du disque. Il s'avère que lors du passage du centre du disque vers le bord le creux de la raie devient plus profond et la distance entre les maxima augmente. D'après les observations sur le disque du Soleil le profil de la raie L_α change à peu près de la même façon.

La comparaison de la théorie avec les observations permet de déterminer la valeur des paramètres C et m. Ceci rend possible à son tour l'estimation de la distribution de la concentration électronique et de la température dans les couches supérieures de la chromosphère dont dépendent les paramètres précités. Il convient pourtant de tenir compte du fait qu'en établissant la formule (16.37) on supposait que dans la chromosphère le profil du coefficient d'absorption est constant. Or, en réalité il varie avec la profondeur par suite de la variation de la température.

Une théorie plus détaillée de la formation des raies de résonance dans le spectre du Soleil tient compte de différentes causes qui influent sur la population du deuxième niveau de l'atome (voir [5]).

§ 17. Couronne

1. Rayonnement de la couronne. Cette dernière est la partie externe de l'atmosphère solaire. Elle se prête mal à l'étude du fait que son éclat est bien plus faible que celui du ciel, lequel est dû à la diffusion de la lumière solaire dans l'atmosphère terrestre. Les observations de la couronne doivent donc être poursuivies pendant les éclipses lorsque l'émission du disque solaire n'atteint pas l'atmosphère terrestre. Pour éliminer la lumière diffuse du ciel la couronne est observée également dans les observatoires de haute montagne à l'aide des instruments particuliers appelés coronographes. Les éclipses étant épisodiques et leur durée étant très courte, ce deuxième mode d'observation fournit des renseignements bien plus riches que le premier.

Les observations montrent que la quantité d'énergie émise par la couronne est égale à environ un millionnième de la lumino-

sité solaire. Avec le temps le rayonnement de la couronne subit des modifications notables se renforçant pendant les années d'activité solaire maximale et s'affaiblissant dans les années d'activité minimale.

Dans le domaine visible le spectre de la couronne se distingue fortement de celui de la chromosphère sous-jacente. Nous savons déjà que le spectre de la chromosphère comporte des raies brillantes qui sont des raies de Fraunhofer renversées (à l'exception des raies d'hélium). Par ailleurs, la couronne possède un spectre continu avec des raies d'absorption de Fraunhofer. D'autre part, le spectre de la couronne comporte également des raies brillantes, mais ce ne sont pas du tout les mêmes que celles observées dans le spectre chromosphérique.

Plus précisément, le rayonnement de la couronne se compose de trois parties. La première (composante K) présente un spectre conti-

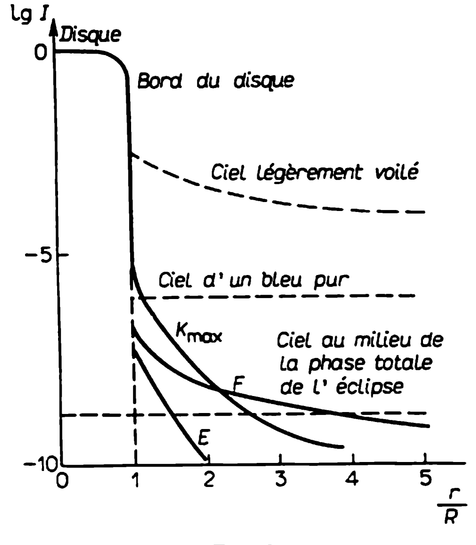


Fig. 21

nu comportant un certain nombre de raies d'absorption très diluées, associées aux raies de Fraunhofer les plus fortes dans le spectre du disque solaire. Ce rayonnement est polarisé. La deuxième (composante F) possède un spectre continu avec des raies de Fraunhofer, qui ne se distingue pas sensiblement du spectre du disque solaire. Ce rayonnement n'est presque pas polarisé. La troisième (composante E) possède un spectre à raies d'émission. L'énergie globale émise dans les raies par la couronne constitue environ 1 % de l'énergie qu'elle émet dans le spectre continu.

La figure 21, tirée de l'article de Van de Hulst [2], représente les courbes caractéristiques des intensités relatives de chacune des composantes du rayonnement de la couronne à des distances différentes du bord du disque solaire. Sur la même figure, à titre de comparaison, la ligne interrompue représente les éclats du ciel au voisinage du Soleil pour trois cas. Le premier d'entre eux correspond à un ciel légèrement voilé, c'est-à-dire à l'atmosphère terrestre, qui inclut aussi bien les molécules que les grosses particules (les indicatrices de diffusion de ces dernières sont étendues en avant d'où il résulte que près du Soleil on observe une auréole brillante). Le deuxième cas correspond à un ciel bleu, c'est-à-dire à une atmosphère composée seulement de molécules. Dans le troisième cas la droite interrompue traduit l'éclat du ciel pendant la phase totale d'une éclipse. Cet éclat est défini par la lumière diffusée arrivant dans le domaine de l'ombre lunaire à partir de la région de l'atmosphère éclairée par le Soleil.

Comme l'ont montré Allen et Van de Hulst, la composante F apparaît en réalité non pas dans la couronne elle-même, mais dans l'espace entre le Soleil et la Terre. Cette composante résulte de la diffusion de la lumière solaire par les poussières interplanétaires, c'est-à-dire qu'elle est de la même nature que la lumière zodiacale. L'éclat notable de la composante F s'explique par une forte étendue en avant de l'indicatrice de la diffusion des poussières.

Ainsi, pour établir le rayonnement authentique de la couronne la composante F doit être exclue du rayonnement observé. Par la suite nous n'évoquerons plus cette composante fictive et ne traiterons que des composantes réelles K et E.

2. Origine du spectre continu de la couronne. L'explication de l'origine du spectre continu (plus exactement de l'origine de la composante K) consiste en ce qu'il apparaît à la suite de la diffusion du rayonnement photosphérique sur les électrons libres de la couronne. Voici quelques faits pour justifier cette explication.

1. La répartition de l'énergie dans le spectre de la couronne ne se distingue pas de sa répartition dans le spectre du Soleil. La couleur de la couronne et celle du Soleil se confondent également. C'est précisément ce qui doit se passer dans le cas de la diffusion de la lumière sur des électrons libres par suite de l'indépendance du coefficient de diffusion par rapport à la longueur d'onde. Certaines divergences entre les diverses données d'observation sur le spectre et la couleur de la couronne sont dues aux difficultés de l'observation.

2. Le rayonnement de la couronne est polarisé en vertu de la loi de la polarisation de la lumière dans le cas de la diffusion électronique (énoncée au § 7). Les observations donnent le degré de polarisation de la lumière p à des distances différentes du disque solaire r (avec la croissance de r elle augmente à peu près jusqu'à la valeur $p = 40$ % à la distance $r = 1{,}5 r_{\odot}$, pour décroître ensuite). On

sait que la valeur théorique du degré de polarisation de la lumière diffusée par un volume élémentaire est

$$p = \frac{\sin^2 \gamma}{1 + \cos^2 \gamma}, \tag{17.1}$$

où γ est l'angle entre les directions du rayonnement incident et diffusé. Cependant, chaque volume élémentaire donné reçoit un rayonnement issu de différents points de la photosphère, et chaque rayon incident possède son angle de diffusion γ et son plan de diffusion. L'expression du degré de polarisation de la lumière diffusée par un volume élémentaire de la couronne est donc assez compliquée. Or, pour obtenir la quantité $p(r)$ il faut intégrer le rayonnement sur tous les volumes élémentaires le long de la ligne de visée. De tels calculs conduisent à des valeurs du degré de polarisation $p(r)$ qui s'accordent avec les valeurs observées de cette quantité (si, bien entendu, on exclut du rayonnement observé de la couronne la composante F non polarisée).

3. Le spectre de la couronne ne présente qu'un très petit nombre de raies de Fraunhofer fortement étalées. Ceci s'explique par l'élargissement dopplérien des raies, qui a lieu lors de la diffusion de la lumière solaire sur les électrons libres de la couronne animés d'un mouvement rapide. Si nous désignons par r_ν^0 l'intensité résiduelle relative d'une raie du spectre solaire et par r_ν, une quantité analogue de la couronne, nous pouvons écrire approximativement

$$r_\nu = \frac{1}{\Delta\nu_D \sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-\left(\frac{\nu-\nu'}{\Delta\nu_D}\right)^2} r_{\nu'}^0 \, d\nu', \tag{17.2}$$

où

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT_e}{m}}, \tag{17.3}$$

et T_e est la température électronique de la couronne. La masse d'un électron étant très faible, la quantité $\Delta\nu_D$ s'avère très élevée. Aussi les raies de Fraunhofer fines et faibles sont-elles tellement étalées qu'elles deviennent invisibles. Et dans le spectre de la couronne on n'observe que des raies de Fraunhofer très fortes bien que très étalées (par exemple H et K du calcium ionisé). Il convient de noter que les vitesses des particules de poussière étant très faibles, la composante F qui apparaît sur ces particules lors de la diffusion de la lumière, comporte un grand nombre de raies de Fraunhofer.

Les faits énumérés indiquent sûrement que le spectre continu de la couronne est dû à la diffusion de la lumière, issue du disque du Soleil, sur des électrons libres de la couronne. Toutefois, une question importante se pose, à savoir: qu'est-ce qui provoque la brusque modification du spectre lors du passage de la chromosphère à la couronne, c'est-à-dire pourquoi le spectre de raies brillant de la

chromosphère se transforme-t-il en spectre continu de la couronne? Bien entendu, la réponse à cette question n'est pas que la couronne possède beaucoup d'électrons libres et la chromosphère en a peu. En fait, en s'éloignant de la surface solaire la densité de la matière, y compris la concentration des électrons libres, décroît rapidement. C'est précisément cette décroissance de la densité qui explique avant tout la modification indiquée du spectre. L'effet du rôle accru de la diffusion électronique avec la diminution de la densité a été déjà noté au § 5; à titre d'exemple, on citait les photosphères des étoiles supergéantes.

Pour éclaircir ce qui vient d'être dit, écrivons les expressions des coefficients d'émission dans le spectre continu et dans la raie. Le coefficient d'émission volumique dans le spectre continu dû à la diffusion de la lumière sur des électrons libres est donné par la formule:

$$\varepsilon_\nu = n_e \sigma_0 \int I_\nu^0 \frac{d\omega}{4\pi}, \tag{17.4}$$

où n_e est la concentration des électrons libres, σ_0, le coefficient de diffusion par électron et I_ν^0, l'intensité rayonnée par la photosphère. D'autre part, le coefficient d'émission volumique dans la raie relative à la transition $k \to i$ vaut

$$\varepsilon_\nu' = \frac{n_k A_{ki} h\nu_{ik}}{4\pi \Delta\nu_{ik}}, \tag{17.5}$$

où n_k est le nombre d'atomes au k-ième état dans 1 cm^3; A_{ki}, le coefficient d'Einstein de la transition spontanée et $\Delta\nu_{ik}$, la largeur de la raie. Par analogie avec la formule (5.7) la quantité n_k peut être mise sous la forme:

$$n_k = b_k n_e n^+ \frac{g_k}{g^+} \frac{h^3}{2(2\pi m k T_e)^{3/2}} e^{\frac{\chi_k}{kT_e}}, \tag{17.6}$$

où le coefficient b_k montre combien de fois la valeur de $n_k/n_e n^+$ diffère de sa valeur à la température T_e en équilibre thermodynamique.

En portant (17.6) dans (17.5) on voit que le coefficient d'émission dans la raie ε_ν' est proportionnel à $n_e n^+$, c'est-à-dire au carré de la densité (si les atomes se trouvent surtout à l'état ionisé). Tandis que le coefficient d'émission dans le spectre continu ε_ν est proportionnel à n_e, c'est-à-dire au premier degré de la densité. Donc, dans le cas d'une faible densité du gaz, ε_ν' est une petite grandeur de premier ordre et ε_ν, une petite grandeur de deuxième ordre. Par conséquent, pour une densité assez faible le coefficient d'émission dans la raie est plus petit que le coefficient d'émission dans le spectre continu dû à la diffusion sur les électrons libres.

Pour le rapport des quantités ε'_ν et ε_ν on a

$$\frac{\varepsilon'_\nu}{\varepsilon_\nu} \sim n^+ \sim \rho. \tag{17.7}$$

Puisqu'en s'éloignant de la surface solaire la densité ρ décroît, le rapport $\varepsilon'_\nu/\varepsilon_\nu$ décroît lui aussi. Pour une densité relativement élevée (dans la chromosphère) $\varepsilon'_\nu/\varepsilon_\nu \gg 1$, c'est-à-dire que des raies fortes sont visibles sur un fond continu relativement faible. Pour une densité relativement faible (dans la couronne) $\varepsilon'_\nu/\varepsilon_\nu \ll 1$, c'est-à-dire qu'on observe un spectre continu presque dépourvu de raies (avec certaines exceptions).

En réalité le rapport $\varepsilon'_\nu/\varepsilon_\nu$ dépend non seulement de la densité, mais encore de la température. Il dépend également du mécanisme d'excitation des atomes qui détermine la valeur du coefficient b_k. Pour des raies différentes la variation de $\varepsilon'_\nu/\varepsilon_\nu$ avec la distance r est donc différente. Les calculs correspondants de chaque raie peuvent se faire à l'aide des formules (17.4)-(17.6). Plus loin nous les ferons pour les raies de Balmer d'hydrogène.

3. Concentration électronique. Puisque le mécanisme principal de la luminosité de la couronne est la diffusion de la lumière sur des électrons libres, on peut trouver d'après l'éclat superficiel mesuré la répartition des électrons libres dans la couronne. Ce problème se résoud en principe de la même façon que celui examiné précédemment de la répartition des atomes émetteurs selon la hauteur de la chromosphère.

Admettons que la couronne possède une symétrie sphérique, bien qu'en fait ce n'est pas du tout le cas. Soit $\varepsilon\,(r')$ le coefficient d'émission volumique à la distance r' au centre du Soleil, et $I\,(r)$, l'intensité rayonnée par la couronne dans la direction de l'observateur à la distance r au centre du disque. Les quantités indiquées sont liées entre elles par l'équation:

$$I\,(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon\,(r')\,ds, \tag{17.8}$$

où $s = \sqrt{r'^2 - r^2}$. Cette équation peut s'écrire

$$I\,(r) = 2\int_{r}^{\infty} \frac{\varepsilon\,(r')\,r'\,dr'}{\sqrt{r'^2 - r^2}}. \tag{17.9}$$

La quantité $I\,(r)$ étant connue des observations, en résolvant (17.9) (équation d'Abel) nous pouvons trouver le coefficient d'émission $\varepsilon\,(r)$. Dans la pratique on profite généralement du fait que si

$$\varepsilon\,(r) = \frac{C}{r^m}, \tag{17.10}$$

où C et m sont des constantes, alors de (17.9) il s'ensuit que

$$I(r)=\frac{2C}{r^{m-1}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^{m-2}\varphi\,d\varphi. \qquad (17.11)$$

Pour cette raison en admettant que $\varepsilon(r)$ est la somme des termes de la forme (17.10), on choisit les constantes C et m de façon que la somme des termes de (17.11) représente suffisamment bien la fonction $I(r)$ donnée.

Si le coefficient d'émission $\varepsilon(r)$ est trouvé, en utilisant la formule (17.4) nous pouvons calculer la concentration électronique $n_e(r)$. En admettant que l'intensité du rayonnement photosphérique I_0 ne dépend pas de la direction, on obtient

$$n_e(r)=\frac{2\varepsilon(r)}{\sigma_0 I_0\left[1-\sqrt{1-\left(\frac{R}{r}\right)^2}\right]}, \qquad (17.12)$$

où R est le rayon du Soleil.

Pour une résolution plus rigoureuse du problème de la concentration électronique de la couronne il faut tenir compte de l'assombrissement du disque solaire lors du passage du centre vers le bord. En outre, il convient de prendre en considération le fait que les électrons libres diffusent le rayonnement non pas de façon isotrope, mais avec l'indicatrice de diffusion $x(\gamma)=\frac{3}{4}(1+\cos^2\gamma)$.

Après avoir trouvé la concentration électronique $n_e(r)$ on peut calculer le degré de polarisation du rayonnement coronal $p(r)$ (nous en avons déjà parlé plus haut). La coïncidence des valeurs de $p(r)$ calculées et observées indique que la détermination de $n_e(r)$ est correcte.

A titre d'exemple, voici la formule approchée de la quantité $n_e(r)$ obtenue de la façon mentionnée ci-dessus:

$$n_e(r)=10^8\left[0{,}036\left(\frac{R}{r}\right)^{1,5}+1{,}55\left(\frac{R}{r}\right)^6+2{,}99\left(\frac{R}{r}\right)^{16}\right]. \qquad (17.13)$$

Une étude détaillée de la structure de la couronne a été effectuée par Van de Hulst (voir [2]). Dans son ouvrage l'anisotropie de la diffusion électronique est prise en considération, la composante F est exclue, et on a tenu compte de la polarisation du rayonnement coronal. Les résultats obtenus sont consignés dans le Tableau 20 qui comporte les valeurs de la concentration électronique de la couronne aussi bien à l'époque du maximum de l'activité solaire qu'à l'époque du minimum de cette activité. De plus, la couronne « maximale » est considérée comme étant à symétrie sphérique, tandis que pour la couronne « minimale » les valeurs n_e sont données séparément pour les régions équatoriale et polaire.

14—01064

Tableau 20

Concentration électronique de la couronne $n_e(r) \cdot 10^{-6}$

r/R	Couronne « maximale »	Couronne « minimale »		r/R	Couronne « maximale »	Couronne « minimale »	
		équatoriale	polaire			équatoriale	polaire
1,00	403	227	174	1,5	14,8	8,3	1,41
1,03	316	178	127	1,7	7,11	4,0	0,542
1,06	235	132	87,2	2,0	2,81	1,58	0,196
1,1	160	90,0	53,2	2,6	0,665	0,374	0,040
1,2	70,8	39,8	16,3	3,0	0,313	0,176	0,017
1,3	37,6	21,1	5,98	4,0	0,090	0,050	0,004

Nous pouvons calculer également le nombre total d'électrons libres dans la couronne; pour ce faire il suffit de connaître sa luminosité. Si ε est le coefficient d'émission, la luminosité vaut

$$L_c = 4\pi \int \varepsilon \, dV, \qquad (17.14)$$

où l'intégration porte sur tout le volume de la couronne. Puisque la luminosité de celle-ci est déterminée essentiellement par le rayonnement de ses parties internes (telles que $r \approx R$), en partant de la formule (17.12) on peut écrire approximativement:

$$\varepsilon(r) = \frac{1}{2} n_e(r) \sigma_0 I_0. \qquad (17.15)$$

En portant (17.15) dans (17.14), on obtient

$$L_c = 2\pi \sigma_0 I_0 N_e, \qquad (17.16)$$

où $N_e = \int n_e \, dV$.

D'autre part, la luminosité du Soleil est

$$L_\odot = 4\pi R^2 \pi I_0. \qquad (17.17)$$

Le rapport de la luminosité de la couronne à la luminosité du Soleil s'écrit donc:

$$\frac{L_c}{L_\odot} = \frac{\sigma_0 N_e}{2\pi R^2}. \qquad (17.18)$$

Si la quantité $L_c/L_\odot$ est connue d'après les observations, la formule (17.18) rend possible le calcul du nombre total d'électrons libres N_e de la couronne. Nous avons déjà dit que $L_c/L_\odot \approx 10^{-6}$. On trouve donc: $N_e \approx 5 \cdot 10^{40}$.

On en tire entre autres que le nombre d'électrons libres de la couronne par centimètre carré de la surface solaire vaut:

$$\frac{N_c}{4\pi R^2} \approx 10^{18}. \tag{17.19}$$

En multipliant ce nombre par le coefficient de diffusion par électron libre, on obtient la valeur approchée de l'épaisseur optique de la couronne égale à $\tau_0 \approx 10^{-6}$. Il fallait s'attendre à un tel résultat du fait que l'égalité approchée $L_c \approx \tau_0 L_\odot$ doit être vérifiée.

4. **Raies coronales.** Le domaine visible du spectre de la couronne compte 30 raies d'émission. La plus brillante d'entre elles est la raie « verte » avec une longueur d'onde de 5303 Å; les raies λ 6375 Å et λ 6702 Å dans le domaine rouge du spectre, λ 7892, λ 10747 et λ 10798 Å dans l'infrarouge, et λ 3388 Å dans l'ultraviolet sont particulièrement fortes. Dans les différentes parties de la couronne les intensités relatives des raies sont différentes. Les largeurs des raies sont assez grandes, de l'ordre de 1 Å.

L'origine des raies coronales demeurait pendant longtemps un mystère pour les astrophysiciens. Enfin, en 1939, W. Grotrian a découvert que les fréquences de deux raies coronales coïncident avec celles des raies interdites issues des transitions entre les sous-niveaux de l'état fondamental des ions Fe X et Fe XI. Ensuite B. Edlen a trouvé la même coïncidence pour les fréquences de deux autres raies coronales et des raies des ions Ca XII et Ca XIII. Il convient de noter que les raies interdites des ions cités n'ont pas été observées en laboratoire. Les fréquences de ces raies ont été trouvées à partir du schéma des termes établi d'après les raies permises de l'ultraviolet du spectre observées en laboratoire.

Par la suite B. Edlen a identifié la plupart des raies du spectre coronal. Il s'est avéré qu'elles se forment toutes dans les transitions interdites entre les sous-niveaux d'un état des atomes fortement ionisés (fer, calcium, nickel et argon). Le Tableau 21 donne la liste des raies coronales identifiées ainsi que divers renseignements à leur sujet.

Les calculs montrent que les atomes fortement ionisés d'autres éléments ne possèdent pas de raies dans le domaine visible du spectre, ou que leurs raies sont trop faibles pour être observées sur le fond du spectre continu de la couronne. Cependant, certaines raies se trouvent à la limite de la visibilité et il se peut qu'à l'avenir on les identifie d'une façon ou d'une autre.

L'identification indiquée des raies coronales soulève d'emblée deux questions: 1) Quelle est la raison de l'existence des atomes à ionisation multiple dans la couronne? 2) Pourquoi observe-t-on des raies interdites dans le spectre de la couronne? La réponse à la première de ces questions sera donnée plus loin. Pour l'instant nous donnerons une réponse sommaire à la seconde, en remettant au Cha-

Tableau 21

Raies d'émission de la couronne

Longueur d'onde	Intensité relative observée d'après		Ion	Coefficient de probabilité A_{hi}, s^{-1}	Potentiel d'excitation, eV	Potentiel d'ionisation, eV
	Grotrian	Lyot				
3328	1,0	—	Ca XII	488	3,72	589
3388	16	—	Fe XIII	87	5,96	325
3601,0	2,1	—	Ni XVI	193	3,44	455
3642,9	—	—	Ni XIII	18	5,82	350
3986,9	0,7	—	Fe XI	9,5	4,68	261
4086,3	1,0	—	Ca XIII	319	3,03	655
4231,4	2,6	—	Ni XII	237	2,93	318
4359	—	—	Ar XIV	108	2,84	682
5116,03	4,3	2,2	Ni XIII	157	2,42	350
5302,86	100	100	Fe XIV	60	2,34	355
5536	—	—	Ar X	106	2,24	421
5694,42	—	1,2	Ca XV	95	2,18	814
6374,51	8,1	18	Fe X	69	1,94	233
6701,83	5,4	2,0	Ni XV	57	1,85	422
7059,62	—	2,2	Fe XV	—	31,77	390
7891,94	—	13	Fe XI	44	1,57	261
8024,21	—	0,5	Ni XV	22	3,39	422
10746,80	—	55	Fe XIII	14	1,15	325
10797,95	—	35	Fe XIII	9,7	2,30	325

pitre V, consacré aux nébuleuses gazeuses, l'étude détaillée du problème de l'apparition des raies interdites dans les spectres des corps célestes.

On sait que les coefficients d'Einstein des transitions spontanées sont de l'ordre de 10^8 s^{-1} pour les raies permises. Mais ces coefficients sont bien plus petits pour les raies interdites. Par exemple, d'après le tableau, pour les raies interdites du spectre coronal ils sont de l'ordre de 10 à 10^3 s^{-1} (bien que l'interdiction dans ces cas ne soit pas très forte). Vu la petitesse de la probabilité des transitions interdites, il faut des conditions particulières pour que les raies interdites puissent devenir suffisamment intenses.

Pour établir ces conditions notons d'abord que si l'état donné rend possible les transitions aussi bien interdites que permises, les premières sont bien plus rares que les secondes, et une raie interdite est bien plus faible qu'une raie permise. Par conséquent, les raies interdites ne peuvent devenir relativement intenses que lorsque l'état supérieur est métastable, c'est-à-dire qu'outre les transitions permises, il n'y a pas du tout de transitions à partir de ces états vers les états inférieurs.

Cependant, à la différence des états excités ordinaires dont la durée pour un atome peut être de l'ordre de 10^{-8} s, dans l'état métastable un atome peut demeurer bien plus longtemps. Il s'ensuit que pour réaliser une transition spontanée à partir d'un état métastable il faut que l'atome ne subisse pas de perturbations extérieures pendant de très grands intervalles de temps. En particulier, un atome ne doit pas subir de collisions fréquentes avec les électrons libres, du fait que ces derniers peuvent le faire passer de l'état métastable à l'état inférieur sans émission de raie interdite à la suite du choc de deuxième espèce. De la même façon, un atome ne doit pas subir une forte action du rayonnement lors de l'absorption duquel il peut passer de l'état métastable à un état supérieur. De la sorte, pour que dans le spectre d'un objet quelconque apparaissent des raies interdites relativement intenses, il faut que la densité de la matière et la densité du rayonnement y soient assez faibles.

La présence même des raies interdites dans le spectre de la couronne témoigne du fait que les conditions précitées y sont observées. Les calculs le confirment. Nous avons vu que la concentration électronique dans la couronne est assez faible, et les collisions ne présentent pas d'obstacle aux transitions spontanées depuis les états métastables (bien que dans la couronne la valeur de n_e soit de quelques ordres plus élevée que dans les nébuleuses, mais les probabilités de transitions pour les raies coronales sont aussi relativement grandes). Par ailleurs, dans la couronne la condition relative à la densité du rayonnement est également vérifiée. Pour que les ions donnant les raies coronales passent de leurs états métastables vers les états supérieurs, il faut que le rayonnement soit émis dans l'ultraviolet lointain. Or, dans l'atmosphère du Soleil la densité d'un tel rayonnement est très faible.

5. Température de la couronne. Aussitôt après l'identification des raies coronales la physique du Soleil a connu encore une découverte importante : plusieurs faits ont été mis à jour, témoignant de ce que la température cinétique de la couronne est extrêmement élevée, de l'ordre d'un million de kelvins. Nous indiquerons les plus importants de ces faits.

1. Forte ionisation des atomes dans la couronne. Dans la liste donnée ici ce fait doit occuper la première place. Si la température de la couronne n'était pas aussi élevée, il serait tout à fait impossible de comprendre l'existence des atomes à ionisations multiples (tels que Fe X, Ca XII, etc.). Or, aux températures de l'ordre de 10^6 kelvins la forte ionisation des atomes est due aux chocs électroniques (voir plus loin).

2. Etalement des raies d'absorption. Nous avons déjà dit que dans le spectre de la couronne dû à la diffusion du rayonnement solaire sur des électrons libres on ne voit pas de raies de Fraunhofer, sauf quelques raies fortement étalées. Ceci s'explique par l'élargisse-

ment dopplérien des raies par suite de l'agitation thermique des électrons libres. Or, si l'on admet que la température de la couronne est égale à celle de la couche renversante, c'est-à-dire à 5000 K, les profils des raies d'absorption calculés d'après la formule (17.2) s'avèrent sensiblement plus étroits et plus nets que les profils observés. Pour que la théorie s'accorde avec les observations il faut admettre que la température du gaz électronique de la couronne ne soit pas inférieure à 600 000 K.

3. Largeurs des raies d'émission. Les profils mesurés des raies d'émission du spectre coronal sont bien représentés par les courbes qui correspondent à la distribution maxwellienne des atomes selon les vitesses. Ceci permet d'établir d'après la largeur des raies la vitesse moyenne du déplacement des atomes. Pour la raie verte λ 5303 Å, qui appartient à Fe XIV, la largeur s'avère d'environ 1 Å ; donc, la vitesse moyenne des atomes de fer est d'environ 25 km/s. Pour la température cinétique de la couronne on en tire une valeur de l'ordre de $2 \cdot 10^6$ kelvins.

4. Absence des raies de Balmer. Nous avons déjà noté que les raies d'émission du spectre coronal doivent être faibles sur le fond du spectre continu. Cependant il y a tant d'hydrogène dans les couches externes du Soleil qu'on pourrait déceler les raies de Balmer si la température de la couronne était basse. Or, le fait d'absence de ces raies dans le spectre de la couronne témoigne de sa température élevée. La forte dépendance de l'intensité des raies de Balmer par rapport à la température s'explique par les raies dues aux recombinaisons, et la probabilité d'une recombinaison est à peu près proportionnelle à $T_e^{-3/2}$. Par conséquent, à $T_e = 10^6$ kelvins l'intensité d'une raie doit être environ 1000 fois plus faible qu'à $T_e = 10^4$ kelvins. La relation entre les intensités des raies de Balmer et l'intensité du spectre continu peut être établie à l'aide des formules (17.4)-(17.6). De tels calculs ont montré que la raie H_α ne sera pas discernable dans le spectre de la couronne que dans le cas où $T_e > 100\,000$ K (voir [7]).

5. Gradient de densité dans la couronne. La formule (17.13) et le Tableau 20 montrent que dans la couronne la densité ne décroît pas très vite avec l'accroissement de r. De toute façon, cette diminution est bien plus lente que celle définie par la loi barométrique à une température de 5000 K. En partant de ceci on a avancé l'hypothèse que la couronne ne se trouve pas en équilibre hydrostatique, mais elle est maintenue par les mouvements turbulents. Cependant, on n'a pas besoin de cette hypothèse non confirmée par les observations si l'on admet que la température de la couronne est très élevée. Prenons la formule barométrique généralisée:

$$n_v \sim e^{\frac{GM\mu m_H}{rkT}}, \tag{17.20}$$

qui se distingue de la formule barométrique ordinaire (16.31) par la prise en considération de la dépendance de l'accélération de la pesanteur par rapport à r. Ici G est la constante de la gravitation; M, la masse du Soleil; m_H, la masse d'un atome d'hydrogène; μ, le poids moléculaire moyen. On voit sans peine que la formule (17.20) traduit bien les données d'observation sur la concentration électronique fournies par le Tableau 20, c'est-à-dire que lg n_e et $1/r$ sont liés par une relation linéaire. Pour accorder les valeurs théorique et observée du coefficient angulaire de cette relation, pour la température de la couronne il faut adopter la valeur $T \approx 1{,}4 \cdot 10^6$ kelvins (obtenue avec $\mu = 0{,}69$, c'est-à-dire si l'on suppose que dans la couronne, tout comme dans la chromosphère, le rapport entre le nombre d'atomes d'hydrogène et le nombre d'atomes d'hélium est égal à 5). Par conséquent, on peut admettre qu'à la température élevée précitée la couronne se trouve en équilibre hydrostatique.

6. Intensité du rayonnement radio du Soleil. Comme nous le verrons au paragraphe suivant, la partie essentielle du rayonnement radio sur les ondes longues du Soleil provient de la couronne. D'après les mesures de son intensité on peut déterminer la température électronique de la couronne, qui est de l'ordre de 10^6 kelvins.

De la sorte, il faut admettre qu'il est bien établi que la température de la couronne est de l'ordre d'un million de kelvins. Pour expliquer un tel échauffement on a émis plusieurs hypothèses. La plus probable se fonde sur l'existence des ondes acoustiques et magnéto-acoustiques provenant de la photosphère. Ces ondes sont produites par la convection et passent par la photosphère supérieure et la chromosphère inférieure presque sans dissipation. Toutefois, dans la chromosphère supérieure et la couronne, du fait de la faible densité, elles se transforment en ondes de choc dont l'énergie se dissipe rapidement et se transforme en chaleur. La température définie de la couronne résultant de l'équilibre entre le chauffage et le refroidissement, la recherche théorique de la température doit tenir compte du refroidissement de la couronne. Celui-ci est dû à l'émission de la couronne dans les raies spectrales par suite du transfert de l'énergie par conduction thermique de la couronne à la chromosphère plus froide et par l'échappement des particules rapides emportant une certaine part de l'énergie. Les calculs montrent que pour la couronne les pertes d'énergie sont relativement peu importantes. Il s'ensuit également que les mécanismes de chauffage de la couronne ne doivent pas être puissants.

Dans l'élaboration de la théorie de la couronne comprenant un examen du bilan d'énergie, il faut encore étudier le bilan de masse. La matière arrive dans la couronne à partir de la chromosphère, et ce processus est compensé par l'écoulement de la matière à partir de la couronne. Autrefois, on étudiait la dissipation des particules

à partir d'une couronne stationnaire; à présent on admet que toute la couronne s'écoule. L'exploration du Soleil au radar a établi que le gaz de la couronne se déplace vers l'extérieur à des vitesses qui augmentent de deux à quelques dizaines de kilomètres par seconde. Ce mouvement du gaz est à l'origine du « vent solaire » dans l'espace interplanétaire.

Il convient encore de noter qu'une théorie correcte de la couronne doit expliquer son inhomogénéité observée. Comme l'ont montré les observations, les raies verte et rouge du spectre (à longueurs d'onde de 5303 et 6374 Å respectivement) apparaissent dans diverses régions de la couronne. La première d'entre elles appartenant à Fe XIV et la seconde à Fe X, il est naturel de considérer que la région « verte » est bien plus chaude que la région « rouge ». Il s'avère que la température de la couronne est inférieure à la moyenne dans la partie polaire et supérieure à la moyenne au-dessus des taches et des facules. Pour la théorie de la couronne ses différentes formations structurelles: rayons, « arcs », « casques », etc., présentent un grand intérêt. La stabilité de telles formations est due, probablement, à l'existence des champs magnétiques dans la couronne.

6. Ionisation et excitation des atomes. Nous avons déjà dit que la température élevée de la couronne permet de comprendre l'existence dans celle-ci des atomes à ionisations multiples. Cependant, pour déterminer le degré de leur ionisation on ne peut pas appliquer la formule d'ionisation ordinaire de Saha du fait que dans la couronne l'équilibre thermodynamique n'est pas observé. Dans des cas analogues le degré d'ionisation des atomes s'obtient par l'analyse des processus élémentaires responsables de l'ionisation et des processus qui leur sont inverses, c'est-à-dire des recombinaisons. Par la suite (dans les Chapitres V, VI et VII) nous déduirons les formules d'ionisation en l'absence de l'équilibre thermodynamique pour le cas des nébuleuses et des enveloppes des étoiles non stables. Ici, pour le cas de la couronne, nous soumettrons le degré d'ionisation des atomes à un examen plus sommaire (bien qu'il faille tenir compte du fait que pour les cas de la nébuleuse et de la couronne les formules d'ionisation se distinguent fortement en raison des mécanismes d'ionisation différents).

Pour simplifier considérons d'abord l'ionisation des atomes d'hydrogène. Comme précédemment, soient n_1, n^+ et n_e respectivement le nombre d'atomes neutres (en premier état), le nombre de protons et le nombre d'électrons libres dans 1 cm^3. L'ionisation des atomes peut être due aussi bien aux collisions (parmi lesquelles les plus importantes sont les collisions avec les électrons libres) qu'à l'action du rayonnement. Le nombre de ces processus se déroulant dans 1 cm^3 en 1 s est noté respectivement n_1n_eB et n_1D. Les processus inverses sont les recombinaisons par collisions triples (sans émission) et les recombinaisons liées au rayonnement (aussi bien

spontanées qu'induites). Le nombre de recombinaisons est désigné respectivement par $n_e^2 n^+ A$ et $n_e n^+ C$. A l'état stable le nombre d'ionisations est égal au nombre de recombinaisons, c'est-à-dire que l'inégalité est vérifiée

$$n_1 n_e B + n_1 D = n_e^2 n^+ A + n_e n^+ C. \tag{17.21}$$

En équilibre thermodynamique chaque processus direct est compensé par un processus inverse. En particulier, le nombre d'ionisations par collisions est égal au nombre de recombinaisons par collisions, c'est-à-dire

$$n_1 B = n_e n^+ A. \tag{17.22}$$

D'une façon analogue le nombre d'ionisations par rayonnement est égal au nombre de recombinaisons radiatives, c'est-à-dire

$$n_1 D = n_e n^+ C. \tag{17.23}$$

Les formules (17.22) et (17.23) se transforment en formule d'ionisation (5.5) ordinaire, si l'on y porte les valeurs des coefficients A, B, C et D pour le cas de l'équilibre thermodynamique (plus précisément pour la distribution maxwellienne des électrons libres selon les vitesses et avec la densité de Planck de rayonnement).

Mais en l'absence de l'équilibre thermodynamique le degré d'ionisation des atomes se calcule d'après la relation (17.21), où chaque terme doit être défini pour les conditions données concrètes. Dans les parties externes des étoiles et des nébuleuses, du fait de la faible densité de la matière, les recombinaisons par collisions triples sont bien plus rares que celles dues au rayonnement, c'est-à-dire

$$n_e A \ll C. \tag{17.24}$$

Quant aux ionisations, elles se produisent en général aussi bien par collisions que sous l'action du rayonnement. Comme nous le verrons par la suite, dans les nébuleuses l'ionisation est due au rayonnement des étoiles chaudes. Dans ce cas, le degré d'ionisation des atomes est déterminé par la formule (17.23) pour une densité de rayonnement correspondante (différente de celle de Planck). Or, dans la couronne le rayonnement ultraviolet est de très faible densité et il ne joue aucun rôle dans l'ionisation des atomes, à l'exception de l'ionisation primaire des métaux. On comprendra sans peine qu'à l'énorme température cinétique de la couronne l'ionisation des atomes est due aux chocs électroniques. Dans ce cas, d'après la relation (17.21) on obtient :

$$\frac{n^+}{n_1} = \frac{B}{C}. \tag{17.25}$$

Il importe de noter que dans la couronne le degré d'ionisation ne dépend pas de la densité de la matière, mais seulement de la température électronique T_e.

La théorie de l'ionisation des atomes dans la couronne a été élaborée par I. Chklovski [7]. Les calculs qu'il a effectués d'après la formule (17.25) pour l'hydrogène ont donné des valeurs de n^+/n_1 de l'ordre de 10^6 à $T_e \approx 10^5$ kelvins et de l'ordre de 10^7 à $T_e \approx 10^6$ kelvins (lorsque $n_e \approx 10^8$ cm^{-3}). Ces valeurs de n^+/n_1 sont environ un million de fois plus petites que celles de l'équilibre thermodynamique aux mêmes températures et densités.

Les nombres relatifs des atomes de métaux à des stades d'ionisation différents peuvent également être établis d'après la formule (17.25), dans laquelle il faut entendre alors par n_1 la concentration des atomes au stade d'ionisation donné, et par n^+, au stade successif. Mais dans ce cas, pour les coefficients B et C il faut retenir des expressions approchées du fait que les calculs de mécanique quantique de ces quantités sont très laborieux. Le Tableau 22 donne à titre d'exem-

Tableau 22

Ionisation du fer dans la couronne

$T_e \cdot 10^{-6}$	0.3	0.5	0.6	0.7	0.8	1.0	1.2	1.4
Fe X / Fe IX	0,092	0,83	1,6	2,9	6,0	13	30	—
Fe XI / Fe X	—	0,29	0,77	1,1	2,7	8,0	12	22
Fe XII / Fe XI	—	0,10	0,30	0,52	1,1	3,5	7,2	12
Fe XIII / Fe XII	—	0,030	0,10	0,29	0,47	1,4	3,4	7,2
Fe XIV / Fe XIII	—	0,010	0,039	0,13	0,31	0,66	2,0	4,3
Fe XV / Fe XIV	—	0,0033	0,014	0,047	0,12	0,40	0,82	1,7

ple les nombres relatifs des atomes de fer à des stades d'ionisation différents pour diverses températures électroniques.

Nous voyons que pour une température électronique donnée, le nombre d'atomes augmente d'abord, puis diminue à mesure que le stade d'ionisation croît. Par exemple, à $T_e = 800\,000$ K le plus grand nombre d'atomes de fer correspond au stade Fe XII.

D'après les observations, le spectre de la couronne comporte des raies Fe X — Fe XV; de plus le rayonnement dans les raies des

ions différents provient des régions différentes de la couronne. Le tableau nous permet de conclure que la température de la couronne doit être de l'ordre d'un million de kelvins, et dans diverses régions elle est différente. Par exemple, les régions de la couronne qui brillent dans les raies Fe X — Fe XI doivent avoir une température de l'ordre de 600 000 kelvins, tandis que les régions qui brillent dans les raies Fe XIII — Fe XIV, une température de l'ordre de 1 200 000 kelvins. Il arrive que dans le spectre d'un même site de la couronne on décèle des raies d'atomes à des stades d'ionisation très éloignés l'un de l'autre. Ceci peut s'expliquer par le fait que la ligne de visée traverse des régions à températures différentes.

Outre la recombinaison ordinaire examinée plus haut la recombinaison dite *diélectronique* peut jouer un rôle considérable dans la couronne. Ce processus consiste en ce que l'ion donné est excité par un électron libre d'énergie inférieure à l'énergie d'excitation, et l'électron se trouve lié à l'ion. Autrement dit, dans un tel processus il se forme un atome ou un ion à un stade d'ionisation inférieur avec deux électrons excités. Le nombre de recombinaisons diélectroniques produites en 1 s dans 1 cm^3 est égal à $n_e n^+ C$, c'est-à-dire qu'il est donné par la même expression que le nombre de recombinaisons ordinaires, mais avec une autre valeur de C. L'étude du degré d'ionisation des atomes dans la couronne vu les recombinaisons diélectroniques conduit à la conclusion que la température de la couronne doit être à peu près deux fois plus élevée que la température établie plus haut (voir, par exemple, [9]). Il convient de noter que les recombinaisons diélectroniques peuvent intervenir également dans certains autres objets (nébuleuses à température élevée, alentours des quasars, etc.).

Après l'examen du problème d'ionisation des atomes dans la couronne examinons l'excitation des ions. Pour l'instant envisageons seulement l'excitation des niveaux de l'état fondamental d'un ion qui sont tels que lors des transitions à partir d'eux apparaissent des raies interdites observées dans le spectre de la couronne. L'excitation de ces niveaux se produit de deux façons: 1) par collisions avec des électrons libres; 2) par absorption du rayonnement issu de la photosphère (le deuxième mécanisme d'excitation joue un certain rôle dans les parties externes de la couronne). Le retour de l'ion au niveau inférieur se produit aussi bien par transitions spontanées que par chocs de deuxième espèce. La condition de la permanence du nombre d'ions à chacun des niveaux permet d'obtenir le rapport entre le nombre d'ions au k-ième niveau et le nombre d'ions au premier niveau, c'est-à-dire la quantité n_k/n_1. Nous ne nous attarderons pas ici sur ces calculs, car la même procédure sert à déterminer la distribution des ions selon les niveaux dans les nébuleuses gazeuses, dont nous traiterons en détail au § 24.

Si le rapport n_k/n_1 est connu, il est possible de passer de la con-

centration des ions au niveau excité n_k (obtenue d'après l'intensité mesurée de la raie d'émission, comme dans le cas de la chromosphère) à la concentration des ions au premier niveau n_1. La sommation des nombres n_1 à tous les stades d'ionisation permet de déterminer la concentration totale des atomes de l'élément donné. En divisant cette concentration par n_e on obtient le rapport du nombre d'atomes de l'élément considéré au nombre d'atomes d'hydrogène (puisque n_e est à peu près égal à la concentration des protons).

La méthode indiquée a servi pour établir dans la couronne le rapport entre le nombre d'atomes de métaux et le nombre d'atomes d'hydrogène. Il s'est avéré que ce rapport ne dépend pas de la hauteur et qu'il est à peu près le même que dans la couche renversante. Ce fait présente un grand intérêt puisqu'il témoigne du brassage de la matière dans la couronne.

7. Rayonnement UV et X. Les raies coronales observées dans le domaine visible du spectre se forment dans les transitions entre les sous-niveaux des états fondamentaux des différents ions, alors que les états suivants des ions coronaux se trouvent très haut. Par exemple, les potentiels de résonance des ions excités Fe X — Fe XV font 30 à 40 V. Les raies de résonance de ces ions se situent donc dans l'ultraviolet lointain.

Dans la couronne les ions peuvent être excités par ionisations et recombinaisons subséquentes. Cependant, comme le montrent les calculs, le choc électronique est un mécanisme d'excitation plus efficace. Il convient de tenir compte du fait qu'à une température de l'ordre d'un million de kelvins l'énergie moyenne d'un électron libre est de l'ordre de 100 eV. Lors d'une collision chaque électron libre peut donc exciter des ions, tels que les ions de fer précités.

En donnant une composition chimique déterminée de la couronne nous pouvons calculer son spectre ultraviolet. Il résulte des calculs qu'il doit être très riche en raies d'émission. Par ailleurs, dans le domaine examiné la couronne doit posséder un spectre continu dû aux recombinaisons des atomes les plus abondants: hydrogène ($\lambda <$ < 912 Å), hélium ($\lambda < 504$ Å) et hélium ionisé ($\lambda < 227$ Å). Les recombinaisons des atomes très ionisés de fer, de nickel, etc., provoquent l'apparition d'un spectre continu dans le domaine des ondes encore plus courtes (de l'ordre des dizaines d'angströms).

Les observations à partir de fusées ont permis d'obtenir le spectre ultraviolet du Soleil. Ce spectre a été déjà décrit au paragraphe précédent, où nous avons également dit que l'ultraviolet du Soleil apparaît surtout dans la chromosphère supérieure et dans la région de transition entre la chromosphère et la couronne. Cependant une partie de ce rayonnement, due aux atomes à ionisations multiples, provient de la couronne.

On sait que l'émission des longueurs d'onde très courtes (approximativement de 0,1 Å environ à quelques dizaines d'angströms)

relève déjà du domaine des rayons X. On comprend sans peine que la couronne avec sa température élevée est le siège d'un rayonnement X assez fort. De plus, ce qui a été dit plus haut entraîne que ce peut être aussi bien un rayonnement continu qu'un rayonnement de raies.

Les rayons X du Soleil ont été observés également à partir de fusées. A l'aide de filtres on a observé surtout les domaines du spectre de 2 à 8, de 8 à 18 et de 44 à 60 Å, c'est-à-dire le domaine des rayons X mous. Les observations poursuivies plusieurs années ont permis d'obtenir la dépendance entre l'intensité des rayons X et la phase de l'activité solaire. Il s'est avéré que dans les années du maximum le rayonnement X est plusieurs fois plus intense que dans les années du minimum. Ceci s'explique, lors du passage du minimum au maximum d'activité, aussi bien par l'accroissement de la densité de la couronne que par l'augmentation de sa température.

Les résultats des observations des rayons X solaires pendant l'éclipse de 1958 présentent un grand intérêt. L'un de ces résultats a permis de démontrer que les rayons X apparaissent en effet dans la couronne. Cette conclusion est fondée sur le fait que pendant la phase totale de l'éclipse l'intensité de rayonnement X présente une part importante (de l'ordre de 10 %) de son intensité hors des éclipses, tandis que dans ces mêmes conditions l'intensité d'émission dans la raie L_α, produite dans la chromosphère, diminue d'environ un millier de fois. Un autre résultat d'importance a été fourni par l'étude de la dépendance entre l'intensité des rayons X et la phase de l'éclipse. On a découvert que les rayons X particulièrement forts sont issus des parties de la couronne qui se situent au-dessus des régions actives de la surface solaire. Cette conclusion a été confirmée également par les photographies du Soleil dans les rayons X prises en l'absence d'éclipse.

Les résultats des observations du rayonnement X pendant les éruptions chromosphériques présentent un intérêt particulier. Dans ces cas, pendant des intervalles de temps assez brefs (de l'ordre de quelques minutes), on observe des flux de rayons X durs, de longueurs d'onde de l'ordre de 1 Å et moins courtes. Pour expliquer ce rayonnement on peut avancer l'hypothèse sur la formation des régions très chaudes dans la couronne. Les calculs ont donné une idée du spectre X de la couronne à des températures différentes. Par exemple, une température de 10^7 kelvins suffit pour faire apparaître des rayons à longueur d'onde de l'ordre de 3 Å. Toutefois, pour expliquer l'émission observée des ondes plus courtes il faut admettre qu'il existe dans la couronne un rayonnement d'origine non thermique.

§ 18. Rayonnement radio du Soleil

1. Résultats des observations. Le rayonnement radio du Soleil a été découvert pendant la Seconde Guerre mondiale et depuis son exploration est très intense. Il a été bien vite établi que ce rayonnement nous parvient depuis la couronne et les couches supérieures de la chromosphère. Nous pouvons donc juger d'après lui des processus physiques se déroulant dans les parties extérieures du Soleil. Il importe de souligner l'avantage essentiel que présentent les observations radio de la couronne et de la chromosphère par rapport aux observations optiques: tandis que les observations dans le domaine optique sont fortement entravées par le fort éclat de la photosphère, l'observation dans le domaine des ondes radio est libre de cet inconvénient du fait que pour le rayonnement radio ces parties du Soleil constituent elles-mêmes la « photosphère ».

Les observations radio du Soleil à partir de la surface terrestre peuvent se faire dans une gamme de longueurs d'onde assez large, depuis quelques millimètres jusqu'à plusieurs dizaines de mètres. Le rayonnement à ondes plus courtes est absorbé par l'atmosphère terrestre (par les molécules O_2 et H_2O), tandis que le rayonnement à ondes plus longues est réfléchi par l'ionosphère de la Terre.

On étudie le rayonnement du Soleil à l'aide des radiotélescopes qui permettent de mesurer le flux de rayonnement solaire de longueur d'onde définie. Pour mesurer l'intensité de rayonnement radio provenant des différents points du disque solaire, il faut employer des radiotélescopes de grandes dimensions ou interféromètres. Ceci est dû au pouvoir séparateur défini par le rapport du diamètre d'ouverture du télescope à la longueur d'onde du rayonnement, qui est bien plus petit dans la gamme radio qu'en optique.

On obtient également des renseignements très précieux sur la distribution de l'éclat selon le disque sur fréquences radio pendant les éclipses solaires. Notons que c'est précisément pendant l'éclipse solaire de 1947 que S. Khaïkine et B. Tchikhatchev ont pour la première fois prouvé expérimentalement la nature coronale du rayonnement radio du Soleil dans la gamme métrique des ondes (car pendant l'éclipse totale le flux de rayonnement radio s'est avéré égal à environ 40 % du flux en l'absence d'éclipse).

L'intensité mesurée de rayonnement radio I_ν est caractérisée ordinairement par la température de brillance T_ν, c'est-à-dire qu'elle est mise sous la forme $I_\nu = B_\nu(T_\nu)$, où $B_\nu(T)$ est l'intensité de Planck à la température T. Puisque pour les fréquences radio $h\nu/kT \ll 1$, la formule de Planck se transforme en formule de Rayleigh-Jeans:

$$B_\nu(T) = \frac{2\nu^2}{c^2} kT. \qquad (18.1)$$

La température de brillance se calcule donc d'après la relation:

$$I_\nu = \frac{2\nu^2}{c^2} kT_\nu. \quad (18.2)$$

Le flux mesuré du rayonnement radio du Soleil peut s'écrire:

$$H_\nu = \bar{I}_\nu \Omega, \quad (18.3)$$

où $\bar{I}_\nu$ est l'intensité moyenne de rayonnement et Ω, l'angle solide sous lequel on voit le disque solaire. En entendant par $\bar{I}_\nu$ l'intensité de Planck relative à la température $\bar{T}_\nu$, nous pouvons adopter cette température comme mesure du flux de rayonnement. La quantité $\bar{T}_\nu$ est la température de brillance moyenne sur la fréquence ν. En utilisant la formule (18.2) on a

$$H_\nu = \frac{2\nu^2}{c^2} k\bar{T}_\nu \Omega. \quad (18.4)$$

Etant donné que $\Omega = \pi (R/r)^2$, où R est le rayon du Soleil et r, la distance du Soleil à la Terre, au lieu de (18.4) on obtient

$$H_\nu = \pi \left(\frac{R}{r}\right)^2 \frac{2\nu^2}{c^2} k\bar{T}_\nu. \quad (18.5)$$

Quant à la luminosité du Soleil sur la fréquence ν, elle se présente sous la forme:

$$L_\nu = 4\pi^2 R^2 \frac{2\nu^2}{c^2} k\bar{T}_\nu. \quad (18.6)$$

Comme le montrent les observations il existe deux composantes du rayonnement radio du Soleil : 1) la composante calme (non perturbée) ; 2) la composante sporadique (perturbée). La première composante est presque constante (plus exactement, elle est faiblement variable pendant le cycle de l'activité solaire). Comme nous le verrons par la suite, elle présente le rayonnement thermique de la couronne et de la chromosphère. La deuxième composante subit des variations aussi bien lentes que rapides avec le temps. Son origine est liée aux divers processus actifs dont le Soleil est le siège : taches, éruptions chromosphériques, etc.

Le résultat de la mesure des flux de rayonnement radio du Soleil est que pour la composante non perturbée la température de brillance $\bar{T}_\nu$ est de l'ordre de 10^4 kelvins dans la gamme centimétrique, et de l'ordre de 10^6 kelvins dans la gamme métrique. Quant à la composante perturbée, on obtient parfois pour elle dans la gamme métrique des températures de brillance de l'ordre de 10^8 à 10^9 kelvins et plus. Autrement dit, parfois le flux de rayonnement radio perturbé est de 100 à 1000 fois plus élevé que celui du Soleil calme.

Par la suite nous traiterons surtout de la composante non perturbée et l'étude de la composante perturbée ne sera que très sommaire. Une analyse détaillée du rayonnement radio du Soleil est décrite dans les monographies déjà mentionnées [2], [3], [7] et surtout dans l'ouvrage de V. Jélezniakov [8]. La théorie générale de la propagation du rayonnement radio dans un plasma est exposée dans la monographie de V. Guinzburg [9].

2. Rayonnement radio du Soleil calme. En abordant l'interprétation des observations du rayonnement radio solaire nous donnerons d'abord la réponse à la question : dans quelles couches du Soleil apparaît-il ? A cet effet il faut déterminer les profondeurs optiques des différentes couches dans le domaine des fréquences radio. Evidemment, un rayonnement ne peut atteindre l'observateur qu'à partir des couches dont la profondeur optique ne dépasse pas l'ordre d'une unité.

Pour trouver la profondeur optique τ_ν il faut connaître le coefficient d'absorption volumique α_ν. Nous avons établi au § 5 que dans le spectre continu l'absorption est due aux photoionisations et aux transitions free-free. Cependant, les photoionisations sont produites seulement par les quanta dont l'énergie est plus grande que l'énergie d'ionisation ($h\nu > \chi_i$) ; aussi, dans le domaine des fréquences radio, les quanta dont l'énergie est peu grande, ne peuvent-ils pas être absorbés par photoionisations (l'absorption des quanta serait possible par photoionisations depuis des niveaux discrets élevés, mais en réalité ces niveaux ne se réalisent pas). Mais les transitions free-free peuvent s'accompagner de l'absorption des quanta de fréquences quelconques, y compris de très petites fréquences. Le rayonnement radio est donc absorbé précisément dans les transitions free-free.

Le coefficient d'absorption volumique dû aux transitions free-free d'un électron dans le champ d'un proton est donné par la formule (5.10).

L'hydrogène étant l'élément le plus abondant dans l'atmosphère du Soleil, nous admettrons que cette formule détermine à peu près le coefficient d'absorption volumique total, c'est-à-dire

$$\alpha_\nu = n_e n^+ \frac{2^4 \pi^2 e^6 k T_e}{3\sqrt{3}\, ch\, (2\pi m k T_e)^{3/2}} \frac{g_\nu}{\nu^3}, \qquad (18.7)$$

où n^+ et n_e sont les concentrations respectivement des protons et des électrons libres ; T_e, la température du gaz électronique et g_ν, le facteur de Gaunt (dans la gamme des fréquences radio il est de l'ordre de 10).

Cependant, la formule (18.7) ne tient pas compte de l'absorption négative qui joue un très grand rôle dans le rayonnement radio. En partant de ce qui a été dit au § 8, pour tenir compte de l'absorption négative, il faut porter dans le deuxième membre de la formule (18.7)

le facteur $1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_e}}$. Pour les transitions free-free un facteur de cette forme est introduit en admettant que la distribution des électrons libres selon les vitesses est maxwellienne.

Dans le domaine radio la quantité $h\nu/kT_e$ est très petite (par exemple, $h\nu/kT_e \approx 10^{-8}$ pour $T_e \approx 10^6$ kelvins et $\lambda = 100$ cm); il s'ensuit que le facteur cité peut être remplacé par la quantité $h\nu/kT_e$. Vu l'absorption négative le coefficient d'absorption volumique dans le domaine des fréquences radio s'écrit donc:

$$\alpha_\nu = n_e n^+ \frac{2^4\pi^2 e^6}{3\sqrt{3}\, c\, (2\pi m k T_e)^{3/2}} \frac{g_\nu}{\nu^2}. \qquad (18.8)$$

g_ν étant très faible par rapport à ν, on peut admettre que $\alpha_\nu \sim$ $\sim 1/\nu^2$.

En appliquant l'expression obtenue de α_ν, la profondeur optique d'un point quelconque de l'atmosphère solaire se calcule d'après la formule:

$$\tau_\nu = \int_r^\infty \alpha_\nu\, dr = \frac{2^4\pi^2 e^6}{3\sqrt{3}\, c\, (2\pi m k T_e)^{3/2}} \frac{g_\nu}{\nu^2} \int_r^\infty n^+ n_e\, dr, \qquad (18.9)$$

où pour simplifier on a adopté $T_e = \text{const}$. Pour calculer l'intégrale qui figure dans (18.9) il faut connaître la relation entre n_e et r (approximativement $n^+ = n_e$). Pour la couronne cette dépendance est donnée par la formule (17.13). Les résultats du calcul de la profondeur optique dans la couronne pour des longueurs d'onde différentes sont consignés dans le Tableau 23 tiré de l'ouvrage de I. Chklovski [7].

Tableau 23

Profondeurs optiques du rayonnement radio dans la couronne

$\frac{r}{R}$	Longueur d'onde λ, cm							
	50	100	150	187	300	400	800	1200
1,04	0,183	0,73	1,65	2,58	6,6	11,7	47	107
1,1	0,061	0,26	0,59	0,93	2,4	4,2	17	38
1,2	0,017	0,068	0,154	0,24	0,62	1,08	4,4	10
1,4	0,004	0,015	0,035	0,053	0,14	0,25	1,0	2,3
1,6	0,0006	0,002	0,005	0,008	0,02	0,03	0,14	0,82

Le tableau montre que pour les ondes métriques l'épaisseur optique de la couronne dépasse l'unité, c'est-à-dire que dans la gamme métrique des ondes le rayonnement radio du Soleil parvient à l'ob-

servateur surtout à partir de la couronne. Mais pour l'émission des longueurs d'onde plus courtes la couronne est dans une grande mesure transparente et une telle émission parvient à l'observateur non seulement depuis la couronne, mais aussi depuis la chromosphère.

Le processus d'absorption envisagé du rayonnement radio se déroule lors des transitions des électrons libres d'une orbite hyperbolique à une autre dans le champ d'un ion. Les transitions inverses donnent lieu à l'émission des quanta dans le domaine des fréquences radio. Ces transitions sont précisément responsables du rayonnement radio du Soleil calme. Ainsi, ce rayonnement constitue le rayonnement thermique ordinaire du gaz électronique. D'après son origine le rayonnement radio non perturbé du Soleil ne se distingue pas de son émission dans le domaine optique du spectre. Toutefois, le rayonnement du Soleil parvient à l'observateur à partir de la couronne et de la chromosphère, alors que le rayonnement du domaine optique provient des couches photosphériques plus profondes. Cette différence est due au coefficient d'absorption qui croît rapidement avec la diminution de la fréquence.

Si nous connaissons le coefficient d'absorption volumique α_ν, nous pouvons aussi calculer sans peine le coefficient d'émission volumique ε_ν. A cet effet utilisons la relation connue:

$$\varepsilon_\nu = \alpha_\nu B_\nu (T_e), \tag{18.10}$$

qui pour les transitions free-free est vraie lorsque la distribution des électrons libres selon les vitesses est maxwellienne. En portant dans la formule (18.10) les expressions (18.1) et (18.8), on obtient

$$\varepsilon_\nu = n_e n^+ \frac{2^6 \pi^2 e^6 kT_e}{3\sqrt{3}\, c^3 (2\pi m kT_e)^{3/2}} g_\nu. \tag{18.11}$$

La connaissance des coefficients d'absorption et d'émission permet de calculer l'intensité de rayonnement se déplaçant vers l'observateur depuis une distance quelconque du centre du disque solaire. Nous réaliserons plus loin ces calculs, pour l'instant nous obtiendrons la formule approchée de la luminosité du Soleil sur les fréquences radio. Désignons par R_ν le rayon du disque solaire pour le rayonnement radio sur la fréquence ν (il est déterminé par la condition que le chemin optique du rayon issu à la distance R_ν du centre du disque est égal à l'unité). Alors, en adoptant que $T_e = \text{const}$, on a pour la luminosité du Soleil sur la fréquence ν:

$$L_\nu = 4\pi R_\nu^2 \pi B_\nu (T_e). \tag{18.12}$$

En y portant l'expression (18.1) on trouve

$$L_\nu = 4\pi^2 R_\nu^2 \frac{2\nu^2}{c^2} kT_e. \tag{18.13}$$

Appliquons la formule (18.13) au rayonnement radio solaire sur ondes métriques qui, comme nous l'avons établi, nous parvient à partir de la couronne. Il s'ensuit de cette formule que la luminosité du Soleil est proportionnelle au carré de la fréquence, ce que confirment les observations. D'après la valeur de la luminosité établie par les observations, on peut déterminer à l'aide de la formule (18.13) la température électronique de la couronne T_e.

Nous avons déjà dit que la température de brillance $\overline{T}_\nu$ du Soleil dans le domaine métrique est de l'ordre de 10^6 kelvins. En comparant les formules (18.6) et (18.13) nous voyons que $\overline{T}_\nu \approx T_e$ (du fait que R_ν diffère peu de R). Aussi la température électronique de la couronne doit-elle être de l'ordre de 10^6 kelvins. La mesure de la luminosité du Soleil sur les fréquences radio a été l'un des premiers indices témoignant de la température élevée de la couronne. Si cette température était égale à celle de la photosphère, la luminosité du Soleil dans le domaine métrique serait des centaines de fois plus faible que celle fournie par l'observation (puisque $L_\nu \approx T_e$).

Le rayonnement radio du Soleil sur ondes centimétriques provient essentiellement des couches supérieures de la chromosphère. La température de brillance de ce rayonnement (de l'ordre de 10 000 K) est à peu près égale à la température électronique desdites couches.

Il convient de souligner que la formule (18.13) n'est vraie que pour T_e = const. On ne peut donc pas l'appliquer au rayonnement radio du Soleil sur ondes décimétriques, lequel parvient jusqu'à nous en partie depuis la couronne, et en partie depuis la chromosphère. La formule de la luminosité du Soleil dans ce cas sera établie plus loin.

3. Distribution du rayonnement radio sur le disque. La connaissance du mécanisme qui régit le rayonnement radio du Soleil calme permet d'établir la distribution de l'intensité de ce rayonnement sur le disque. En général, le rayonnement radio de fréquence donnée parvient jusqu'à l'observateur aussi bien à partir de la couronne qu'à partir de la chromosphère.

Nous noterons la température de la couronne T_1 et celle de la chromosphère T_2, et nous admettrons qu'elles sont constantes. Admettons également que la couronne et la chromosphère possèdent une symétrie sphérique, la limite entre elles représentant une sphère de rayon R.

L'intensité de rayonnement sur la fréquence ν qui se déplace vers l'observateur à partir d'un point reposant à la distance r du centre du disque est donnée par la formule

$$I_\nu(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} B_\nu(T_e)\, e^{-t_\nu} \alpha_\nu\, ds, \tag{18.14}$$

où t_ν est la distance optique du point donné dans l'atmosphère solaire jusqu'à l'observateur [comparez avec la formule (16.9)]. Si $r > R$, le rayonnement provient seulement de la couronne et la formule (18.14) devient:

$$I_\nu(r) = B_\nu(T_1)[1 - e^{-t_\nu^0(r)}], \tag{18.15}$$

où

$$t_\nu^0(r) = 2\int_r^\infty \frac{\alpha_\nu(r')\, r'\, dr'}{\sqrt{r'^2 - r^2}}. \tag{18.16}$$

Si $r < R$, l'observateur reçoit aussi bien le rayonnement issu de la chromosphère (atténué par l'absorption dans la couronne) que le rayonnement de la couronne. Dans ce cas au lieu de (18.14) on a

$$I_\nu(r) = B_\nu(T_1)[1 - e^{-t_\nu^0(r)}] + B_\nu(T_2)\, e^{-t_\nu^0(r)}, \tag{18.17}$$

où

$$t_\nu^0(r) = \int_R^\infty \frac{\alpha_\nu(r')\, r'\, dr'}{\sqrt{r'^2 - r^2}}, \tag{18.18}$$

et on admet que l'épaisseur optique de la chromosphère est infiniment grande.

Il faut porter l'expression (18.8) du coefficient d'absorption α_ν dans les formules (18.16) et (18.18). Ensuite, pour calculer la quantité $t_\nu^0(r)$ il faut donner la loi de la variation de la concentration électronique dans la couronne. La substitution des valeurs calculées de $t_\nu^0(r)$ dans les formules (18.15) et (18.17) donne la distribution théorique du rayonnement radio thermique sur le disque solaire.

Les résultats de ces calculs dépendent dans une grande mesure de la longueur d'onde du rayonnement. Pour un rayonnement de longueur d'onde de l'ordre de 1 cm et moins, l'épaisseur optique de la couronne est très petite; donc, comme le montre la formule (18.17)

$$I_\nu(r) \approx B_\nu(T_2),$$

c'est-à-dire que l'intensité du rayonnement radio est la même sur tout le disque et correspond à la température de la chromosphère. Avec l'augmentation de la longueur d'onde l'épaisseur optique de la couronne augmente et avec elle augmente le rôle du rayonnement radio. A mesure qu'on s'éloigne du centre du disque, l'intensité de ce rayonnement augmente d'abord, puis décroît, en atteignant le maximum pour $r = R$ (puisque le chemin optique du rayon dans la couronne pour $r = R$ est le plus grand). Pour les ondes métriques l'épaisseur optique de la couronne dépasse l'unité. Dans ce cas, comme il s'ensuit des formules (18.17) et (18.15), l'intensité rayonnée

est constante et pour $r < R$ elle correspond à la température de la couronne, puis diminue lentement avec la croissance de r.

Les résultats décrits des calculs de la distribution du rayonnement radio selon le disque solaire s'accordent *grosso modo* avec les données d'observation. La figure 22 représente à titre d'exemple la

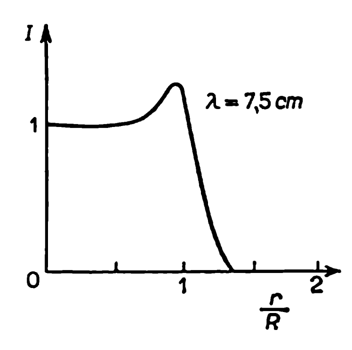


Fig. 22

distribution observée de l'intensité de rayonnement pour une longueur d'onde de 7,5 cm. La figure montre que les observations, tout comme les calculs, donnent la brillance maximale à $r \approx R$. Certaines divergences entre la théorie et les observations sont dues à ce qu'en réalité les températures de la couronne et de la chromosphère ne sont pas constantes et la couronne ne possède pas une symétrie sphérique.

En utilisant les formules citées de l'intensité du rayonnement radio solaire, on peut déterminer la luminosité du Soleil sur les fréquences radio. Il est clair que la luminosité du Soleil sur la fréquence ν vaut

$$L_\nu = 4\pi \cdot 2\pi \int_0^\infty I_\nu(r)\, r\, dr. \tag{18.19}$$

En y portant les expressions (18.15) et (18.17), on obtient

$$L_\nu = 8\pi^2 \left\{ B_\nu(T_1) \int_0^\infty [1 - e^{-t_\nu^0(r)}]\, r\, dr + B_\nu(T_2) \int_0^R e^{-t_\nu^0(r)} r\, dr \right\}, \tag{18.20}$$

ou

$$L_\nu = 4\pi^2 R^2 \left[a_\nu B_\nu(T_1) + b_\nu B_\nu(T_2) \right], \tag{18.21}$$

où l'on a introduit les notations

$$a_\nu = \frac{2}{R^2} \int_0^\infty [1 - e^{-t_\nu^0(r)}]\, r\, dr, \qquad (18.22)$$

$$b_\nu = \frac{2}{R^2} \int_0^R e^{-t_\nu^0(r)} r\, dr. \qquad (18.23)$$

En exprimant la luminosité du Soleil L_ν à l'aide de la température de brillance $\bar{T}_\nu$ par l'intermédiaire de la formule (18.6), ainsi qu'en ntilisant la formule (18.1) de la quantité $B_\nu(T)$, au lieu de (8.21), il vient

$$\bar{T}_\nu = a_\nu T_1 + b_\nu T_2. \qquad (18.24)$$

La formule (18.24) exprime la température de brillance $\bar{T}_\nu$ du rayonnement radio sur la fréquence ν à travers la température de la couronne T_1 et la température de la chromosphère T_2.

Les quantités a_ν et b_ν se calculent numériquement sans peinc. En particuler, d'après [7], on a

$a_\nu = 1$, $b_\nu = 0{,}0019$ pour $\lambda = 3$ cm,
$a_\nu = 0{,}99$, $b_\nu = 0{,}021$ pour $\lambda = 10$ cm,
$a_\nu = 0{,}96$, $b_\nu = 0{,}088$ pour $\lambda = 21$ cm,
$a_\nu = 0{,}82$, $b_\nu = 0{,}37$ pour $\lambda = 50$ cm.

En donnant la température de la couronne et de la chromosphère ($T_1 \approx 10^6$ et $T_2 \approx 10^4$ kelvins), nous pouvons établir la relation théorique entre la température de brillance $\bar{T}_\nu$ et la fréquence. Les valeurs de $\bar{T}_\nu$ fournies par les observations satisfont à peu près à cette relation.

4. Propagation des ondes radio dans la couronne. En recherchant la distribution de la brillance du rayonnement radio selon le disque solaire nous avons supposé que sa propagation est rectiligne. Or, en réalité dans les couches superficielles du Soleil le rayonnement radio peut subir une réfraction. Pour élucider le rôle de celle-ci il faut connaître l'expression de l'indice de réfraction des ondes radio dans le plasma.

En examinant le mouvement d'un électron libre dans le champ d'une onde radio on peut obtenir (voir [9]) aussi bien l'expression du coefficient d'absorption α_ν que l'expression de l'indice de réfraction n. L'expression du coefficient d'absorption a déjà été donnée par la formule (18.8). Quant à l'indice de réfraction, il est égal à

$$n = \sqrt{1 - \frac{\nu_c^2}{\nu^2}}, \qquad (18.25)$$

où la quantité ν_c qui traduit la fréquence propre des oscillations du plasma, se calcule d'après la formule:

$$\nu_c^2 = \frac{e^2 n_c}{\pi m}. \qquad (18.26)$$

Nous voyons que $n < 1$, c'est-à-dire que l'indice de réfraction du plasma est plus petit pour les ondes radio que celui du vide. Avec l'augmentation de n_e l'indice de réfraction décroît, et pour chaque fréquence ν il existe une valeur critique de la concentration électronique n_e' telle que $n = 0$. Le rayonnement ne passe pas par le niveau où $n = 0$, en subissant une réflexion complète. Par conséquent, le rayonnement radio ne provient alors que des couches de l'atmosphère solaire situées au-dessus du niveau mentionné.

D'autre part, nous savons que le rayonnement parvient jusqu'à l'observateur surtout à partir des couches, dont la profondeur optique est inférieure à l'unité. Désignons par n_e'' la valeur de la concentration électronique pour $\tau_\nu = 1$. Alors, on peut dire que si $n_e' \gg n_e''$ (c'est-à-dire si le niveau à $n = 0$ se trouve plus bas que celui à $\tau_\nu = 1$), la réfraction intervient peu dans le rayonnement qui se déplace vers l'observateur. D'après les calculs il en est ainsi pour les ondes centimétriques et décimétriques. Par exemple, il s'ensuit de la formule (18.26) que pour $\lambda = 10$ cm, $n_e' \approx 10^{11}$ cm^{-3}, et $n_e'' \approx 10^9$ cm^{-3}. En ce cas $n \approx 1$ dans tout le domaine où $\tau_\nu < 1$. Cependant, pour les ondes métriques $n_e' \ll n_e''$ et la réfraction joue un très grand rôle.

Pour déterminer la trajectoire du rayon compte tenu de la réfraction il faut utiliser la relation connue:

$$n(r')\, r' \sin\vartheta = r, \qquad (18.27)$$

où $n(r')$ est l'indice de réfraction à la distance r' du centre du Soleil; ϑ, l'angle entre la direction du rayonnement et le rayon vecteur; r, la distance du centre du Soleil jusqu'à la tangente à la direction du rayonnement issu de la couronne. En portant dans l'équation (18.27) l'expression (18.25), pour la trajectoire du rayon on obtient une courbe dont la partie convexe est tournée vers le centre du Soleil (fig. 23).

Evidemment, le chemin optique du rayon dans la couronne est déterminé par la formule:

$$t_\nu^0(r) = 2\int_{r_0}^{\infty} \alpha_\nu(r') \sec\vartheta\, dr', \qquad (18.28)$$

où r_0 se calcule d'après la condition: $n(r_0)\, r_0 = r$. En utilisant la relation (18.27) on obtient:

$$t_\nu^0(r) = 2\int_{r_0}^{\infty} \frac{\alpha_\nu(r')\, dr'}{\sqrt{1-\left[\frac{r}{n(r')\, r'}\right]^2}}. \tag{18.29}$$

Pour calculer l'intensité du rayonnement issu de la couronne sur ondes métriques il faut justement porter dans la formule (18.15) la quantité $t_\nu^0(r)$ déterminée par la formule (18.29). La distribution de l'intensité de rayonnement radio sur le disque solaire fournie

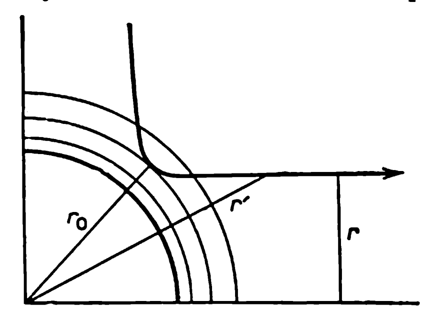


Fig. 23

par ces calculs diffère sensiblement de celle obtenue sans tenir compte de la réfraction.

Notons que pour un milieu à indice de réfraction variable l'équation de transfert du rayonnement est de la forme:

$$n^2 \frac{d}{ds}\left(\frac{I_\nu}{n^2}\right) = -\alpha_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu. \tag{18.30}$$

Etant donné qu'en équilibre thermodynamique l'intensité de rayonnement est égale à $n^2 B_\nu(T)$, où $B_\nu(T)$ est l'intensité de Planck, la liaison entre le coefficient d'émission ε_ν et le coefficient d'absorption α_ν est donnée par la formule:

$$\varepsilon_\nu = n^2 \alpha_\nu B_\nu(T). \tag{18.31}$$

En portant (18.31) dans (18.30) et en l'intégrant avec $T = \text{const}$, pour l'intensité du rayonnement issu de la couronne on aboutit de nouveau à la formule (18.15), où la quantité $t_\nu^0(r)$ est donnée par la formule (18.29).

5. Rayonnement radio sporadique. Il est rare que le Soleil soit calme sur les fréquences radio. Généralement, un rayonnement perturbé comportant deux composantes se superpose au rayonnement du Soleil calme. La variation de la première composante est

relativement lente (elle dure des heures, jours ou mois), la seconde varie très vite (en secondes et minutes).

La composante à variation lente est observée essentiellement sur ondes centimétriques et décimétriques. Son intensité est comparable à celle du rayonnement du Soleil calme. D'après les observations, l'apparition de cette composante est liée à la formation des taches solaires (car plus la surface des taches est étendue, plus le rayonnement radio est intense). Plus précisément, les sources du rayonnement à variation lente sont les régions qui se trouvent au-dessus des taches et des facules. La preuve en est fournie par la comparaison directe des images du Soleil sur fréquences radio et dans le domaine optique du spectre. Les sources locales du rayonnement radio tournent avec le Soleil étant disposées plus haut que les taches, elles se lèvent plus tôt et se couchent plus tard que ces dernières. Ceci permet de déterminer les hauteurs des sources au-dessus de la photosphère, qui sont de l'ordre de 0,05 $R_{\odot}$.

Les observations réalisées en particulier pendant les éclipses permettent d'établir la position, les dimensions et les températures de brillance des sources radio locales. Elles témoignent également de ce que le rayonnement radio des sources locales est polarisé. L'étude de ces données conduit à la conclusion que le rayonnement radio à variations lentes est produit par les transitions free-free des électrons dans le champ des ions (rayonnement de freinage ou bremstrahlung) et par le déplacement des électrons dans un champ magnétique selon une trajectoire incurvée (rayonnement synchrotron).

La composante du rayonnement radio solaire à variation rapide est observée dans le domaine radio tout entier (depuis les ondes millimétriques jusqu'aux ondes métriques). Elle est décelée sous forme de sursauts de durée et d'intensité différentes. Certains sursauts ont une durée de l'ordre de 1 s à une température de brillance dépassant de plusieurs fois celle du Soleil calme. Mais on observe également des sursauts bien plus forts qui durent quelques minutes à une température de brillance de 10^8 à 10^9 et parfois jusqu'à 10^{12} kelvins.

Pour expliquer ces sursauts on recourt aux divers mécanismes de rayonnement non thermique (voir [8] et [10]). L'un d'eux consiste à exciter les oscillations du plasma par un flux de particules rapides. Il se forme alors des ondes de plasma longitudinales qui se transforment en ondes électromagnétiques transversales. Les fréquences des oscillations propres du plasma sont déterminées par la formule (18.26). Elle montre que les concentrations électroniques caractéristiques de la couronne engendrent des ondes métriques qui donnent lieu aux sursauts puissants observés du rayonnement radio. Il se peut que les particules rapides produites par les éruptions chromosphériques soient responsables des oscillations du plasma. Cette hypothèse est soutenue par le fait que les sursauts puissants sont enregistrés quelques minutes après les maxima des éruptions

chromosphériques. De plus, on observe les sursauts d'abord sur des ondes plus courtes, puis sur des ondes de plus en plus longues. Ceci peut être dû au déplacement des particules rapides responsables des oscillations du plasma, depuis les régions plus denses de la couronne vers les régions moins denses. Les sursauts peuvent également résulter de la propagation à travers la couronne d'une onde de choc engendrée par un sursaut chromosphérique. On a également évoqué un autre mécanisme possible des sursauts sous la forme du rayonnement de freinage des électrons relativistes dans un champ magnétique, c'est-à-dire le *rayonnement synchrotron* (à ce propos voir § 31). Les sursauts étant très différents, on peut admettre qu'ils sont produits par divers mécanismes.

6. Supercouronne du Soleil. La couronne solaire peut être explorée non seulement d'après son rayonnement radio, mais aussi d'après l'atténuation par la couronne du rayonnement issu des sources disposées au-delà d'elle. Par un heureux hasard, l'une des plus puissantes sources de rayonnement radio, la Nébuleuse du Crabe, est située tout près de l'écliptique (à une distance d'environ 4,5 rayons solaires angulaires). Il en résulte chaque année l'occultation de la Nébuleuse du Crabe par les parties externes de la couronne. Les observations de ce phénomène, effectuées pour la première fois par V. Vitkévitch, ont abouti à la découverte des parties de la couronne éloignées du centre du Soleil de plusieurs dizaines de rayons.

Les parties extérieures de la couronne, d'habitude nommées *supercouronne*, affaiblissent le rayonnement de la Nébuleuse du Crabe par suite de la diffusion des ondes radio sur les inhomogénéités électroniques. Lorsqu'un rayon passe par une inhomogénéité il est dévié par suite de la différence dans les indices de réfraction de l'inhomogénéité et du milieu ambiant. Des calculs simples permettent de déterminer l'affaiblissement de l'intensité du rayonnement passant par la couronne à des distances différentes du centre du disque solaire, ceci en fonction du nombre d'inhomogénéités, de leurs dimensions et de leur concentration électronique. La comparaison entre théorie et observations a montré, par exemple, que dans la couronne à la distance de 20 rayons solaires du centre du disque les dimensions linéaires des inhomogénéités sont d'environ 10^{10} cm, et la concentration électronique en leur sein, d'environ 10^3 cm^{-3}.

Des observations analogues à celles de la Nébuleuse du Crabe ont été effectuées pour de nombreuses autres radiosources. On a obtenu des renseignements sur les propriétés de la supercouronne à la distance allant jusqu'à 100 rayons solaires. Il convient de noter que pendant les éclipses solaires la supercouronne peut être observée dans le domaine optique du spectre.

La lente décroissance observée de la densité coronale à mesure qu'on s'éloigne du Soleil a suggéré l'idée que le milieu interplanétaire n'est autre que le prolongement de la couronne. Les propriétés du

milieu interplanétaire à des distances différentes du Soleil ont d'abord été établies par calcul du modèle d'une couronne statique. Puis E. Parker [11] a effectué une analyse hydrodynamique détaillée de la «couronne en expansion », c'est-à-dire de la couronne composée de particules se déplaçant depuis le Soleil. Ce mouvement a lieu à des vitesses énormes (à de grandes distances du Soleil, de l'ordre des centaines de kilomètres par seconde) et produit dans l'espace interplanétaire ce qu'on appelle le *vent solaire*. Le vent solaire exerce probablement une action notable sur les parties externes des atmosphères planétaires, les queues des comètes et certains autres objets du système solaire.

Le lancement des appareils cosmiques permet la mesure directe des caractéristiques du plasma interplanétaire. En particulier, on a établi que la vitesse radiale du plasma croît pendant les orages magnétiques. Les résultats de ces observations confirment pour beaucoup la théorie présentée ci-dessus.

Bibliographie du Chapitre III

1. AMBARTSOUMIAN V., MOUSTEL E., SÉVERNY A., SOBOLEV V. Astrophysique théorique. Moscou, 1952 (en russe).
2. The Sun/Ed. by G. Kuiper. Chicago, 1953.
3. ZIRIN H. The Solar Atmosphere. 1966.
4. GIBSON E. G. The Quiet Sun. 1973.
5. THOMAS R. N., ATHAY R. G. Physics of the Solar Chromosphere. New-York, 1961.
6. IVANOV-KHOLODNY G., NIKOLSKI G. Le Soleil et l'ionosphère. Moscou, 1969 (en russe).
7. CHKLOVSKI I. Physique de la couronne solaire. Moscou, 1962 (en russe).
8. JÉLEZNIAKOV V. Rayonnement radio du Soleil et des planètes. Moscou, 1964 (en russe).
9. GUINZBURG V. Propagation des ondes électromagnétiques dans le plasma. Moscou, 1960 (en russe).
10. KAPLAN S., PICKELNER S., TSYTOVITCH V. Physique du plasma de l'atmosphère solaire. Moscou, 1977 (en russe).
11. PARKER E. N. Interplanetary dynamical processes. 1963.

CHAPITRE IV

ATMOSPHÈRES DES PLANÈTES

On sait que les planètes brillent en reflétant le rayonnement solaire. Les atmosphères planétaires sont le siège du processus complexe de diffusion multiple de la lumière, dont il résulte que l'énergie radiative subit en partie une vraie absorption (c'est-à-dire se transforme en d'autres formes d'énergie) et sort en partie de l'atmosphère vers l'extérieur. D'après le rayonnement réfléchi par diffusion nous pouvons juger des propriétés optiques de l'atmosphère et de la nature physique des particules qui la constituent.

Les atmosphères de certaines planètes (par exemple, de Vénus et de Jupiter) ont une épaisseur optique très grande et rendent invisible la surface planétaire. D'autres planètes (Mars, par exemple) sont entourées d'atmosphères de faible épaisseur optique. L'étude de la luminosité d'une planète peut alors fournir des renseignements non seulement sur l'atmosphère, mais aussi sur la surface planétaire.

Dans ce chapitre nous exposons surtout la théorie de la diffusion multiple de la lumière dans les atmosphères planétaires et ses applications aux planètes isolées. A cet effet nous utilisons les résultats des observations photométriques et spectroscopiques. La théorie mentionnée est décrite plus en détail dans des ouvrages spéciaux (de [1] à [3]).

Ces derniers temps des renseignements précieux sur les planètes ont été obtenus par des observations à partir des appareils cosmiques. Les résultats des explorations du rayonnement radio des planètes présentent également un grand intérêt.

§ 19. Diffusion de la lumière dans les atmosphères planétaires

1. Equations fondamentales. L'épaisseur de l'atmosphère étant petite devant le rayon de la planète, on peut admettre approximativement que l'atmosphère se compose de couches planes parallèles. Par ailleurs, on peut admettre que l'atmosphère est éclairée par des rayons solaires parallèles. L'angle d'incidence de ces rayons au

point donné de l'atmosphère sera noté ϑ_0 et l'éclairement de l'aire perpendiculaire à ces rayons, πF. Notre tâche consistera à rechercher l'intensité du rayonnement sortant de l'atmosphère dans différentes directions après le processus de diffusion multiple dans cette dernière.

Pour résoudre le problème posé nous devons utiliser l'équation de transfert du rayonnement. Nous avons montré au § 1 que dans le cas des couches planes parallèles cette équation s'écrit :

$$\cos\vartheta \frac{dI}{dz} = -\alpha I + \varepsilon, \tag{19.1}$$

où I est l'intensité du rayonnement ; α, le coefficient d'absorption ; ε, le taux d'émission ; z, la hauteur au-dessus de la surface planétaire ; ϑ, l'angle entre la direction du rayonnement et la normale aux couches atmosphériques (fig. 24). Les quantités I, α et ε dépendent de la fréquence de rayonnement, mais pour simplifier l'écriture, nous omettrons l'indice ν.

La quantité ε qui figure dans l'équation (19.1) est définie par la diffusion de la lumière dans un volume élémentaire. Nous admet-

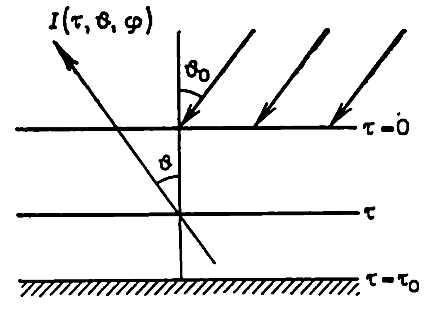


Fig. 24

trons que ce dernier diffuse une partie λ de la quantité totale de l'énergie rayonnante absorbée. Dans ce cas la quantité $\lambda\alpha$ représentera le coefficient de diffusion et la quantité $(1 - \lambda)\,\alpha$, le coefficient d'absorption vraie. En général, la probabilité de la diffusion du rayonnement dans des directions différentes n'est pas la même. Notons $x(\gamma)\, d\omega/4\pi$ la probabilité de la diffusion du rayonnement dans la direction qui forme un angle γ avec la direction du rayonnement incident sur le volume à l'intérieur de l'angle solide $d\omega$. La quantité $x(\gamma)$ s'appelle *indicatrice de diffusion*. Si le rayonnement est diffusé dans toutes les directions avec la même probabilité, alors $x(\gamma) = 1$. L'indicatrice de diffusion est alors dite *sphérique*.

Pour obtenir l'expression de la quantité ε, considérons un volume élémentaire de surface de base unitaire et d'épaisseur dz, situé à la hauteur z. Ce volume est éclairé aussi bien par le rayonnement pro-

venant directement du Soleil que par le rayonnement diffusé par l'atmosphère. Notons τ la profondeur optique du volume donné, c'est-à-dire posons:

$$\tau = \int_z^\infty \alpha(z)\, dz. \tag{19.2}$$

Alors, la quantité d'énergie reçue par le volume directement du Soleil est égale à $\pi F e^{-\tau \sec \vartheta_0} \cos \vartheta_0$. De cette quantité d'énergie la fraction $\alpha\, dz \sec \vartheta_0$ est absorbée par le volume, et la fraction $\lambda x(\gamma)\, d\omega/4\pi$ de cette partie est diffusée dans un angle solide $d\omega$ sous un angle γ à la direction du rayonnement solaire. Pour le coefficient d'émission dû à la diffusion de premier ordre on trouve donc:

$$\varepsilon_1 = \frac{\lambda}{4} \alpha F x(\gamma)\, e^{-\tau \sec \vartheta_0}. \tag{19.3}$$

Il faut encore ajouter à l'expression (19.3) le terme provenant des diffusions des ordres supérieurs. Il en résulte pour le coefficient d'émission total:

$$\varepsilon = \lambda \alpha \int I x(\gamma') \frac{d\omega'}{4\pi} + \frac{\lambda}{4} \alpha F x(\gamma)\, e^{-\tau \sec \vartheta_0}, \tag{19.4}$$

où l'intégration porte sur toutes les directions du rayonnement incident sur le volume et où γ' est l'angle entre l'une quelconque de ces directions et la direction du rayonnement diffusé par le volume.

Au lieu du coefficient d'émission ε, introduisons dans les équations (19.1) et (19.4) la quantité S à l'aide de la relation

$$\varepsilon = \alpha S. \tag{19.5}$$

Pour une indicatrice de diffusion arbitraire les quantités S et I dépendent de la profondeur optique τ, de la distance zénithale ϑ et de l'azimut φ. Donc, au lieu des équations (19.1) et (19.4), on peut écrire

$$\cos \vartheta \frac{dI(\tau, \vartheta, \varphi)}{d\tau} = I(\tau, \vartheta, \varphi) - S(\tau, \vartheta, \varphi), \tag{19.6}$$

$$S(\tau, \vartheta, \varphi) = \\ = \frac{\lambda}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^{\pi} x(\gamma') I(\tau, \vartheta', \varphi') \sin \vartheta'\, d\vartheta' + \frac{\lambda}{4} F x(\gamma)\, e^{-\tau \sec \vartheta_0}, \tag{19.7}$$

où

$$\left. \begin{aligned} \cos \gamma' &= \cos \vartheta \cos \vartheta' + \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos(\varphi - \varphi'), \\ \cos \gamma &= -\cos \vartheta \cos \vartheta_0 + \sin \vartheta \sin \vartheta_0 \cos \varphi, \end{aligned} \right\} \tag{19.8}$$

et l'on annule l'azimut de la direction des rayons solaires.

Ainsi, le problème de la diffusion de la lumière dans une atmosphère planétaire se ramène à la résolution des équations (19.6) et (19.7). A ces équations il faut encore joindre les conditions aux limites. A la frontière supérieure de l'atmosphère (c'est-à-dire à $\tau = 0$) la condition doit exprimer le fait qu'il n'existe pas de rayonnement de diffusion parvenant dans l'atmosphère de l'extérieur. A la frontière inférieure, c'est-à-dire à $\tau = \tau_0$, la condition doit rendre compte de la réflexion du rayonnement par la surface de la planète.

En résolvant les équations citées on peut trouver les intensités rayonnées par l'atmosphère. La comparaison des valeurs théoriques et observées permet de tirer les conclusions sur les propriétés optiques de l'atmosphère, c'est-à-dire sur les quantités τ_0, λ et $x(\gamma)$.

Ensuite, d'après les propriétés optiques de l'atmosphère on peut juger de la nature des particules qui la composent. A cet effet on fait appel à la théorie de la diffusion de la lumière par des particules isolées (voir, par exemple, [4]). Cette théorie, élaborée en détail surtout pour des particules sphériques, détermine le coefficient d'absorption α, l'albédo de la particule λ et l'indicatrice de diffusion $x(\gamma)$ en fonction du rapport entre le rayon de la particule et la longueur d'onde du rayonnement, et en fonction de l'indice de réfraction de la matière de la particule.

Notons que dans le cas de la diffusion de la lumière par des molécules l'indicatrice de diffusion est déterminée par la formule de Rayleigh:

$$x(\gamma) = \frac{3}{4}(1 + \cos^2\gamma). \tag{19.9}$$

Mais si la lumière est diffusée par des particules dont les rayons sont comparables aux longueurs d'onde du rayonnement, l'indicatrice de diffusion s'avère d'habitude fortement étendue en avant.

2. Atmosphère semi-infinie. Nous avons déjà dit que certaines planètes possèdent une atmosphère dont l'épaisseur optique d'après l'ordre dépasse l'unité. Dans ce cas pour définir l'intensité du rayonnement diffusé par réflexion par l'atmosphère on peut admettre approximativement que $\tau_0 = \infty$.

Admettons d'abord que l'atmosphère soit le siège d'une diffusion isotrope de la matière, c'est-à-dire que $x(\gamma) = 1$. La quantité S sera alors fonction seulement de τ et l'intensité du rayonnement I, fonction seulement de τ et de ϑ. Les équations (19.6) et (19.7) peuvent donc se mettre sous la forme:

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu, \mu_0)}{d\tau} = I(\tau, \mu, \mu_0) - S(\tau, \mu_0), \tag{19.10}$$

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu, \mu_0)\, d\mu + \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}, \tag{19.11}$$

où l'on a introduit les notations $\cos\vartheta = \mu$, $\cos\vartheta_0 = \mu_0$, et où l'on a souligné la dépendance des quantités I et S par rapport au paramètre μ_0.

Les équations (19.10) et (19.11) permettent d'obtenir une équation intégrale pour le calcul de la fonction $S(\tau, \mu_0)$. En procédant de la même façon que pour déduire l'équation (2.48), on trouve

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2}\int_0^\infty E_1 |\tau - t| S(t, \mu_0)\,dt + \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}, \qquad (19.12)$$

où $E_1\tau$ est la première fonction intégrale exponentielle.

Si la fonction $S(\tau, \mu_0)$ est connue, on peut également déterminer sans peine l'intensité rayonnée par l'atmosphère, c'est-à-dire la quantité $I(0, \mu, \mu_0)$. En posant

$$I(0, \mu, \mu_0) = F\rho(\mu, \mu_0)\,\mu_0, \qquad (19.13)$$

on a

$$\rho(\mu, \mu_0) = \frac{1}{F}\int_0^\infty S(\tau, \mu_0)\, e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu\mu_0}. \qquad (19.14)$$

La quantité $\rho(\mu, \mu_0)$ s'appelle *coefficient de brillance* ou *coefficient de réflexion de l'atmosphère*.

L'équation intégrale (19.12) se rapporte aux équations du type (3.1) examinées en détail au § 3. Dans notre cas le noyau de l'équation (3.1) est donné par la formule (3.17), où $A(x) = \lambda/2x$; $a = 1$; $b = \infty$, et le terme constant est de la forme $g(\tau) = \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}$. En utilisant les relations (3.19) et (3.20) pour le coefficient de brillance on obtient l'expression:

$$\rho(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} \frac{\varphi(\mu)\varphi(\mu_0)}{\mu + \mu_0}, \qquad (19.15)$$

où la fonction $\varphi(\mu)$ est définie par l'équation

$$\varphi(\mu) = 1 + \frac{\lambda}{2}\mu\varphi(\mu)\int_0^1 \frac{\varphi(\mu')}{\mu + \mu'}\,d\mu'. \qquad (19.16)$$

Nous savons que la fonction $\varphi(\mu)$ a déjà été évoquée dans la théorie des photosphères stellaires (au § 3) et dans la théorie de la formation des spectres stellaires (au § 10). Maintenant nous voyons que le coefficient de brillance d'une atmosphère planétaire est exprimé par cette même fonction. Les valeurs de la fonction $\varphi(\mu)$ pour différentes valeurs du paramètre λ sont données sur la page 130.

Les relations (19.15) et (19.16) ont été obtenues à l'aide de l'équation (19.12), mais V. Ambartsoumian a montré qu'elles peuvent

être obtenues sans recourir à cette équation, à l'aide de ce qu'on appelle *principe d'invariance*. D'après ce principe le pouvoir de réflexion d'un milieu semi-infini ne change pas si l'on y ajoute une certaine couche avec les mêmes propriétés optiques. En ajoutant à un milieu semi-infini une couche d'épaisseur optique infiniment petite, en déterminant toutes les variations apportées par cette couche dans l'intensité rayonnée et les égalant au zéro, nous aboutissons aux relations précitées (voir [1]).

A l'aide du principe d'invariance on a trouvé également le coefficient de brillance pour une indicatrice de diffusion arbitraire. A titre indicatif, voici le résultat obtenu pour l'indicatrice de diffusion sphérique la plus simple:

$$x(\gamma) = 1 + x_1 \cos\gamma, \tag{19.17}$$

où x_1 est un paramètre.

Dans notre cas le coefficient de brillance est déterminé par la formule:

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \rho_0(\mu, \mu_0) + \rho_1(\mu, \mu_0)\cos\varphi, \tag{19.18}$$

tandis que les quantités $\rho_0(\mu, \mu_0)$ et $\rho_1(\mu, \mu_0)$ ont la structure suivante:

$$\rho_0(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4}\,\frac{\varphi_0^0(\mu)\,\varphi_0^0(\mu_0) - x_1\varphi_1^0(\mu)\,\varphi_1^0(\mu_0)}{\mu+\mu_0}. \tag{19.19}$$

$$\rho_1(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4}\,x_1\,\frac{\varphi_1^1(\mu)\,\varphi_1^1(\mu_0)}{\mu+\mu_0}. \tag{19.20}$$

A leur tour les fonctions auxiliaires $\varphi_0^0(\mu)$ et $\varphi_1^0(\mu)$ sont fournies par le système d'équations:

$$\varphi_0^0(\mu) = 1 + \frac{\lambda}{2}\mu\int_0^1 \frac{\varphi_0^0(\mu)\,\varphi_0^0(\mu') - x_1\varphi_1^0(\mu)\,\varphi_1^0(\mu')}{\mu+\mu'}\,d\mu', \tag{19.21}$$

$$\varphi_1^0(\mu) = \mu - \frac{\lambda}{2}\mu\int_0^1 \frac{\varphi_0^0(\mu)\,\varphi_0^0(\mu') - x_1\varphi_1^0(\mu)\,\varphi_1^0(\mu')}{\mu+\mu'}\,d\mu', \tag{19.22}$$

et la fonction auxiliaire $\varphi_1^1(\mu)$, par l'équation

$$\varphi_1^1(\mu) = \sqrt{1-\mu^2} + \frac{\lambda}{4}x_1\mu\varphi_1^1(\mu)\int_0^1 \frac{\varphi_1^1(\mu')}{\mu+\mu'}\sqrt{1-\mu'^2}\,d\mu'. \tag{19.23}$$

Les fonctions $\varphi_0^0(\mu)$, $\varphi_1^0(\mu)$ et $\varphi_1^1(\mu)$ sont tabulées de façon que le calcul du coefficient de brillance d'après les formules (19.18)-(19.20) ne présente pas de difficultés.

16—01064

Pour une indicatrice de diffusion fortement étendue les formules du coefficient de réflexion $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ deviennent assez compliquées. Dans ce cas pour son calcul on recourt à des méthodes numériques.

3. Atmosphère d'une épaisseur optique finie. Examinons maintenant la diffusion de la lumière dans une atmosphère d'épaisseur optique arbitraire τ_0. En admettant pour simplifier que l'indicatrice de diffusion est sphérique, on obtient pour la fonction $S(\tau, \mu_0)$ l'équation suivante:

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} E_1 |\tau - t| S(t, \mu_0)\, dt + \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}. \qquad (19.24)$$

Pour l'instant nous avons négligé ici la réflexion de la lumière par la surface de la planète.

Notre tâche consiste à déterminer les intensités du rayonnement réfléchi par diffusion et transmis par diffusion à travers l'atmosphère. Au lieu de ces intensités nous chercherons les coefficients de brillance qui leur correspondent (ou les coefficients de réflexion et de transmission) $\rho(\mu, \mu_0)$ et $\sigma(\mu, \mu_0)$ qui s'expriment par l'intermédiaire de la fonction $S(\tau, \mu_0)$ à l'aide des formules:

$$F\rho(\mu, \mu_0)\mu_0 = \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0) e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}, \qquad (19.25)$$

$$F\sigma(\mu, \mu_0)\mu_0 = \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0) e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}. \qquad (19.26)$$

Cependant, pour obtenir les quantités $\rho(\mu, \mu_0)$ et $\sigma(\mu, \mu_0)$ il n'est pas nécessaire de déterminer au préalable la fonction $S(\tau, \mu_0)$. Tout comme dans le cas $\tau_0 = \infty$, on peut obtenir des relations qui déterminent directement les coefficients de brillance. A cet effet procédons de la façon suivante.

Récrivons les équations (19.24) sous la forme:

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau} E_1(\tau - t) S(t, \mu_0)\, dt + \\ + \frac{\lambda}{2} \int_{\tau}^{\tau_0} E_1(t - \tau) S(t, \mu_0)\, dt + \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}. \qquad (19.27)$$

En posant $\tau - t = x$ dans la première intégrale et $t - \tau = x$, dans la deuxième, on obtient

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau} E_1 x S(\tau - x, \mu_0)\, dx + \\ + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0 - \tau} E_1 x S(\tau + x, \mu_0)\, dx + \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}. \quad (19.28)$$

En dérivant cette équation par rapport à τ, il vient

$$S'(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} E_1 |\tau - t| S'(t, \mu_0)\, dt - \frac{\lambda F}{4\mu_0} e^{-\frac{\tau}{\mu_0}} + \\ + \frac{\lambda}{2} S(0, \mu_0) E_1 \tau - \frac{\lambda}{2} S(\tau_0, \mu_0) E_1 (\tau_0 - \tau). \quad (19.29)$$

En comparant les équations (19.24) et (19.29) on voit qu'elles ont les mêmes noyaux et ne se distinguent que par les termes constants. Mais puisque la fonction $E_1 \tau$ est définie par la formule

$$E_1 \tau = \int_0^1 e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\mu}{\mu}, \quad (19.30)$$

le terme constant de l'équation (19.29) est la superposition des termes constants de l'équation (19.24). La linéarité des équations considérées fait donc que

$$S'(\tau, \mu_0) = -\frac{1}{\mu_0} S(\tau, \mu_0) + \frac{2}{F} S(0, \mu_0) \int_0^1 S(\tau, \mu') \frac{d\mu'}{\mu'} - \\ - \frac{2}{F} S(\tau_0, \mu_0) \int_0^1 S(\tau_0 - \tau, \mu') \frac{d\mu'}{\mu'}. \quad (19.31)$$

La relation (19.31) permet justement d'obtenir des équations déterminant les quantités $\rho(\mu, \mu_0)$ et $\sigma(\mu, \mu_0)$. En multipliant cette relation par $e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}$, en l'intégrant sur τ dans les limites de 0 à τ_0 et en tenant compte des formules (19.25) et (19.26), on trouve

$$F\rho(\mu, \mu_0)(\mu + \mu_0) = S(0, \mu_0)\varphi(\mu) - S(\tau_0, \mu_0)\psi(\mu), \quad (19.32)$$

où l'on a introduit les notations

$$\varphi(\mu) = 1 + 2\mu \int_0^1 \rho(\mu, \mu')\, d\mu', \tag{19.33}$$

$$\psi(\mu) = e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} + 2\mu \int_0^1 \sigma(\mu, \mu')\, d\mu'. \tag{19.34}$$

Après la multiplication de la relation (19.31) par $e^{-\frac{\tau_0-\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}$ et l'intégration, on obtient d'une façon analogue :

$$F\sigma(\mu, \mu_0)(\mu - \mu_0) = S(0, \mu_0)\psi(\mu) - S(\tau_0, \mu)\varphi(\mu). \tag{19.35}$$

D'autre part, l'équation (19.24) entraîne que

$$S(0, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} S(t, \mu_0)\, dt \int_0^1 e^{-\frac{t}{\mu}} \frac{d\mu}{\mu} + \frac{\lambda}{4} F =$$
$$= \frac{\lambda}{2} \int_0^1 d\mu \int_0^{\tau_0} S(t, \mu_0) e^{-\frac{t}{\mu}} \frac{dt}{\mu} + \frac{\lambda}{4} F = \frac{\lambda}{4} F \left[1 + 2\mu_0 \int_0^1 \rho(\mu, \mu_0)\, d\mu\right]. \tag{19.36}$$

On trouve d'une façon analogue à partir de la même équation

$$S(\tau_0, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} F \left[e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}} + 2\mu_0 \int_0^1 \sigma(\mu, \mu_0)\, d\mu\right]. \tag{19.37}$$

En utilisant la symétrie des quantités $\rho(\mu, \mu_0)$ et $\sigma(\mu, \mu_0)$ par rapport à μ et μ_0 (démontrée plus loin) et les notations (19.33) et (19.34), on obtient

$$S(0, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} F\varphi(\mu_0), \quad S(\tau_0, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} F\psi(\mu_0). \tag{19.38}$$

En portant les expressions (19.38) dans les formules (19.32) et (19.35), il vient

$$\rho(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} \frac{\varphi(\mu)\varphi(\mu_0) - \psi(\mu)\psi(\mu_0)}{\mu + \mu_0}, \tag{19.39}$$

$$\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} \frac{\psi(\mu)\varphi(\mu_0) - \varphi(\mu)\psi(\mu_0)}{\mu - \mu_0}. \tag{19.40}$$

Et en portant les expressions (19.39) et (19.40) dans les formules (19.33) et (19.34), on trouve

$$\varphi(\mu) = 1 + \frac{\lambda}{2}\mu \int_0^1 \frac{\varphi(\mu)\varphi(\mu') - \psi(\mu)\psi(\mu')}{\mu+\mu'}\,d\mu', \qquad (19.41)$$

$$\psi(\mu) = e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} + \frac{\lambda}{2}\mu \int_0^1 \frac{\psi(\mu)\varphi(\mu') - \varphi(\mu)\psi(\mu')}{\mu-\mu'}\,d\mu'. \qquad (19.42)$$

Les relations (19.39)-(19.42) sont celles qu'on cherchait. Les formules (19.39) et (19.40) déterminent la structure des coefficients de brillance, tandis que les équations (19.41) et (19.42) servent pour calculer les fonctions auxiliaires $\varphi(\mu)$ et $\psi(\mu)$.

Pour une indicatrice de diffusion de forme arbitraire les coefficients de brillance s'expriment également à l'aide des fonctions auxiliaires qui dépendent d'un seul argument; ces fonctions sont déterminées par des systèmes d'équations semblables aux équations (19.41) et (19.42) (voir, par exemple, [2]).

Il nous reste à démontrer la symétrie des coefficients de brillance par rapport aux angles d'incidence et de réflexion (ou de transmission). A cet effet examinons l'équation intégrale:

$$S(\tau, \mu_0) = \int_0^{\tau_0} K(|\tau - t|)\,S(t, \mu_0)\,dt + g(\tau, \mu_0) \qquad (19.43)$$

à noyau arbitraire dépendant du module de la différence entre deux arguments, et à terme constant arbitraire dépendant du paramètre μ_0. L'équation (19.24) est un cas particulier de l'équation (19.43).

En admettant que $g(\tau, \mu)$ représente le terme constant de l'équation (19.43), où μ_0 est remplacé par μ, on obtient

$$\int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0)\,g(\tau, \mu)\,d\tau =$$

$$= \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0)\left[S(\tau, \mu) - \int_0^{\tau_0} K(|\tau - t|)\,S(t, \mu)\,dt\right]d\tau =$$

$$= \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0)\,S(\tau, \mu)\,d\tau - \int_0^{\tau_0} S(t, \mu)\,dt \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0)\,K(|\tau - t|)\,d\tau. \qquad (19.44)$$

On en tire en s'adressant encore à l'équation (19.43),

$$\int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0)\, g(\tau, \mu)\, d\tau = \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu)\, g(\tau, \mu_0)\, d\tau. \qquad (19.45)$$

D'une façon analogue on peut obtenir

$$\int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0)\, g(\tau_0 - \tau, \mu)\, d\tau = \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu)\, g(\tau_0 - \tau, \mu_0)\, d\tau. \qquad (19.46)$$

En posant $g(\tau, \mu_0) = e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}$ et en tenant compte des formules (19.25) et (19.26), on tire de (19.45) et (19.46):

$$\rho(\mu, \mu_0) = \rho(\mu_0, \mu), \quad \sigma(\mu, \mu_0) = \sigma(\mu_0, \mu). \qquad (19.47)$$

Ces relations déjà utilisées sont celles qu'il fallait démontrer.

Dans la théorie de la diffusion de la lumière les relations (19.47) jouent un rôle très important. Du point de vue physique elles expriment le « principe de réciprocité » des phénomènes optiques. C'est M. Minnart (voir [5]) qui a été le premier à appliquer ce principe aux atmosphères planétaires.

4. **Réflexion de la lumière par la surface d'une planète.** Nous avons supposé ci-dessus que le coefficient de réflexion de la lumière par la surface d'une planète est nul. Maintenant tenons compte de l'effet de réflexion, en supposant pour simplifier que l'intensité de la lumière réfléchie ne dépend pas de la direction (c'est-à-dire que la réflexion est isotrope). Notons A l'albédo de la surface planétaire. Comme dans ce qui précède admettons que dans l'atmosphère planétaire l'indicatrice de diffusion de la lumière est sphérique.

Dans notre cas l'atmosphère est éclairée non seulement par les rayons solaires directs qui viennent d'en haut, mais encore par un rayonnement diffusé qui vient d'en bas depuis la surface de la planète. Le rapport du coefficient d'émission au coefficient d'absorption sera noté maintenant $\overline{S}(\tau, \mu_0)$, et au lieu de l'équation (19.24) on obtient

$$\overline{S}(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} E_1 |\tau - t|\, \overline{S}(t, \mu_0)\, dt + \\ + \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}} + \frac{\lambda}{2} \overline{I}(\mu_0) \int_0^1 e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\mu}}\, d\mu, \qquad (19.48)$$

où $\overline{I}(\mu_0)$ est l'intensité du rayonnement réfléchi par la surface.

Il faut trouver les coefficients de brillance $\bar{\rho}$ (μ, μ_0) et $\bar{\sigma}$ (μ, μ_0) déterminés par les formules

$$\bar{F}\rho(\mu, \mu_0)\mu_0 = \int_0^{\tau_0} \bar{S}(\tau, \mu_0) e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu} + \bar{I}(\mu_0) e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}}, \quad (19.49)$$

$$F\bar{\sigma}(\mu, \mu_0)\mu_0 = \int_0^{\tau_0} \bar{S}(\tau, \mu_0) e^{-\frac{\tau_0-\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}. \quad (19.50)$$

Le dernier terme de la formule (19.49) rend compte du rayonnement réfléchi par la surface et ayant traversé l'atmosphère.

La quantité $\bar{I}$ (μ_0) qui figure dans l'équation n'est pas non plus connue à l'avance. Il est évident qu'elle dépend de l'intensité cherchée du rayonnement qui frappe la surface, ou du coefficient de brillance correspondant $\bar{\sigma}$ (μ, μ_0). Pour trouver la relation indiquée il faut d'abord écrire l'expression de l'éclairement de la surface. On voit aisément que l'éclairement par des rayons solaires directs vaut $\pi F e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}} \mu_0$ et l'éclairement par le rayonnement diffusé de l'atmosphère, $2\pi F \mu_0 \int_0^1 \bar{\sigma}(\mu, \mu_0) \mu \, d\mu$. En multipliant l'éclairement total par l'albédo A de la surface on obtient la quantité d'énergie réfléchie par la surface. D'autre part, cette quantité d'énergie est égale à $\pi \bar{I}$ (μ_0). On a donc

$$\bar{I}(\mu_0) = AF\mu_0 \left[e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}} + 2 \int_0^1 \bar{\sigma}(\mu, \mu_0) \mu \, d\mu \right]. \quad (19.51)$$

Pour trouver les quantités $\bar{\rho}$ (μ, μ_0) et $\bar{\sigma}$ (μ, μ_0) comparons entre elles les équations (19.24) et (19.48). Cette comparaison montre que

$$\bar{S}(\tau, \mu_0) = S(\tau, \mu_0) + \frac{2}{F} \bar{I}(\mu_0) \int_0^1 S(\tau_0 - \tau, \mu') \, d\mu'. \quad (19.52)$$

En multipliant (19.52) par $e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}$, en intégrant dans les limites de zéro à τ_0 et en utilisant les formules (19.25), (19.26) et (19.49), on obtient

$$\bar{\rho}(\mu, \mu_0) = \rho(\mu, \mu_0) + \frac{\bar{I}(\mu_0)}{F\mu_0} \left[e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} + 2 \int_0^1 \sigma(\mu, \mu') \mu' \, d\mu' \right]. \quad (19.53)$$

D'une façon analogue on trouve

$$\bar{\sigma}(\mu, \mu_0) = \sigma(\mu, \mu_0) + \frac{\bar{I}(\mu_0)}{F\mu_0} 2 \int_0^1 \rho(\mu, \mu')\, \mu' \, d\mu'. \qquad (19.54)$$

Pour calculer la quantité $\bar{I}(\mu_0)$ multiplions (19.54) par $2\mu\, d\mu$ et intégrons dans les limites de zéro à 1. A l'aide de (19.51) ceci conduit à

$$\bar{I}(\mu_0) = \frac{A}{1-AC}\left[e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}} + 2\int_0^1 \sigma(\mu, \mu_0)\, \mu \, d\mu\right] F\mu_0, \qquad (19.55)$$

où l'on a introduit la notation

$$C = 4\int_0^1 \mu \, d\mu \int_0^1 \rho(\mu, \mu')\, \mu' \, d\mu'. \qquad (19.56)$$

En introduisant également les notations

$$M(\mu) = e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} + 2\int_0^1 \sigma(\mu, \mu')\, \mu' \, d\mu', \qquad (19.57)$$

$$N(\mu) = 2\int_0^1 \rho(\mu, \mu')\, \mu' \, d\mu' \qquad (19.58)$$

et en portant (19.55) dans (19.53) et (19.54), on obtient

$$\bar{\rho}(\mu, \mu_0) = \rho(\mu, \mu_0) + \frac{A}{1-AC} M(\mu) M(\mu_0), \qquad (19.59)$$

$$\bar{\sigma}(\mu, \mu_0) = \sigma(\mu, \mu_0) + \frac{A}{1-AC} N(\mu) M(\mu_0). \qquad (19.60)$$

De la sorte nous avons abouti aux formules par l'intermédiaire desquelles les coefficients de brillance $\bar{\rho}(\mu, \mu_0)$ et $\bar{\sigma}(\mu, \mu_0)$ pour $A \neq 0$ sont exprimés à l'aide des coefficients de brillance $\rho(\mu, \mu_0)$ et $\sigma(\mu, \mu_0)$ pour $A = 0$.

Les quantités $M(\mu)$ et $N(\mu)$ qui figurent dans les formules (19.59) et (19.60) peuvent être également exprimées à l'aide des mêmes fonctions auxiliaires $\varphi(\mu)$ et $\psi(\mu)$ qui ont servi pour exprimer précédemment les quantités $\rho(\mu, \mu_0)$ et $\sigma(\mu, \mu_0)$. A l'aide des formules (19.39) et (19.40), ainsi que des équations (19.41) et (19.42) on trouve

$$M(\mu) = \left(1 - \frac{\lambda}{2}\alpha_0\right)\psi(\mu) + \frac{\lambda}{2}\beta_0\varphi(\mu), \qquad (19.61)$$

$$N(\mu) = 1 - \left(1 - \frac{\lambda}{2}\alpha_0\right)\varphi(\mu) - \frac{\lambda}{2}\beta_0\psi(\mu), \qquad (19.62)$$

où l'on a utilisé les notations:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_i &= \int_0^1 \varphi(\mu)\, \mu^i \, d\mu, \\ \beta_i &= \int_0^1 \psi(\mu)\, \mu^i \, d\mu, \end{aligned}\right\} \tag{19.63}$$

c'est-à-dire que α_0 et β_0 sont les moments nuls des fonctions $\varphi(\mu)$ et $\psi(\mu)$.

On voit sans peine que les quantités $M(\mu_0)$ et $N(\mu_0)$ ont un sens physique bien simple. La première d'entre elles représente le rapport de l'éclairement de la surface de la planète à l'éclairement de la limite supérieure de l'atmosphère, et la deuxième, le rapport de l'éclairement de la limite supérieure d'en bas à son éclairement d'en haut (pour $A = 0$).

5. Albédo de la planète. Les formules obtenues ci-dessus pour l'intensité du rayonnement diffusé par réflexion par l'atmosphère planétaire permettent de calculer aisément l'albédo de la planète. Nous trouverons d'abord l'albédo de Lambert, c'est-à-dire l'albédo de la planète au point donné pour un angle d'incidence défini des rayons solaires sur une couche plane figurant l'atmosphère. Le flux du rayonnement sortant de l'atmosphère vaut évidemment $2\pi F\mu_0 \times \int_0^1 \bar{\rho}(\mu, \mu_0)\, \mu \, d\mu$, et le flux du rayonnement solaire que reçoit l'atmosphère est égal à $\pi F \mu_0$. L'albédo de Lambert, qui est le rapport des flux cités, vaut donc:

$$A_1(\mu_0) = 2 \int_0^1 \bar{\rho}(\mu, \mu_0)\, \mu \, d\mu. \tag{19.64}$$

Pour calculer la quantité $A_1(\mu_0)$ portons dans la formule (19.64) l'expression (19.59). En tenant compte des formules (19.58) et (19.61), on obtient

$$A_1(\mu_0) = N(\mu_0) + \frac{A}{1 - AC} [(2 - \lambda\alpha_0)\, \beta_1 + \lambda\beta_0\alpha_1]\, M(\mu_0), \tag{19.65}$$

où, comme auparavant, A est l'albédo de la surface de la planète et α_1 et β_1, les premiers moments des fonctions $\varphi(\mu)$ et $\psi(\mu)$. On voit des formules (19.56), (19.58) et (19.62) que la quantité C est:

$$C = 1 - (2 - \lambda\alpha_0)\, \alpha_1 - \lambda\beta_0\beta_1. \tag{19.66}$$

Notons que les quantités α_0 et β_0 qui figurent dans les formules mentionnées sont associées par une relation simple. Pour l'obtenir

intégrons l'équation (19.41) sur μ dans les limites de zéro à 1. Il en résulte

$$\alpha_0 = 1 + \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \mu \, d\mu \int_0^1 \frac{\varphi(\mu)\varphi(\mu') - \psi(\mu)\psi(\mu')}{\mu + \mu'} d\mu', \qquad (19.67)$$

ou après la substitution

$$\frac{\mu}{\mu+\mu'} = 1 - \frac{\mu'}{\mu+\mu'},$$

$$\alpha_0 = 1 + \frac{\lambda}{2}(\alpha_0^2 - \beta_0^2) - \frac{\lambda}{2} \int_0^1 d\mu \int_0^1 \frac{\varphi(\mu)\varphi(\mu') - \psi(\mu)\psi(\mu')}{\mu + \mu'} \mu' \, d\mu'. \qquad (19.68)$$

La relation cherchée se déduit des deux dernières formules

$$\alpha_0 = 1 + \frac{\lambda}{4}(\alpha_0^2 - \beta_0^2). \qquad (19.69)$$

Considérons deux cas particuliers de la formule (19.65) qui détermine l'albédo de Lambert.

1. Supposons que l'épaisseur optique de l'atmosphère soit infiniment grande ($\tau_0 = \infty$). Dans ce cas la fonction $\varphi(\mu)$ est déterminée par l'équation (19.16), et $\psi(\mu) = 0$. La formule (19.65) se met donc sous la forme

$$A_1(\mu_0) = 1 - \left(1 - \frac{\lambda}{2}\alpha_0\right)\varphi(\mu_0). \qquad (19.70)$$

Mais dans notre cas (c'est-à-dire pour $\beta_0 = 0$) la relation (19.69) permet de trouver

$$\alpha_0 = \frac{2}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1-\lambda}\right). \qquad (19.71)$$

Par conséquent, au lieu de (19.70) on a

$$A_1(\mu_0) = 1 - \varphi(\mu_0)\sqrt{1-\lambda}. \qquad (19.72)$$

2. Admettons que l'atmosphère est le siège d'une diffusion pure du rayonnement, c'est-à-dire que $\lambda = 1$. Il s'ensuit de (19.69) que dans le cas cité

$$\alpha_0 = 2 - \beta_0, \qquad (19.73)$$

donc

$$C = 1 - \beta_0(\alpha_1 + \beta_1). \qquad (19.74)$$

On voit sans peine que maintenant la formule (19.65) peut s'écrire

$$A_1(\mu_0) = 1 - \frac{\beta_0}{2}[\varphi(\mu_0) + \psi(\mu_0)] \frac{1-A}{1-AC}. \qquad (19.75)$$

Dans l'étude des planètes, en plus de l'albédo de Lambert on utilise l'*albédo* dit *sphérique*, rapport entre l'énergie réfléchie par toute la planète et l'énergie qui frappe la planète en provenance du Soleil. Si l'albédo de Lambert est connu, l'albédo sphérique s'obtient sans peine.

Désignons le rayon de la planète par R (fig. 25). Alors, l'énergie en provenance du Soleil est $\pi R^2 \pi F$. D'autre part, en désignant par r la distance du point donné sur le disque de la planète au centre du

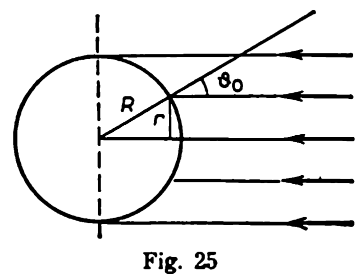


Fig. 25

disque, on trouve que l'énergie réfléchie par la planète est égale à $2\pi \int_0^R A_1(\mu_0)\, \pi F r\, dr$. Puisque $r\,dr = R^2 \mu_0\, d\mu_0$, cette dernière expression peut s'écrire

$$2\pi R^2 \pi F \int_0^1 A_1(\mu_0)\, \mu_0\, d\mu_0.$$

Donc en notant A_* l'albédo sphérique, on obtient

$$A_* = 2 \int_0^1 A_1(\mu_0)\, \mu_0\, d\mu_0. \qquad (19.76)$$

En portant (19.65) dans (19.76), il vient

$$A_* = C + \frac{A}{1-AC} [(2-\lambda\alpha_0)\beta_1 + \lambda\beta_0\alpha_1]^2, \qquad (19.77)$$

où C est déterminé par la formule (19.66).

Appliquons la formule obtenue de l'albédo sphérique aux deux cas examinés ci-dessus. Dans le premier de ces cas, c'est-à-dire pour $\tau_0 = \infty$, on a

$$A_* = 1 - 2\alpha_1 \sqrt{1-\lambda}, \qquad (19.78)$$

et dans le deuxième (c'est-à-dire pour $\lambda = 1$)

$$A_* = 1 - \frac{(1-A)(1-C)}{1-AC}. \qquad (19.79)$$

Pour calculer les quantités A_1 (μ_0) et A_* il faut disposer des tableaux des fonctions φ (μ) et ψ (μ) et de leurs moments nuls et premiers. Ces tableaux sont donnés dans de nombreux ouvrages (voir [3]).

Tableau 24

Albédo sphérique A_*

τ_0	A										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
0	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
0,1	0,08	0,17	0,26	0,34	0,43	0,52	0,61	0,71	0,80	0,90	1,00
0,2	0,15	0,22	0,30	0,38	0,46	0,54	0,63	0,72	0,81	0,90	1,00
0,3	0,21	0,27	0,34	0,41	0,48	0,56	0,64	0,72	0,81	0,90	1,00
0,5	0,30	0,35	0,40	0,46	0,52	0,59	0,66	0,73	0,82	0,90	1,00
1,0	0,45	0,48	0,51	0,55	0,60	0,64	0,70	0,76	0,83	0,91	1,00
2,0	0,61	0,63	0,65	0,67	0,69	0,72	0,75	0,80	0,85	0,92	1,00
3,0	0,70	0,71	0,72	0,73	0,75	0,77	0,79	0,82	0,86	0,92	1,00
∞	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Le Tableau 24 fournit les valeurs de l'albédo sphérique calculées d'après la formule (19.79), c'est-à-dire pour le cas où une atmosphère d'épaisseur optique τ_0 est le siège d'une diffusion pure de la lumière et l'atmosphère est limitée par une surface à albédo A.

§ 20. Propriétés optiques des atmosphères planétaires

1. Atmosphère de Vénus. La théorie de la diffusion de la lumière rend possible l'interprétation des résultats de l'observation photométrique des planètes. La comparaison de la théorie et de l'observation permet de déterminer les propriétés optiques des atmosphères planétaires. Nous le ferons d'abord pour la planète Vénus [3].

Etant donné que l'atmosphère de Vénus rend invisible sa surface, on admet que l'épaisseur optique de l'atmosphère est infiniment grande ($\tau_0 = \infty$). Pour établir les autres quantités caractéristiques des propriétés optiques de l'atmosphère, en particulier l'indicatrice de diffusion x (γ) et le paramètre λ, il faut utiliser les observations de la distribution de l'éclat sur le disque de la planète sous des angles de phase différents. Pour Vénus on peut obtenir des données d'observation particulièrement riches du fait que dans ce cas l'angle de phase, c'est-à-dire l'angle entre les directions depuis la planète vers le Soleil et vers la Terre, prend toutes les valeurs possibles de 0

à 180°. On peut également tirer des conclusions sur les propriétés optiques de l'atmosphère de Vénus en se guidant d'après le changement de la courbe de variation de la lumière en fonction de l'angle de phase.

Cherchons la relation théorique entre la magnitude de la planète m et l'angle de phase α. Désignons par μ_0 le cosinus de l'angle d'incidence des rayons solaires au point donné de la planète, par μ, le cosinus de l'angle de réflexion et par φ, la différence des azimuts des rayons incident et réfléchi. Introduisons les coordonnées planéto-

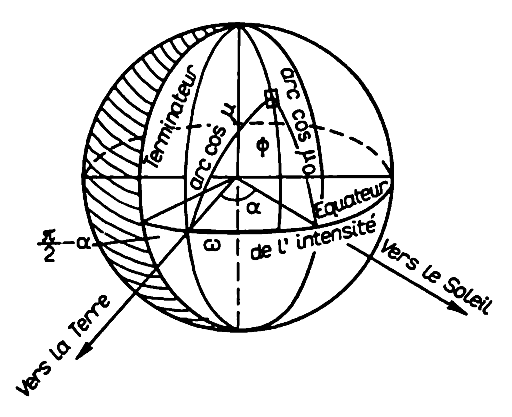


Fig. 26

centriques ω et ψ (fig. 26). Il est clair que les quantités μ_0, μ, φ sont liées à ω, ψ et α par les formules

$$\left.\begin{aligned} \mu_0 = \cos\psi\cos(\alpha-\omega), \quad \mu = \cos\psi\cos\omega, \\ \cos\alpha = \mu\mu_0 - \sqrt{(1-\mu^2)(1-\mu_0^2)}\cos\varphi. \end{aligned}\right\} \qquad (20.1)$$

Soit πF l'éclairement de l'aire perpendiculaire aux rayons du Soleil à la limite supérieure de l'atmosphère de la planète et $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$, le coefficient de brillance de l'atmosphère. Alors, l'intensité du rayonnement diffusé par réflexion par l'atmosphère est $F\rho(\mu, \mu_0, \varphi)\mu_0$ et la quantité d'énergie issue de l'élément de surface $d\sigma$ dans une unité de l'angle solide, $F\rho(\mu, \mu_0, \varphi)\mu\mu_0\, d\sigma$. Etant donné que $d\sigma = R^2\cos\psi\, d\psi\, d\omega$, où R est le rayon de la planète, cette quantité d'énergie peut se mettre sous la forme:

$$FR^2\rho(\mu, \mu_0, \varphi)\cos(\alpha-\omega)\cos\omega\cos^3\psi\, d\psi\, d\omega.$$

Pour obtenir la quantité d'énergie totale issue de Vénus dans la direction de la Terre dans une unité de l'angle solide, il faut intégrer la dernière expression sur ψ dans les limites de $-\pi/2$ à $+\pi/2$ et sur ω, dans les limites de $\alpha-\pi/2$ à $\pi/2$, c'est-à-dire depuis le

terminateur jusqu'au bord du disque. En désignant par Δ la distance de Vénus à la Terre, on trouve l'éclairement de la Terre produit par Vénus:

$$E_V = 2F\frac{R^2}{\Delta^2}\int\limits_{\alpha-\pi/2}^{\pi/2}\cos(\alpha-\omega)\cos\omega\, d\omega\int\limits_0^{\pi/2}\rho(\mu, \mu_0, \varphi)\cos^3\psi\, d\psi. \quad (20.2)$$

Il est évident que l'éclairement de la Terre par le Soleil est $E_S = \pi F\,(r_1/r_2)^2$, où r_1 est la distance du Soleil à Vénus et r_2, la distance du Soleil à la Terre, tandis que $E_V/E_S = 2{,}512^{m_\odot - m}$, où $m_\odot$ est la magnitude du Soleil. On obtient donc:

$$2{,}512^{m_\odot - m} = \frac{2}{\pi}\left(\frac{r_2 R}{r_1\Delta}\right)^2\int\limits_{\alpha-\pi/2}^{\pi/2}\cos(\alpha-\omega)\cos\omega\, d\omega =$$

$$= \int\limits_0^{\pi/2}\rho(\mu, \mu_0, \varphi)\cos^3\psi\, d\psi. \quad (20.3)$$

La relation (20.3) donne la dépendance théorique entre m et α, c'est-à-dire permet de construire la courbe de lumière théorique de la planète. Dans la relation (20.3) il faut porter l'expression de $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ et utiliser les formules (20.1). Le coefficient de brillance $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ dépendant des quantités $x(\gamma)$ et λ, la comparaison des courbes théorique et observée de la lumière permet de déterminer les quantités citées. Il faut également avoir en vue la relation

$$\frac{1}{2}\int\limits_0^{\pi} x(\gamma)\sin\gamma\, d\gamma = 1, \quad (20.4)$$

qui exprime la condition de normalisation de l'indicatrice de diffusion.

Pour déterminer la courbe théorique de la lumière il est commode de dégager dans l'expression de $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ le terme qui rend compte de la diffusion du premier ordre. Dans ce cas on a

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4}\frac{x(\gamma)}{\mu+\mu_0} + \Delta\rho(\mu, \mu_0, \varphi), \quad (20.5)$$

où $\gamma = \pi - \alpha$ et $\Delta\rho$ est le terme qui rend compte de la diffusion des ordres supérieurs. L'expression exacte de la quantité $\Delta\rho$ pour une indicatrice de diffusion arbitraire étant très complexe, nous chercherons la valeur approchée de cette quantité en conservant dans le développement de l'indicatrice de diffusion selon les polynômes de Legendre seuls les deux premiers termes. Autrement dit, nous calcu-

lerons la quantité $\Delta\rho$ non pour une indicatrice de diffusion réelle $x(\gamma)$, mais pour une indicatrice de diffusion

$$x(\gamma) = 1 + x_1 \cos\gamma, \tag{20.6}$$

où

$$x_1 = \frac{3}{2}\int_0^{\pi} x(\gamma)\cos\gamma\sin\gamma\, d\gamma. \tag{20.7}$$

Comme nous l'avons montré dans ce qui précède, le coefficient de brillance $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ pour une indicatrice de diffusion de la forme (20.6) est donné par les formules (19.18)-(19.20). En les appliquant, on trouve

$$\Delta\rho = \frac{\lambda}{4}\,\frac{\varphi_0^0(\mu)\,\varphi_0^0(\mu_0) - x_1\varphi_1^0(\mu)\,\varphi_1^0(\mu_0) - 1}{\mu+\mu_0} + \frac{\lambda x_1}{4}\,\frac{\varphi_1^1(\mu)\,\varphi_1^1(\mu_0)\cos\varphi + \cos\alpha}{\mu+\mu_0}, \tag{20.8}$$

où les fonctions auxiliaires $\varphi_0^0(\mu)$, $\varphi_1^0(\mu)$ et $\varphi_1^1(\mu)$ se calculent d'après les équations (19.21)-(19.23). Nous avons déjà dit que ces fonctions sont tabulées. Notons également que lorsque le rôle de l'absorption vraie dans l'atmosphère est peu important (c'est-à-dire pour des valeurs de λ proches de l'unité), on peut tirer des équations (19.21) et (19.22) les formules asymptotiques suivantes:

$$\varphi_0^0(\mu) = \varphi(\mu)\left(1 - 3\sqrt{\frac{1-\lambda}{3-x_1}}\,\mu\right), \tag{20.9}$$

$$\varphi_1^0(\mu) = \varphi(\mu)\,\mu\sqrt{\frac{3(1-\lambda)}{3-x_1}}, \tag{20.10}$$

où $\varphi(\mu)$ est la fonction déterminée par l'équation (19.16) pour $\lambda = 1$. Les formules (20.9) et (20.10) peuvent être utilisées dans le cas de Vénus, car son albédo est très élevé (de l'ordre de 0,7) et par conséquent la quantité $1 - \lambda$ est très petite. Pour une indicatrice de diffusion sphérique ceci est évident de la formule (19.78), et pour une indicatrice de diffusion étendue en avant, la quantité $1 - \lambda$ est encore plus petite.

Portons maintenant l'expression (20.5) dans la relation (20.3). Avec les notations

$$f(\alpha) = \frac{1}{4}\int_{\alpha-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos\omega\cos(\alpha-\omega)}{\cos\omega + \cos(\alpha-\omega)}\, d\omega \int_0^{\pi/2} \cos^2\psi\, d\psi =$$

$$= \frac{\pi}{16}\left(1 - \sin\frac{\alpha}{2}\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}\ln\mathrm{ctg}\,\frac{\alpha}{4}\right), \tag{20.12}$$

$$g(\alpha) = \int_{\alpha-\pi/2}^{\pi/2} \cos\omega\cos(\alpha-\omega)\, d\omega \int_0^{\pi/2} \Delta\rho\cos^3\psi\, d\psi, \tag{20.13}$$

$$h(\alpha) = \frac{\pi}{2}\left(\frac{r_1\Delta}{r_2 R}\right)^2 2{,}512^{m_\odot - m}, \tag{20.14}$$

le résultat de cette substitution peut s'écrire:

$$x(\pi - \alpha) f(\alpha) + g(\alpha) = h(\alpha). \quad (20.11)$$

Le premier membre de la relation (20.11) est déterminé théoriquement, et le deuxième membre dépend seulement des données d'observation. Si ces données sont connues, en utilisant la relation (20.11) ainsi que les formules (20.4) et (20.7), on peut trouver les quantités $x(\gamma)$ et λ.

La dépendance de la fonction $h(\alpha)$ par rapport à l'angle de phase α est déterminée par la courbe observée de la lumière de la planète. Pour Vénus cette courbe a été établie par plusieurs ouvrages. Par exemple, sur la base des donneés de P. Muller, la magnitude visuelle de Vénus peut être présentée sous la forme:

$$m = -4{,}71 + 0{,}01322\,\alpha + 0{,}000\,000\,425\,\alpha^3 \quad (20.15)$$

dans l'intervalle de $\alpha = 24°$ à $\alpha = 156°$ pour une distance de Vénus à la Terre égale à une unité astronomique.

L'indicatrice de diffusion de l'atmosphère de Vénus établie de la façon mentionnée est donnée dans le Tableau 25. Pour la quantité m on a retenu la moyenne des valeurs obtenues par Muller et Danjon. L'indicatrice de diffusion étant donnée, la quantité x_1 caractérisant l'étendue de l'indicatrice de diffusion et définie d'après la formule (20.7) s'est avérée égale à $x_1 = 1{,}43$. L'albédo d'une particule dans l'atmosphère de Vénus était égal à $\lambda = 0{,}987$, c'est-à-dire très proche de 1. Le même tableau donne à titre de comparaison l'indicatrice de diffusion de l'atmosphère sans nuages de la Terre (établie de la façon décrite plus loin).

Tableau 25

Indicatrices de diffusion des atmosphères de Vénus et de la Terre

γ	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165
Vénus	9,20	2,80	1,22	0,53	0,26	0,18	0,24	0,38	0,61	0,92	1,23
Terre	3,30	1,90	1,30	0,94	0,75	0,64	0,65	0,72	0,85	1,03	1,10

Comme le montre le Tableau 25, l'indicatrice de diffusion de l'atmosphère de Vénus est fortement étirée en avant, sensiblement plus fort que l'indicatrice de diffusion de l'atmosphère terrestre. Ceci témoigne du fait que dans l'atmosphère de Vénus la lumière est diffusée essentiellement par de grosses particules. Bien entendu, l'atmosphère de Vénus comporte également une certaine quantité de molécules (ce que confirment de nombreuses explorations

spectroscopiques). Toutefois, le rôle de la diffusion moléculaire de la lumière n'est pas grand, car l'indicatrice de diffusion de Vénus se distingue fort de l'indicatrice de diffusion de Rayleigh. Si l'on admet que l'atmosphère de Vénus est constituée d'une couche de nuages et d'une couche de gaz sus-jacent, ce qui vient d'être dit permet de conclure que l'épaisseur optique de la couche de gaz doit être très petite.

Cette dernière conclusion est étayée par l'étude de la polarisation de la lumière de Vénus. Les observations ont montré que cette polarisation est relativement faible, ne dépassant pas 4 %. On a déterminé de plus la variation du degré de polarisation en fonction de l'angle de phase. Cependant, cette variation ne peut pas être expliquée par la diffusion de la lumière dans une couche de gaz d'après la loi de Rayleigh. On admet donc que la lumière de Vénus est polarisée surtout par la diffusion sur de grosses particules. Des recherches détaillées ont permis d'établir que le rayon moyen de ces particules est de l'orde de 1 μ, et leur indice de réfraction est proche de 1,5.

2. Atmosphère de Mars. En l'absence de la tempête de poussière, la surface de la planète est bien visible à travers son atmosphère ; on peut donc admettre que dans le domaine visible du spectre l'épaisseur optique de l'atmosphère est inférieure à l'unité. La photométrie de Mars permet de tirer des conclusions sur les propriétés optiques de son atmosphère et de sa surface. Toutefois, sous certains rapports, l'étude de Mars est plus difficile que celle de Vénus, son angle de phase ne varie que dans les limites de 0 à 47°. Ceci empêche, en particulier, la détermination précise de l'indicatrice de diffusion dans l'atmosphère de Mars.

Ordinairement Mars est observé pendant les oppositions, c'est-à-dire lorsque l'angle de phase est proche de zéro. Durant ces périodes de nombreux observateurs ont obtenu des photographies de Mars dans des rayons différents. Ceci a permis de déterminer la distribution de l'éclat sur le disque de la planète dans une gamme assez large de longueurs d'onde.

En interprétant les observations de Mars on peut admettre en première approximation que son atmosphère est le siège d'une diffusion unitaire de la lumière. Dans ce cas, comme il s'ensuit de la formule (19.3), la fonction S qui représente le rapport du coefficient d'émission au coefficient d'absorption vaut :

$$S = \frac{\lambda}{4} Fx(\gamma) e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}. \qquad (20.16)$$

En portant cette expression dans la relation (19.25) on obtient la formule suivante du coefficient de brillance défini par la diffusion

de premier ordre:

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4}\, x(\gamma)\, \frac{1 - e^{-\tau_0\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}\right)}}{\mu + \mu_0}. \qquad (20.17)$$

Cependant, la formule (20.17) ne rend pas compte de la réflexion de la lumière par la surface. Admettons que celle-ci est éclairée par des rayons solaires directs et que le rayonnement est réfléchi de façon orthotrope avec un albédo A. Alors, l'intensité du rayonnement réfléchi par la surface et sortant de l'atmosphère sous un angle arccos μ à la normale est évidemment:

$$AFe^{-\tau_0\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}\right)}\mu_0.$$

L'expression du coefficient de brillance, compte tenu de la réflexion de la lumière par la surface de la planète, s'écrit donc:

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4}\, x(\gamma)\, \frac{1 - e^{-\tau_0\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}\right)}}{\mu + \mu_0} + Ae^{-\tau_0\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}\right)}. \qquad (20.18)$$

En appliquant la formule (20.18) à l'opposition de la planète nous devons poser $\mu_0 = \mu$, $\varphi = \pi$, $\gamma = \pi$. Par conséquent, dans le cas considéré on a

$$\rho(\mu, \mu, \pi) = \frac{\lambda x(\pi)}{8\mu}\left(1 - e^{-\frac{2}{\mu}\tau_0}\right) + Ae^{-\frac{2}{\mu}\tau_0}. \qquad (20.19)$$

Cette formule détermine le coefficient de brillance de la planète à une distance angulaire μ au centre du disque.

La formule (20.19) est précisément utilisée pour interpréter les observations photométriques de Mars. La quantité $\rho(\mu, \mu, \pi)$ étant connue de par les observations, en utilisant cette formule on peut tenter d'obtenir les quantités inconnues $\lambda x(\pi)$, τ_0 et A (en les considérant indépendantes de μ). En première approximation on peut admettre l'absence de l'absorption vraie dans l'atmosphère et de l'indicatrice de diffusion de Rayleigh, c'est-à-dire admettre que $\lambda x(\pi) = 3/2$. Dans ce cas pour accorder les valeurs théoriques et observées du coefficient de brillance sur le disque de la planète il faut sélectionner seulement deux quantités: l'épaisseur optique de l'atmosphère τ_0 et l'albédo de la surface A.

La méthode mentionnée a permis d'établir que dans la partie visible du spectre l'épaisseur optique de la surface de Mars est de l'ordre de 0,03 à 0,06, c'est-à-dire 10 fois plus faible que l'épaisseur optique de l'atmosphère sans nuages de la Terre. D'autre part, on a obtenu pour l'albédo de la planète des valeurs de l'ordre de 0,1 à 0,3, différentes pour les « continents », les «mers » et les « calottes polaires ».

Les quantités τ_0 et A trouvées pour Mars dépendent fortement de la longueur d'onde du rayonnement. La quantité τ_0 croît lorsqu'on passe du domaine rouge au domaine violet du spectre. Cependant, cette croissance est plus lente que celle définie par la loi $\tau_0 \sim \nu^4$ qui agit dans le cas de la diffusion purement moléculaire de la lumière ; il s'ensuit qu'il faut admettre que dans la diffusion de la lumière les grosses particules de l'atmosphère de Mars jouent un rôle notable.

Pour les domaines du spectre dans lesquels l'épaisseur optique de l'atmosphère est de l'ordre de l'unité et plus grande, on ne peut déjà plus utiliser la formule (20.18), puisque dans ce cas il faut tenir compte de la diffusion des ordres supérieurs. L'expression exacte du coefficient de brillance, vraie pour toute valeur de τ_0, a été obtenue dans ce qui précède. Elle est donnée par la formule (19.39) pour $A =$ $= 0$, et la formule (19.59), pour $A \neq 0$. Pour déduire ces formules on avait supposé que la diffusion de la lumière est isotrope. Mais ces formules peuvent servir également pour obtenir l'expression approchée du coefficient de brillance dans le cas d'une indicatrice de diffusion arbitraire. A cet effet la prise en considération de la diffusion du premier ordre est exacte, tandis que la prise en considération des diffusions des ordres supérieurs est approchée, ces diffusions étant définies non pas pour l'indicatrice donnée, mais pour l'indicatrice de diffusion sphérique. Dans ce cas le coefficient de brillance est donné par l'expression:

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} x(\gamma) \frac{1 - e^{-\tau_0\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}\right)}}{\mu + \mu_0} + \Delta\rho(\mu, \mu_0), \quad (20.20)$$

où d'après les formules (19.39) et (19.59)

$$\Delta\rho(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4(\mu + \mu_0)} \left[\varphi(\mu)\varphi(\mu_0) - \psi(\mu)\psi(\mu_0) - 1 + e^{-\tau_0\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}\right)}\right] + \\ + \frac{A}{1 - AC} M(\mu) M(\mu_0). \quad (20.21)$$

La formule (20.20) peut être utilisée en particulier pour l'étude de Mars dans la période dite de *tempêtes de poussières* globales, lorsque toute la surface de la planète est pratiquement couverte par les nuages de poussière. Par exemple, en 1971, une telle tempête de poussière a duré environ 4 mois. Dans les phases initiale et finale du développement d'une tempête de poussière, l'épaisseur optique des nuages dans le domaine visible du spectre est de l'ordre de l'unité, et au milieu de ces phases, $\tau_0 \gg 1$ (pour plus de détail voir [6]).

3. Atmosphère de la Terre. L'étude des propriétés optiques de l'atmosphère terrestre est très poussée. Toutefois, ici nous n'examinerons que celles qui sont déterminées par les observations photométriques les plus simples et à l'aide des formules de la théorie de la diffusion de la lumière, mentionnées au paragraphe précédent.

L'épaisseur optique de l'atmosphère terrestre se trouve le plus simplement par la mesure de l'intensité du rayonnement solaire ayant traversé l'atmosphère à différentes distances zénithales du Soleil. Cette intensité est déterminée par la formule:

$$I = I_0 e^{-\tau_0 \sec \vartheta_0}, \tag{20.22}$$

où I_0 est l'intensité du rayonnement solaire à la limite supérieure de l'atmosphère. Pour établir à l'aide de la formule (20.22) l'épaisseur optique de l'atmosphère τ_0, il faut effectuer au moins deux mesures de la quantité I à différentes distances zénithales du Soleil ϑ_0 (pour éliminer I_0). Sous un ciel clair l'épaisseur optique de l'atmosphère dans le domaine visible du spectre s'avère de l'ordre de 0,3, elle croît avec la diminution de la longueur d'onde. On sait que cette dernière circonstance explique le rougissement du Soleil, lorsqu'il s'approche de l'horizon, et la couleur bleue du ciel. D'après l'écart à la loi $\tau_0 \sim \sim \nu^4$ de la variation de la quantité τ_0 en fonction de la longueur d'onde, on peut juger du rôle relatif de la diffusion de la lumière par molécules et grosses particules.

La mesure de la distribution de l'éclat sur le ciel permet de trouver l'indicatrice de diffusion dans l'atmosphère. A cet effet il faut utiliser la formule de l'intensité du rayonnement diffusé par l'atmosphère, ou le coefficient de brillance $\sigma(\mu, \mu_0, \varphi)$ qui lui correspond. Si l'on ne tient compte que de la diffusion du premier ordre, pour obtenir la quantité $\sigma(\mu, \mu_0, \varphi)$ il faut porter l'expression (20.16) dans la relation (19.26). Il en résulte:

$$\sigma(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} x(\gamma) \frac{e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} - e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}}}{\mu - \mu_0}. \tag{20.23}$$

On tient compte de la diffusion des ordres supérieurs de la même façon que dans la formule (20.20), c'est-à-dire pour une indicatrice de diffusion sphérique. Dans ce cas au lieu de la formule (20.23) on obtient:

$$\sigma(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} x(\gamma) \frac{e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} - e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}}}{\mu - \mu_0} + \Delta\sigma(\mu, \mu_0), \tag{20.24}$$

où, comme il s'ensuit des formules (19.40) et (19.60),

$$\Delta\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4(\mu - \mu_0)} \left[\psi(\mu)\varphi(\mu_0) - \psi(\mu_0)\varphi(\mu) - e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} + e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}}\right] + $$
$$+ \frac{A}{1 - AC} N(\mu) M(\mu_0). \tag{20.25}$$

L'indicatrice de diffusion de l'atmosphère terrestre obtenue de la façon mentionnée (en utilisant une formule quelque peu différente de la quantité $\Delta\sigma$) est donnée à la dernière ligne du Tableau 25. Dans notre cas on a adopté $\lambda = 1$. La différence notable entre l'indicatrice de diffusion obtenue et celle de Rayleigh s'explique par la présence d'un grand nombre de grosses particules (poussières, gouttes d'eau, etc.) et des molécules dans l'atmosphère.

La détermination des propriétés optiques des nuages présente également un grand intérêt. Lorsque le ciel est entièrement couvert, on peut admettre que la lumière est diffusée par une couche plane dont l'épaisseur optique est très grande. Dans ce cas seul le rayonnement ayant subi un très grand nombre de diffusions parvient jusqu'à l'observateur à la surface terrestre. De ce fait, l'établissement des propriétés optiques des nuages, déterminant la diffusion de la lumière dans un volume élémentaire, se heurte à des difficultés notables.

A titre d'exemple appliquons au ciel couvert la formule (20.24). Pour $\tau_0 \gg 1$ le premier terme du deuxième membre de cette formule est négligeable, tandis que pour le deuxième terme on peut obtenir des formules asymptotiques simples (voir [3]). En particulier, pour $\lambda = 1$ et $A = 0$, on a

$$\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{1}{4} \frac{\varphi(\mu)\varphi(\mu_0)}{\tau_0 + b}, \qquad (20.26)$$

où $\varphi(\mu)$ est la fonction déterminée par l'équation (19.16) (pour $\lambda = 1$) et $b = 2\alpha_2/\alpha_1$, où α_1 et α_2 sont les premier et deuxième moments de cette fonction. D'après les calculs $b = 1{,}42$. La formule (20.26) montre que la distribution relative de l'éclat selon le ciel couvert est déterminée par la fonction $\varphi(\mu)$, c'est-à-dire

$$I(\mu) \sim \varphi(\mu). \qquad (20.27)$$

Nous avons montré au § 3 que la formule (20.27) donne également la distribution relative de l'éclat sur le disque d'une étoile. Le résultat obtenu est parfaitement clair, car dans les deux cas nous avons affaire à la diffusion de la lumière dans un milieu composé de couches parallèles planes, les sources de rayonnement se trouvant à une très grande distance de la limite.

Si $A \neq 0$, pour déterminer la quantité $\sigma(\mu, \mu_0)$ il nous faut trouver les fonctions $M(\mu)$ et $N(\mu)$. D'après les formules (19.61), (19.62) et (19.73), pour $\lambda = 1$,

$$N(\mu) = 1 - M(\mu). \qquad (20.28)$$

Pour $\tau_0 \gg 1$, la substitution de (20.26) dans (19.57) donne

$$M(\mu) = \frac{\varphi(\mu)}{(\tau_0 + b)\sqrt{3}}, \qquad (20.29)$$

où l'on a tenu compte de ce que $\alpha_1 = 2/\sqrt{3}$ (voir § 3). En utilisant les formules (19.56) et (19.58), ainsi que les deux dernières formules, on obtient

$$C = 1 - \frac{4}{3(\tau_0 + b)}. \tag{20.30}$$

En écrivant la quantité $\sigma(\mu, \mu_0)$ sous la forme

$$\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{1}{4} \frac{\varphi(\mu)\varphi(\mu_0)}{\tau_0 + b} + \frac{A}{1 - AC} N(\mu) M(\mu_0) \tag{20.31}$$

et en portant dans la formule (20.31) les expressions obtenues pour les quantités $N(\mu)$, $M(\mu_0)$ et C, on trouve

$$\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{\sqrt{3}}{4} \varphi(\mu_0) \frac{4A + \sqrt{3}(1-A)\varphi(\mu)}{4A + 3(1-A)(\tau_0 + b)}. \tag{20.32}$$

Des formules analogues de la quantité $\sigma(\mu, \mu_0, \varphi)$ peuvent s'obtenir aussi dans des cas plus compliqués, c'est-à-dire pour des valeurs arbitraires de λ et des indicatrices de diffusion différentes. On peut également donner les formules asymptotiques (avec $\tau_0 \gg 1$) pour la quantité $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$, caractéristique de la distribution de l'éclat des nuages lors de leur observation d'en haut. La comparaison des valeurs théoriques et observées des coefficients de brillance $\sigma(\mu, \mu_0, \varphi)$ et $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ permet d'obtenir des renseignements sur τ_0, λ et $x(\gamma)$ pour les nuages.

4. Interprétation des spectres planétaires. Des renseignements très précieux sur les atmosphères peuvent être fournis par l'étude spectroscopique des planètes. Cependant, une telle étude présente de grandes difficultés. Il en est ainsi du fait qu'en partie la luminosité des planètes est due au fait qu'elles diffusent le rayonnement solaire et leurs spectres contiennent donc toutes les raies du spectre solaire. Par ailleurs, les spectres des planètes comportent également des raies telluriques qui apparaissent lorsque le rayonnement traverse l'atmosphère terrestre. Cette complexité des spectres rend bien plus difficile la mise en évidence des raies engendrées par l'atmosphère planétaire. Ceci se rapporte surtout aux raies des gaz de l'atmosphère terrestre (en particulier l'oxygène et les vapeurs d'eau). La présence de ces gaz dans l'atmosphère de la planète n'est révélée que par le renforcement des raies telluriques. Tout ceci montre l'intérêt que présente pour la spectroscopie des planètes la sortie des instruments astronomiques hors des limites de l'atmosphère terrestre, à l'aide des satellites artificiels et des appareils cosmiques.

Voici certains résultats des observations des spectres planétaires encore réalisées à partir de la surface terrestre (voir, par exemple, [7]). En 1932 Miss M. Adams et Dunham ont décelé des raies d'absorption du gaz carbonique (CO_2) dans l'infrarouge du spectre de Vénus. Par la suite G. Kuiper a trouvé des raies d'absorption de ce même gaz

dans le spectre de Mars. Les spectres de Jupiter et de Saturne comportent des raies d'absorption du méthane (CH_4) et de l'ammoniac (NH_3), mais leur concentration dans l'atmosphère est très faible. Les spectres d'Uranus et de Neptune comportent également de fortes bandes d'absorption du méthane. Comme on peut s'y attendre, la composante principale des atmosphères de Jupiter et d'autres planètes géantes est l'hydrogène moléculaire (H_2), enregistré grâce à la présence dans leurs spectres de bandes d'absorption définies par des transitions quadripolaires.

Il convient de noter que certains gaz ne se manifestent pas spectroscopiquement dans le domaine du spectre accessible à l'observation à partir de la Terre. Ceci concerne, en particulier, l'hélium qui est probablement contenu en quantité relativement grande dans les atmosphères des planètes géantes. La raie d'émission de l'hélium 584 Å a été enregistrée à l'aide d'un spectromètre ultraviolet installé sur des appareils cosmiques qui ont passé près de Jupiter et de Saturne.

Pour l'interprétation quantitative des spectres des planètes on peut employer les formules utilisées pour obtenir les données photométriques sur les planètes. Nous allons écrire les expressions de l'intensité rayonnée dans les raies du spectre planétaire pour certains cas très simples.

Dans ce qui précède nous avons admis que chaque volume élémentaire de l'atmosphère est le siège de la diffusion et de l'absorption vraie de la lumière dans le spectre continu, dues à la présence de molécules et de grosses particules dans l'atmosphère. Le coefficient de diffusion était alors noté $\lambda\alpha$ et le coefficient d'absorption vraie, $(1 - \lambda)\alpha$, où λ est l'albédo de la particule et α, le coefficient d'absorption. Maintenant admettons que dans chaque volume élémentaire les processus cités s'accompagnent de l'absorption vraie dans la raie spectrale. Nous négligerons la diffusion de la lumière dans la raie, ce que nous ne pouvons évidemment faire pour la raie de résonance. Notons α_ν le coefficient d'absorption vraie sur la fréquence ν à l'intérieur de la raie.

Avec les notations adoptées l'équation de transfert du rayonnement dans la raie spectrale s'écrit :

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = -(\alpha + \alpha_\nu) I_\nu + \varepsilon_\nu, \tag{20.33}$$

où

$$\varepsilon_\nu = \lambda\alpha \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + \lambda\alpha \frac{F}{4} e^{-\tau_\nu \sec\vartheta_0}, \tag{20.34}$$

et τ_ν est la profondeur optique sur la fréquence ν, c'est-à-dire

$$\tau_\nu = \int_r^\infty (\alpha + \alpha_\nu)\, dr. \tag{20.35}$$

Dans l'équation (20.34) on admet pour simplifier que la diffusion de la lumière est isotrope.

En introduisant la notation

$$S_\nu = \frac{\varepsilon_\nu}{\alpha + \alpha_\nu}, \tag{20.36}$$

au lieu des équations (20.33) et (20.34) on obtient

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu, \tag{20.37}$$

$$S_\nu = \lambda_\nu \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + \lambda_\nu \frac{F}{4} e^{-\tau_\nu \sec\vartheta_0}, \tag{20.38}$$

où

$$\lambda_\nu = \frac{\lambda\alpha}{\alpha + \alpha_\nu}. \tag{20.39}$$

Nous voyons que les équations (20.37) et (20.38) coïncident formellement avec les équations (19.10) et (19.11) examinées dans ce qui précède. De plus, hors de la raie spectrale, c'est-à-dire lorsque $\alpha_\nu = 0$, $\tau_\nu = \tau$ et $\lambda_\nu = \lambda$, les deux premières des équations citées se transforment en deux dernières.

Considérons d'abord le cas où l'épaisseur optique de l'atmosphère dans le spectre continu est d'après l'ordre inférieure à l'unité. Dans ce cas, d'après la formule (20.18), l'intensité rayonnée par l'atmosphère dans le spectre continu vaut

$$I(\mu, \mu_0) = \left[\frac{\lambda}{4} \frac{1 - e^{-\tau_0\left(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\mu_0}\right)}}{\mu + \mu_0} + Ae^{-\tau_0\left(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\mu_0}\right)}\right] F\mu_0, \tag{20.40}$$

où A est l'albédo de la surface planétaire. En substituant ici λ_ν à λ et τ_ν^0 à τ_0, on obtient l'expression de l'intensité rayonnée par l'atmosphère sur la fréquence ν à l'intérieur de la raie spectrale:

$$I_\nu(\mu, \mu_0) = \left[\frac{\lambda_\nu}{4} \frac{1 - e^{-\tau_\nu^0\left(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\mu_0}\right)}}{\mu + \mu_0} + Ae^{-\tau_\nu^0\left(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\mu_0}\right)}\right] F\mu_0. \tag{20.41}$$

La relation entre ces intensités, c'est-à-dire la quantité

$$r_\nu(\mu, \mu_0) = \frac{I_\nu(\mu, \mu_0)}{I(\mu, \mu_0)}, \tag{20.42}$$

caractérise le profil de la raie d'absorption à la distance angulaire μ au centre du disque de la planète.

Si l'épaisseur optique de l'atmosphère dans le spectre continu est très faible, les formules susmentionnées entraînent

$$r_\nu(\mu, \mu_0) = e^{-(\tau_\nu^0 - \tau_0)\left(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\mu_0}\right)}. \tag{20.43}$$

Cette formule traduit le fait qu'une raie d'absorption apparaît lorsque le rayon traverse l'atmosphère, puis, réfléchi par la surface de la planète, traverse une seconde fois l'atmosphère dans la direction de l'observateur. La raie possède donc la même intensité résiduelle que lors du passage du rayonnement à travers une couche de gaz d'épaisseur optique $(\tau_\nu^0 - \tau_0)\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}\right)$. Dans ce cas l'« épaisseur équivalente de la couche de gaz » fournie par les observations est une caractéristique immédiate de la quantité de gaz dans l'atmosphère. La formule (20.43) est probablement applicable au domaine rouge du spectre de Mars.

Considérons maintenant le cas où l'épaisseur optique de l'atmosphère est très grande (nous admettons que $\tau_0 = \infty$). Supposons alors que les quantités λ et λ_ν soient constantes dans l'atmosphère. D'après la formule (19.15), l'intensité rayonnée par l'atmosphère dans le spectre continu vaut:

$$I(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} \frac{\varphi_\lambda(\mu)\,\varphi_\lambda(\mu_0)}{\mu + \mu_0} F\mu_0, \tag{20.44}$$

où $\varphi_\lambda(\mu)$ désigne la fonction déterminée par l'équation (19.16). En remplaçant ici λ par λ_ν on trouve que l'intensité rayonnée par l'atmosphère dans la raie spectrale est donnée par la formule:

$$I_\nu(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda_\nu}{4} \frac{\varphi_{\lambda_\nu}(\mu)\,\varphi_{\lambda_\nu}(\mu_0)}{\mu + \mu_0} F\mu_0. \tag{20.45}$$

En portant (20.44) et (20.45) dans (20.42), on obtient

$$r_\nu(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda_\nu \varphi_{\lambda_\nu}(\mu)\,\varphi_{\lambda_\nu}(\mu_0)}{\lambda \varphi_\lambda(\mu)\,\varphi_\lambda(\mu_0)}. \tag{20.46}$$

Admettons que les quantités λ et λ_ν sont proches de l'unité. Alors, pour $x_1 = 0$ la formule (20.9) entraîne que la fonction $\varphi_\lambda(\mu)$ se met sous la forme:

$$\varphi_\lambda(\mu) = \varphi(\mu)\,[1 - \mu\sqrt{3(1-\lambda)}], \tag{20.47}$$

où on note $\varphi(\mu)$ la fonction $\varphi_\lambda(\mu)$ pour $\lambda = 1$. Une expression analogue peut s'écrire également pour la fonction $\varphi_{\lambda_\nu}(\mu)$. En portant les expressions citées dans la formule (20.46) et en négligeant les termes d'ordre $1 - \lambda$ et $1 - \lambda_\nu$, on trouve

$$r_\nu(\mu, \mu_0) = 1 - \sqrt{3}(\mu + \mu_0)(\sqrt{1-\lambda_\nu} - \sqrt{1-\lambda}). \tag{20.48}$$

Il est clair que dans le cas considéré l'« épaisseur équivalente de la couche de gaz » fournie par les observations ne possède déjà plus de sens physique aussi simple que dans le cas de l'application de la formule (20.43). En utilisant la formule obtenue pour la quantité

$r_\nu(\mu, \mu_0)$ on peut déterminer la largeur équivalente de la raie d'absorption d'après la formule :

$$W(\mu, \mu_0) = \int [1 - r_\nu(\mu, \mu_0)]\, d\nu. \qquad (20.49)$$

Le coefficient d'absorption dans la raie α_ν étant proportionnel à la concentration des molécules absorbantes n, la formule (20.49) donne la dépendance de W par rapport à n (plus exactement de W par rapport à n/α). La comparaison des valeurs observée et théorique de W permet donc de trouver la concentration des molécules n dans l'atmosphère de la planète.

Si on applique la formule (20.49) aux différentes raies de la bande moléculaire, on peut obtenir des nombres relatifs des molécules à des niveaux de vibration-rotation différents. En admettant qu'en vertu des collisions il s'établit une distribution de Boltzmann des molécules selon les niveaux excités, on peut trouver la température du gaz. Cette méthode a permis à O. Chamberlain et G. Kuiper d'établir d'après les bandes d'absorption de CO_2 la température de l'atmosphère de Vénus, qui s'est avérée égale à 285 K. A cette fin ils ont utilisé l'expression (20.48) de la quantité $r_\nu(\mu, \mu_0)$. Autrement dit, on a supposé que le taux des molécules et de grosses particules mélangées dans l'atmosphère soit constant. Il se peut que cette hypothèse soit approximativement valide du fait que la dépendance de la largeur équivalente de la bande de CO_2 par rapport à la phase, calculée en partant de cette hypothèse, s'accorde avec la dépendance analogue obtenue par observation.

La formule (20.48) n'est vérifiée que dans le cas de la diffusion isotrope de la lumière. Ce cas est surtout important parce qu'on peut y ramener approximativement le cas de la diffusion anisotrope, qui s'accorde mieux avec les atmosphères réelles. Ceci est possible du fait que le champ de rayonnement pour une indicatrice de diffusion arbitraire (moyenné par rapport à l'azimut) ressemble au champ de rayonnement pour une indicatrice de diffusion sphérique dans l'atmosphère avec d'autres valeurs des paramètres λ et τ_0. Dans le cas de la diffusion anisotrope on a obtenu également une formule exacte de la quantité r_ν qui généralise la formule (20.48) (voir [3]).

Pour le calcul des spectres des planètes il faut recourir aussi bien à la théorie de la diffusion multiple de la lumière qu'à la théorie des spectres moléculaires. La formation des spectres des molécules présentes dans les atmosphères planétaires est décrite dans l'ouvrage de R. Goody [8].

§ 21. Structure des atmosphères des planètes

1. Températures des planètes. En plus des observations dans le domaine optique du spectre examinées ci-dessus, l'étude des planètes

prévoit également d'autres observations. Notamment les observations faites en vue de mesurer la température des planètes présentent un grand intérêt. Avant d'exposer les résultats de telles mesures, établissons quelles sont les valeurs éventuelles des températures sur les planètes.

Supposons que les rayons éclairent une plaque parfaitement noire perpendiculaire aux rayons. Si L est la luminosité du Soleil et r, la distance de la plaque au centre du Soleil, alors l'éclairement de la plaque vaut:

$$E = \frac{L}{4\pi r^2}. \tag{21.1}$$

La plaque absorbe l'éclairement solaire et le réémet d'après la loi de Planck à la température T_1 déterminée par la condition

$$E = \sigma T_1^4. \tag{21.2}$$

Etant donné que

$$L = 4\pi r_\odot^2 \sigma T_e^4, \tag{21.3}$$

où $r_\odot$ est le rayon du Soleil et T_e, la température effective, on tire des formules citées:

$$T_1 = T_e \left(\frac{r_\odot}{r}\right)^{1/2}. \tag{21.4}$$

La formule (21.4) permet de calculer les valeurs de la température T_1 pour des planètes différentes. Ces valeurs de T_1 sont données dans la dernière colonne du Tableau 26. Les deux colonnes précédentes du tableau donnent les valeurs de la distance r en unités astronomiques et de l'éclairement E en cal/cm^2 mn (la valeur de E donnée dans le tableau pour la Terre représente la *constante* dite *solaire*).

La valeur de T_1 calculée d'après la formule (21.4) caractérise la température de la planète privée d'atmosphère dans le cas où le Soleil est au zénith et la planète absorbe tout le rayonnement solaire incident. Mais si l'angle d'incidence des rayons solaires est égal à ϑ_0 et l'albédo de la planète est égal à A dans le domaine visible du spectre (dans lequel le Soleil rayonne la partie essentielle de son énergie), alors la température T_1 est évidemment déterminée par la formule:

$$T_1 = T_e \left[\frac{r_\odot^2 (1-A) \cos \vartheta_0}{r^2}\right]^{1/4}. \tag{21.5}$$

En réalité, en vertu de la rotation de la planète sur son axe et autour du Soleil, pour l'endroit donné l'angle ϑ_0 varie avec le temps. La valeur de la température T_1 varie donc elle aussi. En établissant la température pour l'endroit donné et l'instant défini il faut encore

tenir compte de la lenteur de l'échauffement et du refroidissement de la surface de la planète.

Si la planète possède une atmosphère, pour déterminer théoriquement la température de celle-ci ainsi que de la surface planétaire il faut résoudre le problème de transfert du rayonnement à travers l'atmosphère. Ce problème sera examiné plus loin, mais pour l'instant notons que pour le cas considéré on obtient des températures du même ordre que celles consignées dans le Tableau 26. Ces températures étant sensiblement inférieures à celle du Soleil, la plus grosse partie de l'énergie est émise par la planète non pas dans le domaine visible du spectre, mais dans l'infrarouge lointain, alors que dans le domaine visible du spectre presque tout le rayonnement de la planète représente le rayonnement réfléchi du Soleil. Plus exactement, le rayonnement thermique de la planète possède un maximum avec une longueur d'onde λ_m déterminée par la loi de déplacement de Wien:

$$\lambda_m T = 0{,}290 \text{ cm}\cdot\text{kelvins}, \qquad (21.6)$$

et aux températures caractéristiques des planètes les valeurs de λ_m s'avèrent de l'ordre de 5 à 50 μ.

Tableau 26

Valeurs des quantités E et T_1 pour les planètes différentes

Planète	r	E	T_1	Planète	r	E	T_1
Mercure	0,387	12,7	631	Saturne	9,539	0,0208	128
Vénus	0,723	3,64	464	Uranus	19,191	0,0052	89
Terre	1,000	1,90	392	Neptune	30,071	0,0021	72
Mars	1,524	0,81	316	Pluton	39,52	0,0012	62
Jupiter	5,203	0,0702	173				

Pour mesurer le flux de rayonnement thermique des planètes on emploie des couples thermoélectriques et des filtres spéciaux qui laissent passer le rayonnement infrarouge. On utilise de plus le fait que dans l'intervalle de 8 à 15 μ l'atmosphère terrestre possède une « fenêtre de transparence ». Dans les calculs de la température d'après les flux mesurés de rayonnement on suppose que la répartition de l'énergie dans le spectre de la planète soit donnée par la formule de Planck.

Voici certains résultats de la détermination des températures des planètes (pour plus de détail voir [5] et [9]).

Pour Mercure on a mesuré le flux de rayonnement thermique en fonction de l'angle de phase. Ceci a permis de calculer la températu-

re en un point de la planète soumis aux rayons solaires directs; elle s'est avérée égale à 613 K. Une telle température s'accorde bien avec la valeur de T_1 calculée d'après la formule (21.5) pour $\vartheta_0 = 0$ et $A = 0{,}07$.

La température mesurée de Vénus est égale environ à 230 K. Le fait qu'il n'y a pas de différence notable entre la partie éclairée et la partie sombre de la planète présente un intérêt particulier. L'atmosphère de Vénus possédant une grande profondeur optique, la valeur donnée de la température concerne les couches extérieures de l'atmosphère.

Pour Mars on a obtenu des données détaillées sur la température à des instants différents en divers points du disque. Indiquons seulement que la température du point soumis aux rayons solaires directs est égale en périhélie à 300 K et en aphélie, à 273 K. Cette différence des températures s'accorde avec la formule (21.5), c'est-à-dire avec la variation de T_1 en fonction de r. Cependant, ces valeurs mesurées de la température sont quelque peu inférieures aux valeurs trouvées d'après la formule (21.5), ce qui explique, probablement, par l'existence d'une atmosphère sur la planète.

Les températures mesurées de Jupiter et de Saturne aux points soumis aux rayons solaires directs sont égales environ à 150 et 125 K respectivement. La détermination de la température des planètes plus éloignées du Soleil est incertaine.

2. Rayonnement radio des planètes. Pour l'étude des conditions physiques sur les planètes l'exploration de leur rayonnement radio présente une grande importance. Le rayonnement radio sur ondes différentes parvient jusqu'à nous à partir des couches atmosphériques différentes, ce qui permet de juger de la variation des conditions physiques de l'atmosphère avec la profondeur. Pour certaines longueurs d'onde du domaine radio l'atmosphère est parfaitement transparente, alors qu'elle est opaque dans le domaine visible du spectre. D'après le rayonnement radio sur ces longueurs d'onde on peut obtenir des renseignements sur la surface invisible de la planète. A l'heure actuelle Vénus et Jupiter sont les mieux étudiés par les méthodes radioastronomiques. Cette étude a abouti à plusieurs résultats importants et imprévus.

Il est particulièrement intéressant que pour Vénus on obtient dans le domaine centimétrique une température de brillance très élevée de l'ordre de 600 K. Cette température est bien plus élevée que celle obtenue d'après le flux de rayonnement dans l'infrarouge qui vaut, comme nous le savons, environ 230 K. Le rayonnement radio de Vénus est probablement de nature thermique, car il ne manifeste pas de variations systématiques et ne contient pas de composante de polarisation notable. L'explication d'une température aussi élevée déterminée d'après le rayonnement radio consiste

en ce qu'elle concerne la surface de la planète ; or, celle-ci est chauffée par l'*effet* dit *de serre* (on en reparlera plus loin).

Dans le domaine millimétrique la température de Vénus s'avère égale à 300 ou 400 K. D'après l'interprétation indiquée elle concerne les couches moyennes de l'atmosphère.

Le rayonnement radio de Jupiter est très complexe. Pour $\lambda < < 3$ cm la température de brillance vaut environ 140 K, c'est-à-dire proche de la température établie d'après le rayonnement dans l'infrarouge du spectre. On peut donc admettre que le rayonnement de Jupiter pour $\lambda < 3$ cm est thermique. Cependant, les observations du rayonnement radio de Jupiter sur l'intervalle de 3 à 70 cm ont montré que le flux de ce rayonnement sur un intervalle unitaire de fréquences dépend faiblement de la longueur d'onde. Or, le flux du rayonnement thermique (à température et dimensions de la source constantes) doit décroître rapidement avec la croissance de la longueur d'onde, car l'intensité de rayonnement thermique est déterminée par la formule (18.1). On en a donc conclu que le rayonnement radio de Jupiter a un caractère non thermique dans le domaine considéré. Il est difficile d'admettre que ce rayonnement est thermique et nous parvient à partir des couches à température différente, puisque pour $\lambda = 70$ cm la température de brillance vaut 30 000 K, c'est-à-dire très élevée.

L'hypothèse de la nature non thermique du rayonnement de Jupiter dans l'intervalle des longueurs d'onde de 3 à 70 cm est confirmée par les faits importants suivants : 1) le flux de ce rayonnement varie avec le temps ; 2) ce rayonnement est polarisé linéairement (sur l'onde de 31 cm le degré de polarisation est d'environ 30 %, et le vecteur électrique est à peu près parallèle à l'équateur de la planète) ; 3) les dimensions de la région émettrice sont à peu près trois fois supérieures au diamètre optique de Jupiter. Ce dernier fait mérite une attention particulière, car il est à la base de l'idée sur les ceintures radiatives de Jupiter semblables à celles de la Terre, découvertes à l'aide des satellites artificiels. On suppose que les ceintures de radiation soient dues à la capture des particules chargées par le champ magnétique de la planète et que le rayonnement radio décimétrique de Jupiter soit le rayonnement synchrotron des électrons.

Les observations montrent également que Jupiter émet un fort rayonnement radio sporadique. Des sursauts d'une durée de 1 s sont enregistrés sur des ondes de quelques dizaines de mètres. Ce rayonnement est polarisé et apparaît dans certaines sources locales. Pour expliquer le rayonnement radio sporadique de Jupiter on propose les mêmes mécanismes que pour le rayonnement sporadique du Soleil, c'est-à-dire le rayonnement synchrotron des électrons et les oscillations propres du plasma.

3. Modèles des atmosphères planétaires. Les résultats des observa-

tions des planètes dans divers domaines du spectre (visible, infrarouge et radio) servent de base pour l'établissement des modèles des atmosphères planétaires. De tels modèles ont été élaborés pour plusieurs planètes (Vénus, Mars, Jupiter). Ici, à titre d'exemple, nous n'examinerons que sommairement le modèle de l'atmosphère de Vénus.

Pour élaborer le modèle d'une atmosphère planétaire on se donne le schéma de la structure de l'atmosphère, sa composition chimique et le mécanisme de transfert de l'énergie. On détermine par calcul la distribution de la densité et de la température dans l'atmosphère. On peut ainsi déterminer les profondeurs optiques sur des fréquences différentes, et puis aussi les intensités rayonnées par l'atmosphère sur divers domaines du spectre. La comparaison des intensités de rayonnement théoriques et observées permet de vérifier le modèle établi.

Pour l'atmosphère de Vénus le plus probable est le modèle de serre, dont voici le principe. Le rayonnement solaire incident est en partie réfléchi par l'atmosphère et en partie traverse cette dernière (en général, après les diffusions multiples examinées au § 19). Le rayonnement solaire ayant traversé l'atmosphère chauffe la surface qui émet alors un rayonnement thermique dans l'infrarouge lointain. Cependant, l'épaisseur optique de l'atmosphère dans l'infrarouge est très grande. Aussi une fraction notable du rayonnement infrarouge revient-elle de l'atmosphère vers la surface qui se chauffe alors encore plus. Par suite du processus de transfert du rayonnement il s'établit finalement un état d'équilibre dans lequel l'énergie du rayonnement thermique sortant de l'atmosphère est égale à l'énergie du rayonnement solaire incident sur la surface de la planète. Des processus analogues se déroulent dans les serres et les bâches (mais ici ce n'est pas tellement que le verre absorbe le rayonnement thermique émis par le sol mais plutôt qu'il présente un obstacle à la convection).

La distribution approchée de la température dans l'atmosphère s'établit sans peine. L'absorption du rayonnement infrarouge dans l'atmosphère ayant lieu dans les bandes moléculaires, la relation entre le coefficient d'absorption et la fréquence est très compliquée. Pour simplifier nous introduirons le coefficient d'absorption moyen et la profondeur optique τ qui lui correspond. Désignons par E_1 la quantité d'énergie incidente sur la surface de la planète en provenance du Soleil. Cette quantité d'énergie est transportée sous la forme d'un rayonnement infrarouge à travers l'atmosphère à l'extérieur. Admettons que l'équilibre thermodynamique local s'établit dans l'atmosphère. Alors, la relation entre la température T et la profondeur optique τ sera déterminée par la formule:

$$\frac{ac}{4} T^4 = E_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right), \tag{21.7}$$

écrite par analogie avec la formule (4.16) obtenue par la théorie des photosphères dans l'approximation d'Eddington. Nous n'avons remplacé que le flux de rayonnement dans la photosphère stellaire πF par le flux de rayonnement dans l'atmosphère planétaire E_1.

Si l'épaisseur optique de l'atmosphère est notée τ_1, la température de la surface de la planète s'écrit:

$$T_1 = \left[\frac{4E_1}{ac}\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\tau_1\right)\right]^{1/4}. \tag{21.8}$$

Bien entendu, la formule (21.8) est très grossière et elle ne fait qu'illustrer l'effet de serre. Pour étudier le transfert du rayonnement à travers l'atmosphère il convient de tenir compte de la dépen-

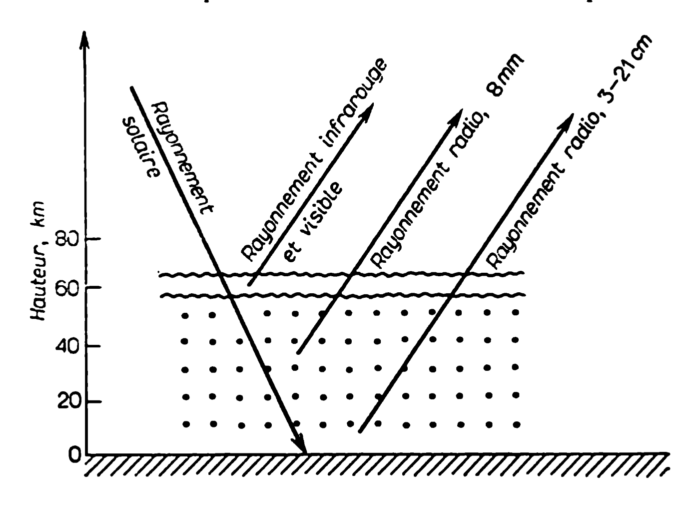


Fig. 27

dance du coefficient d'absorption par rapport à la fréquence, déterminée par la donnée de la composition chimique et des conditions physiques (c'est-à-dire de la température et de la densité). Il convient également de prendre en considération la possibilité du transfert d'énergie par convection dans l'atmosphère.

La figure 27 schématise le modèle de serre de l'atmosphère de Vénus, les flèches indiquant les régions de l'atmosphère d'où est issu le rayonnement dans différentes parties du spectre en direction de l'observateur. Les nuages dirigent vers nous le rayonnement solaire diffusé par réflexion dans le domaine visible du spectre et le rayonnement infrarouge propre de l'atmosphère. Le rayonnement radio sur ondes millimétriques provient des couches situées au-dessous des nuages, et sur ondes centimétriques il provient de la surface de la planète.

Le modèle de serre de l'atmosphère de Vénus est confirmé *grosso modo* par les données d'observation fournies par les appareils cosmiques lancés vers cette planète (les Vénéra soviétiques et les Mariner américains). Ces sondes ont permis d'établir que la température de la surface vénusienne est d'environ 730 K, la pression près de la surface est d'environ 90 atm, et que la composante principale de l'atmosphère est le gaz carbonique (97 %). La limite supérieure de la couche des nuages se trouve à une hauteur de 70 km, et la limite inférieure, environ à 50 km. Plus bas la présence de l'aérosol est négligeable. Dans le domaine visible du spectre les épaisseurs optiques des nuages sont sans dimension. L'éclairement de la surface ne constitue que 5 % de celui de la limite supérieure de l'atmosphère, ce qui est dû au faible rôle de l'absorption vraie de l'atmosphère, c'est-à-dire à la petitesse de la quantité $1 - \lambda$. L'albédo de la surface n'étant pas élevé (environ de 0,1 à 0,2), une fraction notable du rayonnement solaire incident est absorbée pour l'échauffement de la surface. Pour interpréter ces données, ainsi que divers résultats des observations faites depuis la surface terrestre, on a mis au point plusieurs versions du modèle de serre (pour plus de détail voir [10]).

4. Couches supérieures de l'atmosphère. Dans l'atmosphère terrestre au-dessus des nuages se trouvent des couches constituées presqu'entièrement de gaz. Il est naturel d'admettre qu'il en est ainsi également dans le cas des autres planètes couvertes de nuages (en particulier pour Vénus et Jupiter). L'étude des couches gazeuses peut se faire par différentes méthodes. L'une d'elles est la méthode polarimétrique déjà citée. Après la diffusion sur les molécules le rayonnement devient polarisé; de plus, lorsque les angles de diffusion sont proches de 90°, le degré de polarisation est proche de l'unité. C'est pourquoi en comparant la polarisation observée de la lumière de la planète à celle due à la diffusion par les molécules, on peut parvenir à une conclusion sur le rôle de la couche gazeuse dans la diffusion du rayonnement. De cette façon il a été établi que pour Vénus, dans le domaine visible du spectre, l'épaisseur optique de la couche gazeuse n'est pas très grande (elle n'atteint pas plus que 0,3). Pour Jupiter l'étude de la polarisation est difficile car ses phases ne varient que de 0 à 12°. On est néanmoins parvenu à établir que dans les régions polaires l'épaisseur optique de la couche gazeuse est plus grande qu'à l'équateur. Des données détaillées de l'exploration des planètes par la méthode polarimétrique sont fournies par l'article de A. Dollfus [5].

Des résultats bien plus précieux sont obtenus par la méthode spectroscopique de l'étude des atmosphères planétaires. Nous avons déjà dit que la comparaison des largeurs équivalentes théoriques et observées des raies permet d'établir les concentrations des molécules dans l'atmosphère et la température de celle-ci. Notons également

18-01064

que la méthode mentionnée rend possible l'obtention de la pression de l'atmosphère. Une telle possibilité est définie par le fait que la largeur équivalente de la raie dépend non seulement de la concentration des molécules considérées, mais encore de la concentration de toutes les molécules dans l'atmosphère, c'est-à-dire de la pression, puisque les collisions des particules et des molécules influent sur le coefficient d'absorption dans la raie. La pression a été déterminée pour l'atmosphère de Vénus d'après les raies de CO_2. Cependant, il n'est pas tout à fait clair à quel niveau de l'atmosphère se rapportent les résultats obtenus. On pensait d'abord que les bandes moléculaires apparaissent seulement dans la couche gazeuse au-dessus des nuages, mais elles se forment également dans les nuages qui sont le

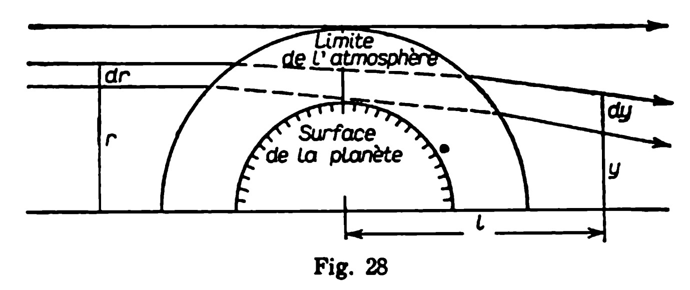


Fig. 28

siège de l'absorption de la lumière dans la raie et de la diffusion sur de grosses particules. Dans ce cas la détermination des propriétés optiques de la couche au-dessus des nuages par la méthode spectroscopique devient bien plus compliquée.

Des renseignements très importants sur la structure des couches supérieures de l'atmosphère planétaire peuvent être obtenus également par l'observation de l'occultation des étoiles par les planètes. Lorsque la planète avance en recouvrant une étoile, l'éclat de l'étoile faiblit progressivement, cette atténuation étant due au fait que son rayonnement passe à travers des couches de plus en plus denses de l'atmosphère planétaire. Evidemment, d'après la courbe de lumière observée de l'étoile on peut établir la dépendance entre la densité dans l'atmosphère et la hauteur.

Comme le montrent des calculs élémentaires, la diminution de l'éclat de l'étoile lors du passage de son rayonnement à travers l'atmosphère planétaire est surtout due non pas à l'absorption de la lumière dans l'atmosphère, mais au phénomène de la réfraction différentielle. Les rayons stellaires parallèles frappant l'atmosphère planétaire divergent par suite de la réfraction dans cette dernière. Pour un observateur terrestre l'éclairement E dû à l'étoile pendant son occultation par l'atmosphère planétaire sera donc plus faible que l'éclairement E_0 produit par l'étoile non occultée (fig. 28).

Cherchons le rapport E/E_0. Soit r la distance au centre de la planète à laquelle passerait un rayon stellaire en l'absence de réfraction. Par suite de la réfraction le chemin du rayon est incurvé dans l'atmosphère et en sortant de celle-ci il fait un angle δ avec le rayon initial. Si la distance entre deux rayons avant l'entrée dans l'atmosphère est dr, pour un observateur terrestre elle sera évidemment :

$$dy = \left(1 - l\,\frac{d\delta}{dr}\right) dr, \tag{21.9}$$

où l est la distance de la planète à la Terre (notons que $d\delta/dr < 0$). Etant donné que

$$E_0\,dr = E\,dy, \tag{21.10}$$

pour le rapport cherché des intensités on obtient

$$\frac{E_0}{E} = 1 - l\,\frac{d\delta}{dr}. \tag{21.11}$$

La quantité δ en fonction de r est donnée par la théorie de la réfraction. On sait que la trajectoire du rayon dans l'atmosphère est donnée par l'équation :

$$n(r')\,r'\sin\vartheta = r, \tag{21.12}$$

où ϑ est l'angle entre le rayon et le rayon vecteur, et $n(r')$, l'indice de réfraction à la distance r' au centre de la planète. En utilisant l'équation (21.12) on peut obtenir la formule suivante pour la quantité δ :

$$\delta = 2\int_1^{n(r_0)} \operatorname{tg}\vartheta\,\frac{dn}{n}, \tag{21.13}$$

où r_0 est la distance minimale du rayon au centre de la planète.

Pour calculer la quantité δ admettons que la densité des couches supérieures de l'atmosphère diminue avec l'augmentation de r' selon une loi exponentielle, c'est-à-dire

$$\rho(r') = \rho(R)\,e^{-\beta(r'-R)}, \tag{21.14}$$

où β est une certaine constante, et R, le rayon de la limite supérieure de la couche des nuages. Alors, l'indice de réfraction peut se mettre sous la forme

$$n(r') = 1 + b e^{-\beta(r'-R)}, \tag{21.15}$$

où b est la constante proportionnelle à la quantité $\rho(R)$.

En utilisant les formules (21.12) et (21.15), ainsi qu'en tenant compte de la petitesse de la quantité b devant 1, on tire approximativement de (21.13):

$$\delta = b\sqrt{2\pi\beta R}\, e^{-\beta(r-R)}. \qquad (21.16)$$

Cette expression de δ doit être portée dans la formule (21.11). Il en résulte:

$$\frac{E_0}{E} = 1 + lb\beta^{3/2}\sqrt{2\pi R}\, e^{-\beta(r-R)}. \qquad (21.17)$$

D'après les observations, la quantité E_0/E s'obtient sous forme de fonction du temps laquelle, compte tenu des circonstances de l'occultation de l'étoile par la planète, peut être représentée sous forme de fonction de la distance y. Aussi la relation théorique (21.7) entre la quantité E_0/E et r doit-elle être remplacée par la relation entre E_0/E et y. En dérivant (21.17) par rapport à y et en tenant compte de (21.10), on obtient

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{E_0}{E}\right) = -\beta\left(\frac{E_0}{E} - 1\right)\frac{E}{E_0}. \qquad (21.18)$$

L'intégration de cette équation donne

$$\frac{E_0}{E} + \ln\left(\frac{E_0}{E} - 1\right) = -\beta y + \text{const.} \qquad (21.19)$$

La comparaison des dépendances observée et théorique de E_0/E par rapport à y rend possible la détermination du paramètre β. Si l'on admet que la densité de l'atmosphère change d'après une loi barométrique, alors

$$\beta = \frac{\mu m_H g}{kT}, \qquad (21.20)$$

où μ est le poids moléculaire moyen et g, l'accélération de la pesanteur dans l'atmosphère. On peut donc trouver la quantité μ d'après la quantité β à l'aide de la formule (21.20). Ceci permet de se faire une certaine idée sur la composition chimique de l'atmosphère.

Cette méthode d'étude des couches supérieures des atmosphères planétaires a été appliquée à Vénus et Jupiter. En 1952 W. Baum et A. Code ont observé l'occultation de l'étoile σ Bélier par Jupiter et obtenu que $\beta = 0{,}12$ km^{-1}. En adoptant pour Jupiter $g = 2600$ cm/s^2 et $T = 86$ K, ils ont trouvé d'après la formule (21.20) pour le poids moléculaire moyen la valeur $\mu = 3{,}3$. Une valeur de μ aussi faible peut être expliquée par ce que les couches supérieures de l'atmosphère de Jupiter se composent essentiellement d'hydrogène moléculaire et d'hélium.

En 1959 on a observé l'occultation de Régulus par Vénus. En comparant entre elles les courbes de lumière observée et théorique de

l'étoile, G. de Vaucouleurs a trouvé que la « hauteur de l'atmosphère homogène » de Vénus est égale environ à 6 km, c'est-à-dire que $\beta \approx 0{,}17$ km^{-1}. Puisque pour Vénus $g = 850$ cm/s^2 et $T \approx 250$ K, la formule (21.20) donne $\mu \approx 38$. Cette valeur de μ ne se distingue pas beaucoup du poids moléculaire du gaz carbonique ($\mu = 44$) qui, comme nous le savons, est la composante principale de l'atmosphère de Vénus.

Bibliographie du Chapitre IV

1. AMBARTSOUMIAN V. Œuvres scientifiques, t. I. Erevan, Editions de l'Académie des Sciences de la R.S.S. d'Arménie, 1960 (en russe).
2. CHANDRASEKHAR S. Radiative Transfer. Oxford, 1950.
3. SOBOLEV V. Diffusion de la lumière dans les atmosphères des planètes. Moscou, Naouka, 1972 (en russe).
4. DEIRMENDJIAN D. Electromagnetic scattering on spherical polidispersion. 1969.
5. Planets and Satellits. Chicago, 1961.
6. MOROZ V. Physique de la planète Mars. Moscou, Naouka, 1978 (en russe).
7. MOROZ V. Physique des planètes. Moscou, Naouka, 1967 (en russe).
8. GOODY P. M. Atmospheric radiation. Oxford, 1964.
9. ALEXANDROV Y. Introduction à la physique des planètes. Kiev, Vychtcha Chkola, 1982 (en russe).
10. KOUZMINE A., MAROV M. Physique de la planète Vénus. Moscou, Naouka, 1974 (en russe).

CHAPITRE V

NÉBULEUSES GAZEUSES

La physique des nébuleuses gazeuses appartient aux branches les mieux étudiées de l'astrophysique. Ceci s'explique par les conditions physiques exceptionnellement simples dans les nébuleuses: faible densité de la matière et faible densité du rayonnement. Dans ces conditions de nombreux processus se déroulent sous la forme « pure », sans être soumis à des effets extérieurs.

La luminosité des nébuleuses gazeuses est due au rayonnement des étoiles chaudes. Une nébuleuse absorbe le rayonnement haute fréquence de l'étoile et le transforme en quanta de fréquences plus basses. C'est ainsi que dans les spectres des nébuleuses apparaissent des raies brillantes. En principe, les raies brillantes apparaissent de la même façon (bien que sous certains rapports plus compliquée) dans les spectres des étoiles du type Be, Wolf-Rayet, des novae et autres objets. Aussi les résultats tirés de l'étude des nébuleuses gazeuses sont-ils largement utilisés dans diverses branches de l'astrophysique.

Le processus de transformation du rayonnement haute fréquence des étoiles en quanta de fréquences plus basses implique que l'état des nébuleuses s'écarte fortement de l'équilibre thermodynamique. Ceci distingue nettement les nébuleuses des atmosphères stellaires pour lesquelles l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique s'avère suffisante en tant que première approximation de la réalité. L'étude des nébuleuses ne peut déjà plus recourir aux formules de Boltzmann et de Saha pour calculer la quantité des atomes dans des états différents, ou à la formule de Planck pour calculer l'intensité rayonnée sur des fréquences différentes. Dans chaque cas particulier les quantités citées devront être établies par l'analyse des processus élémentaires dont les nébuleuses réelles sont le siège. Nous supposerons en général que les nébuleuses sont stationnaires, c'est-à-dire que la distribution des atomes selon les états et le champ de rayonnement dans la nébuleuse ne changent pas avec le temps. Dans ces conditions il nous faudra naturellement recourir aux probabilités de divers processus élémentaires (c'est-à-dire aux probabilités des photo-ionisations, recombinaisons, collisions, etc.) calculées en physique théorique.

§ 22. Mécanisme de la luminosité des nébuleuses

1. Données d'observation. Plusieurs monographies [1], [2], [3], etc.) donnent un exposé détaillé des résultats des observations des nébuleuses gazeuses. Ici nous ne porterons notre attention que sur les faits essentiels.

Dans notre Galaxie les nébuleuses gazeuses forment deux groupes. Au premier appartiennent les *nébuleuses* dites *planétaires.* Au télescope elles se présentent le plus souvent sous la forme des disques ronds ou ovales qui rappellent les disques des planètes, ainsi que sous la forme d'anneaux. Au centre de la nébuleuse planétaire se trouve une étoile chaude généralement nommée *noyau.* Le deuxième groupe est constitué des nébuleuses diffuses de forme irrégulière. Dans la nébuleuse diffuse elle-même ou dans son voisinage on observe une ou plusieurs étoiles des premières classes spectrales.

Les dimensions des nébuleuses planétaires isolées sont connues avec une faible précision par suite des parallaxes peu sûres. Leur diamètre moyen est d'environ 10 000 unités astronomiques. Les dimensions des nébuleuses diffuses sont souvent bien plus grandes.

Les spectres des nébuleuses gazeuses se composent de raies brillantes isolées sur un faible fond continu. Les raies brillantes sont des raies d'hydrogène, d'hélium, d'hélium ionisé, ainsi que d'autres atomes et ions. Cependant les plus caractéristiques pour ces spectres sont les *raies* dites *nébulaires* principales N_1 et N_2 de longueurs d'onde 5006 et 4959 Å respectivement. Autrefois ces raies étaient attribuées au « nébulium », élément inconnu sur la Terre. Mais en 1928 I. Bowen a montré qu'il s'agit des raies interdites de l'oxygène deux fois ionisé. Dans les spectres des nébuleuses gazeuses on observe également de nombreuses autres raies interdites.

Le nombre de nébuleuses planétaires connues à ce jour atteint quelques centaines. Les disques de beaucoup d'entre elles ne sont pas visibles au télescope, et leur nature a été établie d'après la forme du spectre. Ce sont des nébuleuses soit très petites, soit très éloignées. Le nombre de nébuleuses diffuses connues s'est notablement accru grâce aux travaux de G. Shajn et V. Gazé. En photographiant le ciel sur un domaine étroit du spectre qui inclut la raie H_α, ils ont découvert un grand nombre de nébuleuses diffuses faiblement lumineuses.

Bien que l'énergie émise par les nébuleuses gazeuses se trouve surtout dans les raies spectrales isolées, les luminosités des nébuleuses sont très élevées. Ainsi, la magnitude photovisuelle absolue moyenne des nébuleuses planétaires est $M_n = -0{,}5$. Il importe de noter que généralement les nébuleuses planétaires sont sensiblement plus brillantes que leurs noyaux, c'est-à-dire $M_* - M_n > 0$. Cette différence atteint parfois jusqu'à sept magnitudes. Mais en moyenne $M_* - M_n \approx 3$.

Les étoiles qui provoquent la luminosité des nébuleuses gazeuses appartiennent aux classes spectrales les plus anciennes. Environ la moitié d'entre elles possède des spectres du type WR, bien qu'elles se distinguent des étoiles ordinaires du type Wolf-Rayet par une luminosité plus faible. Presque un quart des noyaux des nébuleuses planétaires ont des spectres sans aucune raie perceptible. Les calculs montrent que de tels spectres peuvent appartenir aux étoiles à grande accélération de la pesanteur à la surface et aux températures élevées (voir § 14). Les autres noyaux des nébuleuses planétaires se rapportent aux classes spectrales O et Of.

La luminosité des nébuleuses diffuses est due au rayonnement des étoiles des classes spectrales O, WR et B0, qui se situent au sein de la nébuleuse elle-même ou dans son voisinage. Les observations n'ont pas permis de déceler des nébuleuses diffuses dont la luminosité soit due aux étoiles des classes spectrales plus avancées que B0. Ceci résulte du fait que le rayonnement haute fréquence de ces étoiles est insuffisant pour rendre perceptible la luminosité de la nébuleuse dans le domaine visible du spectre.

Comme le montrent les observations, la matière dont sont constituées les nébuleuses planétaires s'éloigne du noyau, c'est-à-dire que les nébuleuses sont en expansion. Dans ces conditions les vitesses de leur expansion sont égales à quelques dizaines de kilomètres par seconde. Pour conclure à l'expansion des nébuleuses planétaires on s'est d'abord fondé sur les observations spectrales. Les raies d'émission dans les spectres des nébuleuses s'avèrent relativement étroites au bord de celles-ci et plus larges, et même dédoublées au centre. Dans l'hypothèse de l'expansion ceci s'explique par le fait qu'au bord de la nébuleuse la ligne de visée traverse la partie qui se déplace à la vitesse radiale nulle, alors qu'au centre elle traverse des régions dont l'une s'approche tandis que l'autre s'en éloigne de nous. Par la suite l'expansion des nébuleuses planétaires a été confirmée par la comparaison directe des photographies de certaines nébuleuses prises à un intervalle de quelques dizaines d'années. Ce fait a justifié l'hypothèse de la formation d'une nébuleuse planétaire par éjection de la matière à partir de son noyau.

2. Source de la luminosité des nébuleuses. Nous avons déjà dit que les nébuleuses gazeuses ont le siège de la transformation du rayonnement haute fréquence des étoiles en quanta de fréquences plus basses. Maintenant il nous faut élucider ce qui est à l'origine de ce processus. A cet effet considérons d'abord les propriétés du rayonnement parvenant de l'étoile en un point donné de la nébuleuse.

Admettons que l'étoile rayonne comme un corps noir de température T_*. Si tout le ciel était complètement couvert de telles étoiles, la densité de rayonnement à l'endroit donné de la nébuleuse serait égale à la densité de rayonnement en équilibre thermodynamique,

c'est-à-dire exprimée par la formule de Planck:

$$\rho_\nu^* = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_*}} - 1}. \tag{22.1}$$

En réalité, dans les nébuleuses la densité de rayonnement est bien plus petite que p_ν^*. Nous la mettrons sous la forme:

$$\rho_\nu = W\rho_\nu^*, \tag{22.2}$$

où W est le *facteur* dit de *dilution*. Il est évident que

$$W = \frac{\Omega}{4\pi}, \tag{22.3}$$

où Ω est l'angle solide sous lequel l'étoile se présente à partir du point donné de la nébuleuse (fig. 29). Notons r_* le rayon de l'étoile

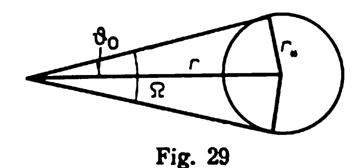


Fig. 29

et r, la distance du point considéré au centre de l'étoile. Etant donné que

$$\Omega = 2\pi \int_0^{\vartheta_0} \sin\vartheta \, d\vartheta = 2\pi (1 - \cos\vartheta_0),$$

et que $\sin\vartheta_0 = r_*/r$, on obtient

$$W = \frac{1}{2}\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r_*}{r}\right)^2}\right]. \tag{22.4}$$

Le rayonnement arrive au point situé à la surface de l'étoile à partir de la demi-sphère. Donc, dans notre cas (c'est-à-dire pour $r = r_*$) $W = 1/2$.

Pour les points situés à de grandes distances de l'étoile (c'est-à-dire pour $r \gg r_*$) on trouve à partir de la formule (22.4)

$$W = \frac{1}{4}\left(\frac{r_*}{r}\right)^2. \tag{22.5}$$

Notons que dans ce cas le facteur de dilution peut être représenté comme le rapport de la surface du disque de l'étoile πr_*^2 à la surface de la sphère de rayon r, c'est-à-dire à $4\pi r^2$.

Les rayons moyens des nébuleuses planétaires sont de l'ordre de 10^{17} cm, et les rayons de leurs noyaux, de l'ordre de 10^{10} cm. La densi-

té de rayonnement dans une nébuleuse planétaire devient donc environ 10^{14} fois plus faible que celle de rayonnement à la surface de l'étoile.

En intégrant la relation (22.2) sur toutes les fréquences et en appliquant la formule de Stefan-Boltzmann pour la densité intégrale de rayonnement en équilibre thermodynamique, on obtient l'expression suivante de la densité intégrale de rayonnement dans une nébuleuse :

$$\rho = WaT_*^4. \tag{22.6}$$

En mettant la quantité ρ sous la forme $\rho = aT_1^4$, on trouve

$$T_1 = W^{1/4}T_*. \tag{22.7}$$

Les températures des étoiles responsables de la luminosité des nébuleuses étant de l'ordre de quelques dizaines de milliers de kelvins, et les valeurs de W, comme nous venons de l'établir, de l'ordre de 10^{-14}, les valeurs de la température T_1 relative à la densité intégrale du rayonnement dans les nébuleuses sont en tout de l'ordre de quelques dizaines de kelvins.

Ainsi, la densité intégrale du rayonnement parvenant de l'étoile dans la nébuleuse est faible à l'extrême. Or, comme le montre la formule (22.2), la distribution relative de ce rayonnement selon les fréquences est la même que lors de sa sortie de l'étoile, c'est-à-dire correspond à une température T_* très élevée. De la sorte, le rayonnement parvenant de l'étoile dans la nébuleuse est caractérisé par un désaccord énorme entre la densité intégrale et la composition spectrale.

Si un rayonnement possédant cette propriété interagit avec la matière, alors, comme l'enseigne la thermodynamique, le rayonnement est redistribué selon les fréquences dans le sens de la distribution la plus probable. Autrement dit, dans ce cas les quanta de fréquences plus hautes doivent être transformés en quanta de fréquences plus basses. Ceci explique l'allure qualitative de la transformation du rayonnement dans les nébuleuses gazeuses.

3. Théorème de Rosseland. En passant à l'examen du processus de luminosité des nébuleuses du point de vue quantitatif nous admettrons d'abord que les atomes possèdent seulement trois niveaux d'énergie (1, 2 et 3). Parmi les transitions diverses qui se produisent sous l'action du rayonnement de l'étoile nous envisagerons deux processus cycliques réciproquement contraires :

$$\text{I. } 1 \to 3 \to 2 \to 1; \quad \text{II. } 1 \to 2 \to 3 \to 1.$$

Le premier de ces processus est associé à l'absorption d'un quantum de fréquence ν_{13} et à l'émission de deux quanta de fréquences plus basses ν_{12} et ν_{23}, et le deuxième, à l'absorption de deux quanta

de fréquences ν_{12} et ν_{23}, et à l'émission ultérieure d'un quantum de fréquence plus haute ν_{13}.

Trouvons le nombre de processus du premier et du deuxième genres qui se produisent dans une unité de volume d'une nébuleuse en 1 s. A cet effet utilisons les coefficients de transition d'Einstein A_{ki}, B_{ik} et B_{ki} et désignons par ρ_{ik} la densité de rayonnement de fréquence ν_{ik}.

Si n_1 est le nombre d'atomes en premier état dans 1 cm³, le nombre de transitions du premier état vers le troisième en 1 s dans 1 cm³ est $n_1 B_{13}\rho_{13}$. Du troisième état les transitions (spontanées et induites) sont possibles aussi bien vers le premier que vers le deuxième état. La part des transitions cherchées vers le deuxième état vaut

$$\frac{A_{32}+B_{32}\rho_{23}}{A_{31}+B_{31}\rho_{13}+A_{32}+B_{32}\rho_{23}}.$$

Une partie des atomes qui se sont trouvés dans le deuxième état passe dans le troisième état en absorbant le rayonnement, et une partie passe dans le premier état (spontanément ou sous l'action du rayonnement). Le rapport du nombre de transitions du deuxième état vers le premier au nombre total de transitions du deuxième état vaut

$$\frac{A_{21}+B_{21}\rho_{12}}{B_{23}\rho_{23}+A_{21}+B_{21}\rho_{12}}.$$

Ainsi, pour le nombre cherché de processus du premier genre on obtient

$$N_{\rm I}=n_1B_{13}\rho_{13}\frac{A_{32}+B_{32}\rho_{23}}{A_{31}+B_{31}\rho_{13}+A_{32}+B_{32}\rho_{23}}\,\frac{A_{21}+B_{21}\rho_{12}}{B_{23}\rho_{23}+A_{21}+B_{21}\rho_{12}}. \tag{22.8}$$

D'une façon analogue on trouve le nombre de processus du deuxième genre:

$$N_{\rm II}=n_1B_{12}\rho_{12}\frac{B_{23}\rho_{23}}{A_{21}+B_{21}\rho_{12}+B_{23}\rho_{23}}\,\frac{A_{31}+B_{31}\rho_{13}}{A_{31}+B_{31}\rho_{13}+A_{32}+B_{32}\rho_{23}}. \tag{22.9}$$

Pour le rapport entre le nombre de processus du deuxième genre et le nombre de processus du premier genre les relations (22.8) et (22.9) amènent la formule suivante:

$$\frac{N_{\rm II}}{N_{\rm I}}=\frac{B_{12}\rho_{12}B_{23}\rho_{23}\,(A_{31}+B_{31}\rho_{13})}{B_{13}\rho_{13}\,(A_{32}+B_{32}\rho_{23})\,(A_{21}+B_{21}\rho_{12})}. \tag{22.10}$$

Pour simplifier la formule obtenue introduisons les probabilités d'Einstein:

$$A_{ki}=B_{ik}\frac{g_i}{g_k}\sigma_{ik}, \quad B_{ki}=\frac{g_i}{g_k}B_{ik}, \tag{22.11}$$

où

$$\sigma_{ik}=\frac{8\pi h\nu_{ik}^3}{c^3}, \tag{22.12}$$

et g_i est le poids statistique de l'i-ième état (voir § 8). D'autre part, écrivons la quantité ρ_{ik} sous la forme

$$\rho_{ik} = W\sigma_{ik}\bar{\rho}_{ik}, \tag{22.13}$$

où

$$\bar{\rho}_{ik} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu_{ik}}{kT_*}} - 1}. \tag{22.14}$$

Il en résulte que la formule (22.10) se ramène à la forme

$$\frac{N_{II}}{N_I} = W \frac{\bar{\rho}_{12}\bar{\rho}_{23}(1 + W\bar{\rho}_{13})}{\bar{\rho}_{13}(1 + W\bar{\rho}_{12})(1 + W\bar{\rho}_{23})}. \tag{22.15}$$

Lorsque $W = 1$, la formule (22.15) donne

$$\frac{N_{II}}{N_I} = \frac{\frac{1}{\bar{\rho}_{13}} + 1}{\left(\frac{1}{\bar{\rho}_{12}} + 1\right)\left(\frac{1}{\bar{\rho}_{23}} + 1\right)} = \frac{e^{\frac{h\nu_{13}}{kT_*}}}{e^{\frac{h\nu_{12}}{kT_*}} \cdot e^{\frac{h\nu_{23}}{kT_*}}}. \tag{22.16}$$

Mais $\nu_{12} + \nu_{23} = \nu_{13}$. Aussi dans notre cas $N_{II}/N_I = 1$, comme il fallait s'y attendre.

Si $W \ll 1$, alors, compte tenu de ce que le facteur $\bar{\rho}_{12}\bar{\rho}_{23}/\bar{\rho}_{13}$ a une valeur de l'ordre de l'unité, on obtient

$$\frac{N_{II}}{N_I} \approx W. \tag{22.17}$$

De la sorte, le rapport du nombre de processus du deuxième genre au nombre de processus du premier genre s'avère de l'ordre de W. Ce résultat s'appelle ordinairement *théorème de Rosseland*.

Dans les nébuleuses planétaires $W \approx 10^{-14}$. Dans notre cas on peut donc parfaitement négliger le nombre de processus du deuxième genre par rapport au nombre de processus du premier genre. Autrement dit, les processus de transformation des quanta de hautes fréquences en quanta de fréquences plus basses sont bien plus fréquents dans les nébuleuses que les processus inverses.

4. Détermination des températures des étoiles d'après les raies d'hydrogène. Nous avons admis dans ce qui précède qu'une nébuleuse se compose d'atomes ne possédant que trois niveaux d'énergie. Considérons maintenant la luminosité d'une nébuleuse réelle composée d'atomes d'hydrogène.

En raison de la densité extrêmement faible de la nébuleuse la grande majorité des atomes se trouve dans l'état fondamental. Il s'ensuit que les nébuleuses sont opaques au rayonnement dans la série de Lyman, et parfaitement transparentes au rayonnement dans les séries de Balmer, de Paschen et d'autres séries subordonnées. De la

sorte, la nébuleuse absorbe l'énergie d'une étoile sur les fréquences de la série de Lyman, et à sa place émet des quanta dans les séries subordonnées (et en particulier, dans la série de Balmer observée), lesquels sortent sans obstacle de la nébuleuse. L'épaisseur optique de la nébuleuse étant assez grande, au-delà de la limite de la série de Lyman elle sera lumineuse dans les raies d'hydrogène, avant tout grâce à l'énergie de l'étoile au-delà de la limite de cette série (car l'énergie absorbée par la nébuleuse dans les raies de Lyman est bien plus faible).

Plus précisément, le processus de luminosité d'une nébuleuse d'hydrogène se déroule de la façon suivante. Sous l'action du rayonnement de l'étoile au-delà de la limite de la série de Lyman un atome d'hydrogène subit l'ionisation, c'est-à-dire qu'apparaissent un proton et un électron libre. Quelque temps plus tard l'électron libre est capturé par un proton quelconque. Supposons qu'il a été capturé à l'un des niveaux élevés. Le quantum ainsi apparu au-delà de la limite de la série subordonnée correspondante quitte la nébuleuse. Puis on observe une chaîne de transitions « en cascade » de l'électron d'un niveau à l'autre. La densité de rayonnement et de matière de la nébuleuse étant extrêmement faible, dans la grande majorité des cas cette chaîne de transitions n'est pas interrompue. Les quanta produits par ces transitions dans les raies des séries subordonnées quittent également la nébuleuse. Mais si l'électron a passé au premier niveau, le quantum apparu dans la raie de Lyman est absorbé dans la nébuleuse et l'électron se retrouve au niveau précédent. Il en résulte que tôt ou tard l'électron passera du niveau donné (à condition que ce ne soit pas le deuxième niveau) vers un niveau qui n'est pas le premier. On comprend aisément que la chaîne de transitions mentionnée doit finir par une transition vers le deuxième niveau avec formation d'un quantum de Balmer et par une transition ultérieure du deuxième niveau vers le premier avec formation d'un quantum dans la raie L_α.

Le quantum de Balmer quitte sans obstacle la nébuleuse. Quant au quantum L_α, il quitte également la nébuleuse, mais seulement après un long processus de diffusion.

Il s'ensuit qu'à partir de chaque quantum du continuum de Lyman absorbé et transformé par la nébuleuse, il se forme nécessairement un quantum de Balmer et un quantum dans la raie L_α (il se peut également qu'une certaine quantité de quanta se forme dans d'autres séries subordonnées).

A présent nous allons admettre qu'au-delà de la limite de la série de Lyman l'épaisseur optique de la nébuleuse est sensiblement plus grande que l'unité. Dans ce cas la nébuleuse absorbera et transformera tous les quanta L_c de l'étoile. Ainsi, le nombre de quanta L_c émis par l'étoile sera égal au nombre de quanta de Balmer émis par la nébuleuse.

D'après la luminosité d'une nébuleuse dans la série de Balmer on peut donc juger de la luminosité de l'étoile au-delà de la limite de la série de Lyman. En comparant la luminosité de la nébuleuse dans la série de Balmer avec la luminosité de l'étoile dans le domaine visible du spectre, nous comparons en fait la luminosité de l'étoile dans deux domaines du spectre éloignés l'un de l'autre (l'ultraviolet et le visible). Aussi cette comparaison permet-elle d'établir la température de l'étoile.

Désignons par I_ν^* l'intensité moyenne rayonnée par l'étoile. Alors le nombre de quanta émis par l'étoile dans l'intervalle de fréquences de ν à $\nu + d\nu$ est

$$4\pi r_*^2 \frac{\pi I_\nu^*}{h\nu} d\nu,$$

et donc, le nombre total de quanta $\mathrm{L_c}$ émis se calcule d'après la formule:

$$N_{\mathrm{L_c}}^* = 4\pi r_*^2 \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\pi I_\nu^*}{h\nu} d\nu, \tag{22.18}$$

où ν_0 est la fréquence de la limite de la série de Lyman.

Par ailleurs, le nombre de quanta de Balmer émis par la nébuleuse est

$$N_{\mathrm{Ba}} = \sum_{\mathrm{Ba}} \frac{E_i}{h\nu_i}, \tag{22.19}$$

où E_i est l'énergie totale émise par la nébuleuse dans l'i-ième raie de Balmer, et $h\nu_i$, l'énergie du quantum correspondant. Désignons par E_i^* l'énergie émise par l'étoile dans un intervalle de fréquence unitaire au voisinage de l'i-ième raie de Balmer, et composons les rapports adimensionnels:

$$A_i = \frac{E_i}{\nu_i E_i^*}, \tag{22.20}$$

qui peuvent être établis par observation. En portant (22.20) dans (22.19) et en tenant compte de ce que

$$E_i^* = 4\pi r_*^2 \pi I_{\nu_i}^*, \tag{22.21}$$

on obtient

$$N_{\mathrm{Ba}} = 4\pi r_*^2 \sum_{\mathrm{Ba}} A_i \frac{\pi I_{\nu_i}^*}{h}. \tag{22.22}$$

Dans le cas où l'épaisseur optique de la nébuleuse au-delà de la limite de la série de Lyman dépasse sensiblement l'unité

$$N_{\mathrm{Ba}} = N^*_{\mathrm{L_c}}. \qquad (22.23)$$

En appliquant les formules (22.18) et (22.22), on a donc:

$$\int_{\nu_0}^{\infty} I^*_\nu \frac{d\nu}{\nu} = \sum_{\mathrm{Ba}} A_i I^*_{\nu_i}. \qquad (22.24)$$

Admettons que l'intensité de rayonnement I^*_ν est donnée par la formule de Planck à température T_*. Alors, au lieu de (22.24) on a

$$\int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\nu^2 \, d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT_*}} - 1} = \sum_{\mathrm{Ba}} A_i \frac{\nu_i^3}{e^{\frac{h\nu_i}{kT_*}} - 1}. \qquad (22.25)$$

En procédant ici à la substitution

$$\frac{h\nu}{kT_*} = x, \quad \frac{h\nu_i}{kT_*} = x_i, \quad \frac{h\nu_0}{kT_*} = x_0, \qquad (22.26)$$

on obtient finalement

$$\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 \, dx}{e^x - 1} = \sum_{\mathrm{Ba}} A_i \frac{x_i^3}{e^{x_i} - 1}. \qquad (22.27)$$

La sommation du deuxième membre de cette formule concerne toutes les raies de la série de Balmer et le continuum de Balmer.

Nous avons déjà dit que les quantités A_i doivent être établies d'après les observations. On peut ensuite déterminer d'après la formule (22.27) la température de l'étoile T_*.

La méthode exposée pour la détermination des températures des étoiles a été proposée par H. Zanstra. Il a également appliqué cette méthode à la détermination des températures de trois noyaux des nébuleuses planétaires (NGC 6543, 6572, 7009). Il s'est avéré que la température de ces étoiles est très élevée (39 000, 40 000 et 55 000 K respectivement).

Pour obtenir la formule (22.27) on supposait que dans le continuum de Lyman toute l'énergie de l'étoile est absorbée par la nébuleuse. Si tel n'est pas le cas, au lieu de la formule (22.27) on a évidemment

$$\int_{x_0}^{\infty} \left[1 - e^{-\tau_0 \left(\frac{x_0}{x}\right)^3}\right] \frac{x^2 \, dx}{e^x - 1} = \sum_{\mathrm{Ba}} A_i \frac{x_i^3}{e^{x_i} - 1}, \qquad (22.28)$$

où τ_0 est l'épaisseur optique de la nébuleuse directement au-delà de la limite de Lyman. Ici on a tenu compte de ce que le coefficient

d'absorption de l'hydrogène est inversement proportionnel au cube de la fréquence. Avec $\tau_0 = \infty$ la formule (22.28) se transforme en formule (22.27). Si pour la nébuleuse donnée $\tau_0 \ll 1$ et la température de l'étoile est établie quand même à l'aide de la formule (22.27), on voit alors sans peine que la température obtenue est inférieure à la valeur vraie.

Pour obtenir la température de l'étoile à l'aide de l'équation (22.28) il faut au préalable déterminer l'épaisseur optique de la nébuleuse τ_0, ce qui est une tâche assez laborieuse. On emploie parfois l'équation (22.28) pour calculer la quantité τ_0 en adoptant pour la température de l'étoile la valeur obtenue d'une autre façon quelconque.

5. Rayonnement des étoiles dans l'ultraviolet. La luminosité des nébuleuses gazeuses dans les raies de nombreux atomes (toutefois pas de tous comme nous le verrons par la suite) apparaît de la même

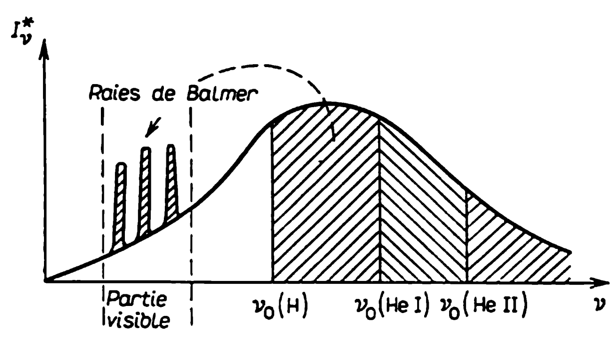


Fig. 30

façon que la luminosité dans les raies d'hydrogène due aux photoionisations et recombinaisons ultérieures. Ces atomes absorbent l'énergie de l'étoile au-delà des limites de ses séries principales et l'émettent en partie dans le domaine visible du spectre. Ainsi, brillent, en particulier, les nébuleuses dans les raies d'hélium et d'hélium ionisé.

La figure 30 schématise la distribution de l'énergie dans le spectre d'une étoile et indique les domaines du spectre dont l'énergie assure la luminosité des nébuleuses dans les raies d'hydrogène, d'hélium et d'hélium ionisé. Rappelons que l'énergie d'ionisation de H, He I et He II vaut respectivement 13,6, 24,6 et 54,4 eV, tandis que l'énergie des quanta de la partie visible du spectre est de l'ordre de 2 ou 3 eV. Par conséquent, la luminosité des nébuleuses dans les raies des atomes considérés est assurée par l'énergie de l'ultraviolet lointain de l'étoile.

La température des étoiles peut être établie aussi bien d'après les intensités des raies d'hydrogène que d'après les intensités des

raies de divers atomes produits par photo-ionisations et recombinaisons. Admettons qu'au-delà de la limite de la série fondamentale de l'atome donné la nébuleuse absorbe tous les quanta de l'étoile. Alors, le nombre de ces quanta (tout comme dans le cas de l'atome d'hydrogène) sera égal au nombre de quanta émis par la nébuleuse dans la deuxième série. Pour déterminer la température de l'étoile on obtient donc l'équation suivante, généralisation de l'équation (22.27),

$$\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2\,dx}{e^x-1} = Q \sum A_i \frac{x_i^3}{e^{x_i}-1}. \qquad (22.29)$$

Ici $x_0 = h\nu_0/kT_*$, et ν_0 est la fréquence d'ionisation à partir de l'état fondamental de l'atome considéré. La sommation du deuxième membre de l'équation (22.29) s'effectue selon les raies de cet atome dans le domaine visible du spectre, tandis que le facteur Q représente le rapport du nombre de quanta de la deuxième série au nombre de quanta dans les raies observées. Pour l'hydrogène, si on observe toutes les raies de la série de Balmer, $Q = 1$. Pour les autres atomes, la quantité Q peut être évaluée sur la base des calculs théoriques des raies d'émission (voir § 24). Il convient de noter que nul n'est besoin de connaître exactement la quantité Q, car une forte variation de l'intégrale du premier membre de l'équation (22.29) correspond à de faibles variations de la température.

La détermination de la température d'une étoile d'après les raies de différents atomes conduit, en général, à des résultats différents. Par exemple, pour le noyau de la nébuleuse NGC 7009 on a obtenu d'après les raies d'hydrogène une température de 55 000 K et d'après les raies d'hélium ionisé de 70 000 K. Dans certains cas la différence entre les températures est encore plus grande.

Pour expliquer ces résultats il faut admettre que l'intensité du rayonnement d'une étoile ne peut pas être présentée par la formule de Planck à la même température dans tous les domaines du spectre. Par ailleurs, les différences entre les températures déterminées d'après les raies de divers atomes peuvent être dues à l'absorption incomplète par la nébuleuse du rayonnement de l'étoile au-delà des limites des séries principales de certains atomes. Dans ce dernier cas, comme on l'a établi précédemment, l'équation (22.29) donne des valeurs minimisées de la température.

Dans l'application pratique de la méthode exposée pour la détermination des températures stellaires l'établissement des quantités A_i par comparaison des spectres de la nébuleuse et de l'étoile présente une grande difficulté. Pour cette raison la possibilité de déterminer T_* d'après le rapport des intensités des raies de deux atomes quelconques dans le spectre de la nébuleuse est d'un grand intérêt. Il est évident que dans ce cas la quantité T_* s'obtient en fait en compa-

19-01064

rant entre eux des secteurs du spectre de l'étoile au-delà des limites des séries principales de ces atomes.

Cette possibilité a été utilisée pour la première fois par V. Ambartsoumian qui a proposé de déterminer la température de l'étoile d'après le rapport des intensités des raies d'hydrogène H_β et d'hélium ionisé λ 4686 Å dans le spectre de la nébuleuse. Pour associer ce rapport à la quantité T_* nous pouvons utiliser l'équation (22.29) en l'écrivant d'abord pour l'hydrogène, ensuite pour l'hélium ionisé. Pour ce faire, dans le deuxième membre de l'équation (22.29) bornons-nous dans le premier cas à la raie H_β et dans le deuxième cas, à la raie λ 4686 Å. Les valeurs respectives de la quantité Q dans les deux cas seront proches, du fait que les atomes H et He^+ sont identiques, et les coefficients d'Einstein des probabilités des transitions $4 \to 2$ et $4 \to 3$ (qui s'accompagnent de l'émission des raies considérées) sont presque les mêmes. En divisant l'une des équations citées par l'autre on obtient donc, au facteur proche de l'unité près:

$$\frac{\int\limits_{x_0}^{4x_0} \frac{x^2\,dx}{e^x-1}}{\int\limits_{4x_0}^{\infty} \frac{x^2\,dx}{e^x-1}} = \frac{E_{H_\beta}}{E_{\lambda 4686}}, \tag{22.30}$$

où x_0 est la quantité déterminée pour l'hydrogène par la formule (22.26).

Les températures des étoiles déterminées d'après l'équation (22.30) s'avèrent très élevées. Pour le noyau de la nébuleuse NGC 7009 on a obtenu 115 000 K. Des températures aussi élevées sont probablement dues surtout à l'absorption incomplète par la nébuleuse du rayonnement de l'étoile au-delà de la limite de la série de Lyman. Une telle explication semble vraisemblable parce que dans les nébuleuses où l'hélium est ionisé deux fois, l'hydrogène doit être aussi fortement ionisé. Il s'ensuit que l'épaisseur optique de la nébuleuse au-delà de la limite de la série de Lyman peut être inférieure à l'unité.

Pour déterminer la température des étoiles d'après les raies d'émission des spectres des nébuleuses on peut faire appel non seulement aux raies d'hydrogène, d'hélium et d'hélium ionisé, mais encore à celles d'autres atomes (N III, C IV, etc.). Au lieu des températures on peut également déterminer simplement le nombre de quanta émis par l'étoile au-delà de la limite de la série principale des atomes. Dans ces conditions, pour les atomes à faible potentiel d'ionisation (H, He) il faut tenir compte de la possibilité d'absorption incomplète de tels quanta par la nébuleuse. Les quanta au-delà de la

limite des séries principales des atomes à grands potentiels d'ionisation sont d'habitude complètement absorbés par la nébuleuse. Ainsi, d'après les intensités des raies d'émission de divers atomes dans le domaine visible du spectre de la nébuleuse on peut trouver la distribution de l'énergie dans l'ultraviolet lointain de l'étoile.

6. Détermination des températures des étoiles d'après les raies de « nébulium ». Nous avons déjà dit que le mécanisme régissant la luminosité des nébuleuses gazeuses décrit plus haut (photo-ionisations avec recombinaisons ultérieures) n'est pas unique. Un autre mécanisme encore agit dans les nébuleuses, celui de la production de la luminosité dans les raies nébulaires principales N_1 et N_2, ainsi que dans d'autres raies du « nébulium ».

Le fait que la luminosité dans les raies N_1 et N_2 n'est pas due aux photo-ionisations est démontré par les considérations suivantes.

1. Si dans les raies N_1 et N_2 les quanta apparaissaient par émission au-delà de la limite de la série principale de l'oxygène deux fois ionisé, les températures des étoiles seraient très élevées, dans certains cas supérieures à un million de kelvins.

2. Il existe plusieurs nébuleuses planétaires dont les spectres ne comptent pas de raies d'hélium ionisé, ce qui s'explique par la faiblesse du rayonnement des noyaux au-delà de la série principale de cet ion. Si les raies N_1 et N_2 étaient dues à la photo-ionisation, alors dans le cas donné elles seraient absentes du fait que les potentiels d'ionisation de He^+ et de O^{++} coïncident presque. Cependant, les raies N_1 et N_2 des spectres de toutes les nébuleuses planétaires sont les plus intenses.

En réalité, la luminosité des nébuleuses gazeuses dans les raies du « nébulium » est produite par l'excitation des atomes provoquée par leurs collisions avec les électrons libres. Lorsque les transitions à partir des états déterminent l'apparition des quanta dans les raies considérées, les potentiels d'excitation de ces états sont très faibles (par exemple, 2,5 eV pour les raies N_1 et N_2). Les nébuleuses comportent donc un grand nombre d'électrons libres dont l'énergie suffit pour exciter les états mentionnés. Bien entendu, en fin de compte, la luminosité des nébuleuses dans les raies du « nébulium » se manifeste grâce au rayonnement de l'étoile, puisque les électrons libres acquièrent leur énergie dans les photo-ionisations.

Les températures des étoiles peuvent être déterminées aussi bien d'après la luminosité des nébuleuses dans les raies du « nébulium » que d'après la luminosité dans les raies produites par recombinaison. Les formules correspondantes ont été également obtenues par Zanstra. On a émis les hypothèses suivantes : 1) la plupart des électrons libres sont produits par photo-ionisations des atomes d'hydrogène ; 2) tous les quanta L_c de l'étoile sont absorbés par la nébuleuse ; 3) toute l'énergie reçue par les électrons lors de l'ionisation est utilisée pour l'excitation des raies de « nébulium ».

On sait que lors de l'ionisation d'un atome par rayonnement de fréquence ν l'énergie cinétique de l'électron arraché est égale à

$$\frac{1}{2} mv^2 = h\nu - h\nu_0,$$

où ν_0 est la fréquence d'ionisation de l'atome (dans notre cas, de l'hydrogène). Si la nébuleuse absorbe tout le rayonnement de l'étoile au-delà de la limite de la série de Lyman, l'énergie reçue par les électrons libres en 1 s vaut

$$4\pi r_*^2 \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\pi I_\nu^*}{h\nu} (h\nu - h\nu_0)\, d\nu.$$

D'autre part, l'énergie émise par la nébuleuse dans la raie de « nébulium » en 1 s peut être mise sous la forme:

$$4\pi r_*^2 \sum_{\text{Neb}} A_i \pi I_{\nu_i}^* \nu_i,$$

où A_i sont les quantités déterminées par la formule (22.20), alors que la sommation porte sur toutes les raies de « nébulium » excitées par le choc électronique.

Ces hypothèses étant avancées, les deux dernières quantités doivent être égales l'une à l'autre, c'est-à-dire qu'on doit avoir:

$$\int_{\nu_0}^{\infty} I_\nu^* (\nu - \nu_0) \frac{d\nu}{\nu} = \sum_{\text{Neb}} A_i I_{\nu_i}^* \nu_i. \tag{22.31}$$

En remplaçant ici la quantité I_ν^* par l'intensité de Planck, on obtient

$$\int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\nu^2 (\nu - \nu_0)}{e^{\frac{h\nu}{kT_*}} - 1} d\nu = \sum_{\text{Neb}} A_i \frac{\nu_i^4}{e^{\frac{h\nu_i}{kT_*}} - 1}, \tag{22.32}$$

ou en utilisant les notations (22.26),

$$\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 (x - x_0)}{e^x - 1} dx = \sum_{\text{Neb}} A_i \frac{x_i^4}{e^{x_i} - 1}. \tag{22.33}$$

Si les quantités A_i de la raie de « nébulium » sont connues de par les observations, la formule (22.33) permet de déterminer la température T_* de l'étoile.

En appliquant la méthode considérée aux noyaux des nébuleuses planétaires, Zanstra a obtenu la température de 39 000 K pour NGC 6543, 38 000 K pour NGC 6552 et 50 000 K pour NGC 7009. On voit que ces températures sont très proches des valeurs de T_* précitées, trouvées d'après les raies d'hydrogène.

Pour obtenir une estimation grossière des températures stellaires Zanstra a appliqué la méthode mentionnée sous une forme simplifiée. En utilisant la formule (22.33) et le fait que les raies N_1 et N_2 déterminent la partie principale de la luminosité visuelle d'une nébuleuse, il a obtenu la relation entre la température de l'étoile T_* et la différence des magnitudes du noyau et de la nébuleuse $m_* - m_n$. Il est clair que plus cette différence est grande, plus la température de l'étoile est élevée. D'après les valeurs observées de la différence $m_* - m_n$ on a établi les températures d'un grand nombre de noyaux des nébuleuses. Il s'est avéré que dans certains cas elles atteignent 100 000 K. Les températures élevées des étoiles obtenues par cette méthode sont confirmées généralement par d'autres caractéristiques, en particulier, par la forte intensité des raies He II dans les spectres des nébuleuses.

Les méthodes de la détermination de la température exposées dans ce paragraphe sont largement appliquées en astrophysique. Elles rendent possible non seulement la détermination de la température des noyaux des nébuleuses, mais encore de celle des étoiles à raies brillantes dans les spectres: des étoiles du type Be, Wolf-Rayet, novae, etc.

§ 23. Ionisation des atomes

1. Nombre de recombinaisons. Nous avons déjà établi que les nébuleuses gazeuses sont le siège de l'ionisation des atomes sous l'action du rayonnement des étoiles chaudes. D'autre part, les nébuleuses sont le siège des processus inverses, captures des électrons libres par les ions, c'est-à-dire la recombinaison des atomes. Le nombre d'ionisations peut être déterminé à l'aide du coefficient d'absorption du spectre continu introduit au § 5. Maintenant, nous allons déduire les formules de calcul du nombre de recombinaisons.

Soient n^+ et n_e, le nombre d'ions et le nombre d'électrons libres dans 1 cm³ respectivement, et $f(v)\,dv$, la fraction des électrons à vitesses de v à $v + dv$. Désignons par $\beta_i(v)$ la section efficace de la capture d'un électron à vitesse v à l'i-ième niveau. Alors, le nombre de captures des électrons à vitesses de v à $v + dv$ réalisées en 1 s dans 1 cm³ est:

$$n^+ n_e \beta_i(v)\, f(v)\, v\, dv.$$

Nous présenterons le nombre total de recombinaisons vers l'i-ième niveau dans 1 cm³ en 1 s sous la forme: $n_e n^+ C_i(T_e)$, où T_e est la température du gaz électronique. Il est évident que

$$C_i(T_e) = \int_0^\infty \beta_i(v)\, f(v)\, v\, dv. \tag{23.1}$$

La quantité $\beta_i(v)$ est liée au coefficient d'absorption dans le spectre continu par l'atome se trouvant à l'i-ième état. Pour établir cette liaison considérons l'état d'équilibre thermodynamique. Dans ce cas on observe le bilan détaillé local, pour lequel tout processus est équilibré par le processus inverse. En particulier, le nombre d'ionisations à partir de l'i-ième niveau lors de l'absorption des quanta à fréquences de ν à $\nu + d\nu$ doit être égal au nombre de captures à ce niveau des électrons à vitesses de v à $v + dv$; de plus

$$h\nu = \frac{1}{2} mv^2 + \chi_i. \tag{23.2}$$

Le nombre d'ionisations de l'i-ième niveau lors de l'absorption des quanta sur fréquences de ν à $\nu + d\nu$ dans 1 cm³ en 1 s vaut:

$$n_i k_{i\nu} \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right) \frac{c\rho_\nu}{h\nu} d\nu,$$

où n_i est le nombre d'atomes à l'état i; $k_{i\nu}$, le coefficient d'absorption par atome (le facteur entre parenthèses rend compte de l'absorption négative); ρ_ν, la densité de rayonnement sur la fréquence ν. D'après le principe du bilan détaillé, on a

$$n_e n^+ \beta_i(v) f(v) v\, dv = n_i k_{i\nu} \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right) \frac{c\rho_\nu}{h\nu} d\nu. \tag{23.3}$$

On sait qu'en équilibre thermodynamique la fonction $f(v)$ est définie par la formule de Maxwell, la densité de rayonnement ρ_ν, par la formule de Planck, et la distribution des atomes selon les états, par les formules de Boltzmann et de Saha. A l'aide des formules ci-dessus on obtient d'après la relation (23.3):

$$\beta_i(v) = \frac{h^2\nu^2}{c^2m^2v^2} \frac{g_i}{g^+} k_{i\nu}, \tag{23.4}$$

où g_i est le poids statistique de l'i-ième état de l'atome donné, et g^+, le poids statistique de l'état fondamental de l'ion.

La formule (23.4) donne justement la liaison cherchée entre les quantités $\beta_i(v)$ et $k_{i\nu}$. Pour la déduire, on a supposé qu'il y a équilibre thermodynamique, mais elle est, bien entendu, toujours vraie, puisque l'absorption et l'émission des quanta ne dépendent pas de la distribution des atomes selon les états et des quanta selon les fréquences.

En portant (23.4) dans (23.1), on obtient l'expression suivante du coefficient de recombinaison:

$$C_i(T_e) = \frac{g_i}{g^+} \frac{h^2}{c^2m^2} \int_0^\infty \frac{\nu^2}{v} k_{i\nu} f(v)\, dv. \tag{23.5}$$

Ici la fonction $f(v)$ est donnée par la formule de Maxwell à température T_e, c'est-à-dire

$$f(v)=\frac{4\pi m^3}{(2\pi mkT_e)^{3/2}}e^{-\frac{mv^2}{2kT_e}}v^2. \qquad (23.6)$$

Pour calculer la quantité $C_i(T_e)$ d'après la formule (23.5) il faut connaître le coefficient d'absorption de l'atome donné. Nous allons chercher $C_i(T_e)$ pour l'hydrogène. Dans ce cas le coefficient d'absorption $k_{i\nu}$ est donné par la formule (5.6). En portant (5.6) dans (23.5) et en utilisant également les formules (23.2) et (23.6), on obtient

$$C_i(T_e)=\frac{2^9\pi^5}{(6\pi)^{3/2}}\frac{e^{10}}{m^2c^3h^3}\left(\frac{m}{kT_e}\right)^{3/2}\frac{1}{i^3}e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}E_1\left(\frac{\chi_i}{kT_e}\right), \qquad (23.7)$$

où E_1x est une fonction exponentielle intégrale.

La formule (23.7) peut se récrire sous la forme

$$C_i(T_e)=3{,}22\cdot 10^{-6}M_i(T_e), \qquad (23.8)$$

où

$$M_i(T)=\frac{1}{T^{3/2}i^3}e^{\frac{\chi_i}{kT}}E_1\left(\frac{\chi_i}{kT}\right). \qquad (23.9)$$

Les valeurs de la fonction $M_i(T)\cdot 10^8$ sont consignées dans le Tableau 27.

D'une façon analogue on peut obtenir les coefficients de recombinaison pour d'autres atomes.

Tableau 27

Valeurs de la fonction $M_i(T)\cdot 10^8$

i	T, K					i	T, K				
	1000	5000	10 000	20 000	50 000		1000	5000	10 000	20 000	50 000
1	20	8,8	6,0	3,9	2,3	5	3,5	1,1	0,64	0,34	0,13
2	9,8	3,9	2,7	1,6	0,78	6	2,9	0,86	0,46	0,23	0,088
3	6,4	2,5	1,4	0,86	0,37	7	2,3	0,66	0,35	0,17	0,062
4	4,7	1,6	0,94	0,52	0,21	8	1,9	0,52	0,26	0,13	0,046

2. Degré d'ionisation dans une nébuleuse. En équilibre thermodynamique le degré d'ionisation des atomes est déterminé par la for-

mule de Saha. Dans les nébuleuses l'équilibre thermodynamique n'existe pas, il faut donc déduire une autre formule d'ionisation. Dans ce but nous utiliserons le fait que les nébuleuses sont stables, c'est-à-dire que les conditions physiques dans ces dernières ne changent pas avec le temps (en réalité elles changent, mais ce changement est très lent). Plus exactement, admettons que dans chaque volume le nombre d'ionisations est égal au nombre de recombinaisons.

L'ionisation des atomes dans les nébuleuses ayant lieu essentiellement à partir de l'état fondamental, le nombre d'ionisations réalisé sous l'action du rayonnement dans 1 cm³ en 1 s dans l'intervalle de fréquences de ν à $\nu + d\nu$ est

$$n_1 k_{1\nu} \frac{c\rho_\nu}{h\nu} d\nu.$$

La densité de rayonnement dans la nébuleuse ρ_ν est déterminée par la formule (22.2). Aussi obtient-on pour le nombre total d'ionisations qui se produisent en une unité de volume par unité de temps:

$$n_1 W \int_{\nu_1}^{\infty} k_{1\nu} \frac{c\rho_\nu^*}{h\nu} d\nu,$$

où ν_1 est la fréquence des ionisations depuis l'état fondamental.

Quant aux recombinaisons, elles se produisent à tous les niveaux. Leur nombre total dans 1 cm³ en 1 s est donc:

$$n_e n^+ \sum_1^{\infty} C_i (T_e).$$

En égalant les deux dernières expressions, on obtient

$$n_1 W \int_{\nu_1}^{\infty} k_{1\nu} \frac{c\rho_\nu^*}{h\nu} d\nu = n_e n^+ \sum_1^{\infty} C_i (T_e). \tag{23.10}$$

Cette formule rend justement possible la détermination du degré d'ionisation des atomes dans une nébuleuse, si l'on connaît les quantités $k_{1\nu}$ et $C_i (T_e)$. Mais on peut la simplifier sensiblement en recourant à la relation (23.5).

Récrivons au préalable la formule (23.10) sous la forme:

$$p n_1 W \int_{\nu_1}^{\infty} k_{1\nu} \frac{c\rho_\nu^*}{h\nu} d\nu = n_e n^+ C_i (T_e), \tag{23.11}$$

où par p on a désigné la part des captures au premier niveau. En tenant compte de la relation (23.5) et en admettant que la quantité ρ_ν^* est donnée par la formule de Planck à température T_* et la quanti-

té $f(v)$, par la formule de Maxwell à température T_e, au lieu de (23.11) on trouve

$$pn_1W\int_{\nu_1}^{\infty} k_{1\nu}\frac{\nu^2\,d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT_*}}-1}=$$

$$=\frac{g_1}{g^+}n_e n^+\frac{mh^3}{2\,(2\pi mkT_e)^{3/2}}\int_0^{\infty} k_{1\nu}\nu^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT_e}}v\,dv. \qquad (23.12)$$

Pour calculer les intégrales qui figurent dans la relation (23.12) il faut connaître la dépendance entre $k_{1\nu}$ et la fréquence. Pour divers atomes cette dépendance est différente ; nous admettrons cependant que pour tous les atomes $k_{1\nu}\sim 1/\nu^2$.

L'erreur due à cette supposition est relativement peu grande, tandis que les calculs deviennent sensiblement plus simples. Après l'intégration la formule (23.12) devient

$$\frac{n_e n^+}{n_1}=\frac{g^+}{g_1}pW\sqrt{\frac{T_e}{T_*}}\,\frac{2\,(2\pi mkT_*)^{3/2}}{h^3}\ln\left(1-e^{-\frac{h\nu_1}{kT_*}}\right)^{-1}. \qquad (23.13)$$

Dans les cas qui se présentent ordinairement dans la pratique $h\nu_1/kT_*\gg 1$. Au lieu de (23.13) on a donc

$$n_e\frac{n^+}{n_1}=\frac{g^+}{g_1}pW\sqrt{\frac{T_e}{T_*}}\,\frac{2\,(2\pi mkT_*)^{3/2}}{h^3}e^{-\frac{h\nu_1}{kT_*}}. \qquad (23.14)$$

C'est la forme définitive de la formule d'ionisation des nébuleuses.

Nous voyons que la formule (23.14) se distingue de la formule de Saha par la présence du facteur $pW\sqrt{T_e/T_*}$ dans le deuxième membre. Pour les nébuleuses gazeuses ce facteur est très petit. Cependant cela ne signifie pas que le degré d'ionisation n^+/n_1 est également petit. En réalité, dans les nébuleuses, le degré d'ionisation peut être très important du fait que la petitesse du facteur de dilution W est compensée par la petitesse de la concentration des électrons libres n_e.

Nous savons que dans les nébuleuses planétaires $W\approx 10^{-14}$, et dans ce qui suit nous montrerons que $n_e\approx 10^4\ \text{cm}^{-3}$. Selon la formule (23.14) dans le cas de l'hydrogène, pour $T_* > 20\,000$ K le degré d'ionisation est plus grand que l'unité. Et dans celui de l'hélium, pour $T_* > 33\,000$ K, $n^+/n_1 > 1$.

3. Ionisation dans une nébuleuse de grande épaisseur optique. La formule (23.14) n'est justifiée que lorsqu'au-delà de la limite de la série principale de l'atome donné l'épaisseur optique de la nébuleuse est inférieure à l'unité. Dans le cas contraire il faut tenir compte de l'absorption du rayonnement de l'étoile, ainsi que de la présence du

rayonnement diffus de la nébuleuse produit par les recombinaisons au premier niveau.

L'absorption du rayonnement de l'étoile sur le chemin jusqu'au point donné de la nébuleuse peut être prise en considération en introduisant dans le deuxième membre de la formule (23.14) le facteur $e^{-\tau}$, où τ est la distance optique à l'étoile au-delà de la limite de la série principale, distance qui correspond à un certain coefficient d'absorption moyen. On peut tenir compte approximativement des ionisations dues au rayonnement diffus de la nébuleuse en rejetant dans le deuxième membre de la formule (23.10) le terme relatif aux recombinaisons vers le premier niveau (car dans les nébuleuses de grande profondeur optique les recombinaisons vers le premier niveau sont compensées par les ionisations par absorption du rayonnement diffus). On voit sans peine que dans ce cas dans le deuxième membre de la formule (23.14), au lieu du facteur p, doit figurer le facteur $p/(1-p)$. Pour un atome d'hydrogène, la part des captures au premier niveau est proche de la moitié ; il s'ensuit que le facteur $p/(1-p)$ est proche de l'unité. Nous admettrons que pour les autres atomes aussi ce facteur est environ égal à l'unité. Vu tout ce qui vient d'être dit, la formule (23.14) peut s'écrire :

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = \frac{g^+}{g_1} W \sqrt{\frac{T_e}{T_*}} \frac{2(2\pi m k T_*)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{h\nu_1}{kT_*}} e^{-\tau}. \qquad (23.15)$$

Il est intéressant de se demander comment varie le degré d'ionisation n^+/n_1 avec la variation de la distance r à l'étoile. Pour simplifier son analyse envisageons une nébuleuse planétaire dont l'épaisseur est petite devant son rayon. On peut alors considérer que le facteur de dilution dans la nébuleuse est constant (W = const). Admettons d'autre part que la concentration des atomes dans la nébuleuse est constante elle aussi (n = const).

Notre calcul concernera l'hydrogène. Toutefois, les résultats seront justifiés en principe pour tous les atomes qui, dans les nébuleuses, sont susceptibles d'une forte absorption au-delà des limites de leurs séries principales.

Désignons par x la part des atomes ionisés, c'est-à-dire posons :

$$n^+ = xn, \quad n_1 = (1-x)\,n, \quad n_e = xn. \qquad (23.16)$$

Alors, au lieu de la formule (23.15) on obtient

$$\frac{x^2}{1-x} = \frac{g^+}{g_1} \frac{W}{n} \sqrt{\frac{T_e}{T_*}} \frac{2(2\pi m k T_*)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{h\nu_1}{kT_*}} e^{-\tau}. \qquad (23.17)$$

La distance optique τ qui figure dans cette formule est

$$\tau = nk \int_{r_1}^{r} (1-x)\,dr, \qquad (23.18)$$

où k est le coefficient d'absorption moyen, et r_1, le rayon de la limite intérieure de la nébuleuse.

Des relations (23.17) et (23.18) on tire aisément l'équation différentielle qui associe les quantités x et r. En calculant le logarithme, puis en dérivant la relation (23.17), on trouve

$$\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{1-x}\right) dx = -d\tau. \qquad (23.19)$$

A l'aide de (23.18) on en tire

$$\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{1-x}\right) \frac{dx}{1-x} = -nk\, dr. \qquad (23.20)$$

L'intégration de l'équation (23.20) donne

$$2 \ln \frac{x_0}{1-x_0} \frac{1-x}{x} + \frac{1}{1-x_0} - \frac{1}{1-x} = nk(r-r_1). \qquad (23.21)$$

où x_0 est la valeur de la quantité x pour $\tau = 0$.

Le Tableau 28 donne à titre d'exemple les valeurs de la quantité $nk\,(r - r_1)$ calculées d'après la formule (23.21) pour des valeurs

Tableau 28

Part des atomes ionisés x en fonction de r et τ

x	$nk\,(r-r_1)$	τ	x	$nk\,(r-r_1)$	τ
0,999	0	0	0,900	999	4,7
0,997	669	1,1	0,700	1009	6,4
0,990	907	2,3	0,500	1012	7,6
0,970	963	3,5			

différentes de x. De plus on a adopté que $1 - x_0 = 0{,}001$. Le tableau donne aussi les valeurs de la quantité τ calculées d'après la formule

$$\tau = \ln \left(\frac{x_0}{x}\right)^2 \frac{1-x}{1-x_0}, \qquad (23.22)$$

qui se déduit de (23.17).

Les formules ci-dessus et le tableau montrent que la quantité x reste proche de l'unité jusqu'à la valeur de r déterminée par la formule

$$nk(r-r_1) \approx \frac{1}{1-x_0}, \qquad (23.23)$$

après quoi elle décroît brusquement dans un intervalle relativement petit de la variation de r. Les valeurs de r données par la formu-

le (23.23) correspondent aux valeurs de τ de l'ordre de quelques unités.

Le résultat obtenu est rendu parfaitement clair par des considérations physiques. Lorsque la distance optique τ devient de l'ordre de l'unité, le degré d'ionisation diminue, c'est-à-dire que le nombre d'atomes neutres augmente. A son tour, la croissance du nombre d'atomes neutres conduit à l'augmentation de la distance optique τ.

Ainsi, une nébuleuse peut être divisée en deux régions : intérieure, où le degré d'ionisation est élevé $\left(\frac{n^+}{n_1} \gg 1\right)$, et extérieure, où il est faible $\left(\frac{n^+}{n_1} \ll 1\right)$, la limite entre ces régions étant très nette. La première région brille dans les raies de l'atome donné, qui sont dues aux photo-ionisations et recombinaisons. La deuxième ne brille pas

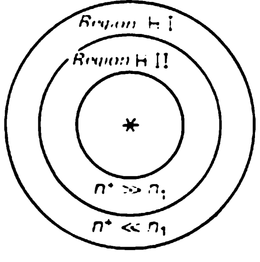


Fig. 31

dans ces raies. Dans le cas de l'atome d'hydrogène, la première de ces régions s'appelle ordinairement région H II, et la deuxième, région H I (fig. 31).

Si la température de l'étoile est assez élevée pour provoquer la deuxième ionisation de l'atome donné, alors la nébuleuse peut être divisée en trois régions. Dans la première, la plus proche de l'étoile, il existe surtout des atomes ionisés deux fois et la luminosité se produit dans les raies de l'atome ionisé une fois. La région suivante comprend essentiellement des atomes ionisés une fois, et elle brille dans les raies de l'atome neutre. La dernière région ne contient que les atomes neutres et elle ne brille pas du tout dans les raies de l'élément donné d'origine recombinatoire.

Ce qui vient d'être dit signifie que les nébuleuses doivent être le siège d'une « stratification » du rayonnement. Cette conclusion théorique est confirmée par les observations : les images des nébuleuses planétaires obtenues avec un spectrographe sans fente ont des grandeurs différentes dans différentes raies. De plus, comme il fallait s'y attendre, les dimensions des images sont en général d'autant plus petites que le potentiel d'ionisation de l'atome est plus élevé. Par exemple, les dimensions des images des nébuleuses dans

les raies d'hélium ionisé sont sensiblement plus petites que dans les raies d'hélium neutre.

4. Bilan énergétique des électrons libres. En déduisant la formule d'ionisation nous avons admis que le nombre d'électrons libres de chaque volume élémentaire d'une nébuleuse ne varie pas avec le temps. Maintenant, examinons encore une équation de stationnarité importante qui traduit la loi de la conservation de l'énergie des électrons libres. Nous pourrons ainsi obtenir la dépendance entre la température de l'étoile et la température électronique de la nébuleuse [4].

Nous admettons que les électrons libres apparaissent lors de la photo-ionisation des atomes d'hydrogène. Notons ε l'énergie moyenne acquise par un électron lors d'une photo-ionisation. Puisque le nombre d'ionisations doit être égal à celui de recombinaisons, la quantité d'énergie reçue par les électrons dans 1 cm³ en 1 s est $\varepsilon n_e n^+ \sum_1^\infty C_i$.

Les électrons libres débitent leur énergie par des moyens différents. Une certaine partie de leur énergie est employée pour rayonner dans le spectre continu lors des recombinaisons et des transitions free-free. Cette partie de l'énergie est notée

$$n_e n^+ \left(\sum_1^\infty C_i \varepsilon_i + f\right),$$

où ε_i est l'énergie moyenne d'un électron libre capturé à l'i-ième niveau. Une autre partie des électrons libres que nous noterons E est dépensée pour exciter la luminosité dans les raies du « nébulium » (au paragraphe précédent nous avons admis que ceci absorbe toute l'énergie reçue par les électrons libres lors des photo-ionisations). Enfin, les électrons libres peuvent dépenser leur énergie pour exciter les atomes d'hydrogène. Bien que l'énergie nécessaire pour l'excitation d'un atome d'hydrogène soit grande, ces atomes sont très nombreux, de sorte que lors des collisions avec ces atomes la perte d'énergie par les électrons libres doit être prise en considération. Nous désignerons par $n_1 n_e D_i$ le nombre d'excitations de l'i-ième niveau de l'hydrogène, et par $n_1 n_e D_c$, le nombre d'ionisations de l'atome d'hydrogène produites dans 1 cm³ en 1 s par des collisions avec des électrons libres. L'énergie perdue dans ces collisions par les électrons libres est égale à

$$n_1 n_e \left(\sum_2^\infty D_i h\nu_{1i} + D_c h\nu_{1c}\right).$$

D'après la loi de la conservation de l'énergie on a

$$\varepsilon n_e n^+ \sum_1^\infty C_i = n_e n^+ \left(\sum_1^\infty C_i \varepsilon_i + f\right) + \\ + E + n_1 n_e \left(\sum_2^\infty D_i h\nu_{1i} + D_c h\nu_{1c}\right). \quad (23.24)$$

Considérons pour simplifier que dans une nébuleuse la température est partout la même. Alors, en intégrant la relation (23.24) sur tout le volume de la nébuleuse, on obtient

$$\bar{\varepsilon} \sum_1^\infty C_i \int n_e n^+ \, dV = \left(\sum_1^\infty C_i \varepsilon_i + f\right) \int n_e n^+ \, dV + \\ + \int E \, dV + \left(\sum_2^\infty D_i h\nu_{1i} + D_c h\nu_{1c}\right) \int n_1 n_e \, dV, \quad (23.25)$$

où $\bar{\varepsilon}$ est l'énergie transmise à l'électron par photo-ionisation, moyenne pour toute la nébuleuse.

Il est commode d'exprimer l'énergie émise par la nébuleuse dans les raies de « nébulium » à l'aide de l'énergie émise par la nébuleuse dans une raie de Balmer quelconque, par exemple, dans la raie H_β. Cela donne

$$\int E \, dV = \frac{I_{\text{Neb}}}{I_{H_\beta}} A_{42} h\nu_{24} \int n_4 \, dV, \quad (23.26)$$

où $I_{\text{Neb}}/I_{H_\beta}$ est le rapport des intensités des raies de « nébulium » et H_β dans le spectre de la nébuleuse. Mais la quantité n_k qui donne le nombre d'atomes d'hydrogène au k-ième état dans 1 cm^3 doit être proportionnelle à $n_e n^+$ car le remplissage des niveaux de l'atome d'hydrogène a lieu par recombinaisons. En introduisant la notation $n_k = z_k n_e n^+$ (pour la détermination des nombres z_k voir le paragraphe suivant), au lieu de (23.26) on obtient

$$\int E \, dV = \frac{I_{\text{Neb}}}{I_{H_\beta}} A_{42} h\nu_{24} z_4 \int n_e n^+ \, dV. \quad (23.27)$$

En portant (23.27) dans (23.25), il vient

$$\bar{\varepsilon} \sum_1^\infty C_i = \sum_1^\infty C_i \varepsilon_i + f + \frac{I_{\text{Neb}}}{I_{H_\beta}} A_{42} h\nu_{24} z_4 + \\ + \frac{\bar{n}_1}{n^+} \left(\sum_2^\infty D_i h\nu_{1i} + D_c h\nu_{1c}\right), \quad (23.28)$$

où

$$\frac{\bar{n}_1}{n^+}=\frac{\int n_1 n_e\,dV}{\int n_e n^+\,dV}. \tag{23.29}$$

L'équation (23.28) peut être envisagée pour deux cas limites. Dans le premier cas supposons que l'épaisseur optique de la nébuleuse dans le continuum de Lyman est faible ($\tau_0 \ll 1$). Alors l'ionisation des atomes d'hydrogène sera due surtout à l'action du rayonnement provenant directement de l'étoile, et la quantité $\bar{\varepsilon}$ sera :

$$\bar{\varepsilon}=\frac{\int\limits_{\nu_1}^{\infty}(h\nu-h\nu_1)\frac{\rho_\nu^*}{h\nu}k_{1\nu}\,d\nu}{\int\limits_{\nu_1}^{\infty}\frac{\rho_\nu^*}{h\nu}k_{1\nu}\,d\nu}. \tag{23.30}$$

On sait que pour l'hydrogène $k_{1\nu}\sim 1/\nu^3$. En mettant la quantité $\bar{\varepsilon}$ sous la forme

$$\bar{\varepsilon}=AkT_*, \tag{23.31}$$

où k est la constante de Boltzmann, on obtient pour la quantité A :

$$A=\frac{\int\limits_{x_0}^{\infty}\frac{dx}{e^x-1}}{\int\limits_{x_0}^{\infty}\frac{dx}{x(e^x-1)}}-x_0, \tag{23.32}$$

où $x_0 = h\nu_1/kT_*$.

Dans le deuxième cas admettons que l'épaisseur optique de la nébuleuse au-delà de la limite de la série de Lyman est grande ($\tau_0 \gg 1$). L'ionisation est alors due aussi bien au rayonnement issu directement de l'étoile qu'au rayonnement diffusé par la nébuleuse elle-même. Cependant, pour de grandes valeurs de τ_0, on peut admettre que tous les quanta émis lors de la capture des électrons au premier niveau sont absorbés par la nébuleuse, c'est-à-dire que le nombre d'ionisations produites sous l'action du rayonnement diffusé est égal à $C_1\int n_e n^+ dV$, tandis que l'énergie que les électrons émettent dans ces conditions est $C_1\varepsilon_1\int n_e n^+ dV$. Aussi dans notre cas le rayonnement diffus de la nébuleuse peut-il ne pas être pris en considération. Il faut seulement dans l'équation (23.28) sommer

les quantités C_i et $C_i\varepsilon_i$ non pas sur 1 mais sur 2. Pour la quantité A on trouve maintenant

$$A = \frac{\int\limits_{x_0}^{\infty} \frac{x^3\,dx}{e^x-1}}{\int\limits_{x_0}^{\infty} \frac{x^2\,dx}{e^x-1}} - x_0. \tag{23.33}$$

Les valeurs de la quantité A calculées d'après les formules (23.32) et (23.33) sont données dans le Tableau 29.

Tableau 29

Valeurs de la quantité A

$T_*/1000$	I		II	
	A	$AT_*/1000$	A	$AT_*/1000$
20	0,90	18	1,24	25
40	0,83	33	1,46	58
60	0,77	46	1,63	98
80	0,71	57	1,76	141

Ce tableau montre que dans l'intervalle adopté des températures stellaires, dans le deuxième cas l'énergie $\bar{\varepsilon}$ est à peu près deux fois plus grande que dans le premier. Et comme le nombre de captures au premier niveau constitue environ la moitié du nombre total de captures, dans les deux cas l'équation (23.28) doit donner des résultats proches entre eux.

En retenant le deuxième des cas envisagés (bien qu'il ne se réalise pas toujours) posons en complétant l'égalité (23.31):

$$\sum_2^{\infty} C_i\varepsilon_i + f = BT_e k \sum_2^{\infty} C_i, \tag{23.34}$$

$$A_{42} h\nu_{24} z_4 = Ck \sum_2^{\infty} C_i, \tag{23.35}$$

$$\sum_2^{\infty} D_i h\nu_{1i} + D_c h\nu_{1c} = Dk \sum_2^{\infty} C_i. \tag{23.36}$$

Alors, au lieu de l'équation (23.28) on obtient

$$AT_* = BT_e + C\,\frac{I_{\mathrm{Neb}}}{I_{\mathrm{H}\beta}} + D\,\frac{\bar{n}_1}{n^+}. \tag{23.37}$$

La relation (23.37) est celle que l'on cherche. Elle associe entre elles la température de l'étoile T_* et la température électronique de la nébuleuse T_e. Le coefficient A qui figure dans cette relation dépend seulement de T_* et est donné par le Tableau 29. Les coefficients B, C et D dépendent seulement de T_* et sont consignés dans le Tableau 30.

Tableau 30

Coefficients B, C et D

$T_e/1000$	B	$BT_e/1000$	$C/1000$	$D/1000$
5	1,02	5	3	0,001
7,5	1,04	8	3	3,0
10	1,06	11	3	$2,5 \cdot 10^2$
12,5	1,08	14	3	$2,5 \cdot 10^3$
15	1,10	17	3	$1,6 \cdot 10^4$

Si la température T_* de l'étoile est connue, la relation (23.37) permet de trouver la température électronique de la nébuleuse T_e. A cet effet il faut connaître également les quantités $I_{\text{Neb}}/I_{H_\beta}$ et $\bar{n}_1/n^+$ fournies par les observations. Les raies N_1 et N_2 étant les plus brillantes dans les spectres des nébuleuses, on a approximativement $I_{\text{Neb}}/I_{H_\beta} \approx I_{N_1+N_2}/I_{H_\beta} = 4I_{N_2}/I_{H_\beta}$. Pour ce qui est de la quantité $\bar{n}_1/n^+$, en utilisant les formules (23.29) et (23.15) on peut la mettre sous la forme :

$$\frac{\bar{n}_1}{n^+} = \left(\frac{n_1}{n^+}\right)_0 \left[\ln\left(\frac{n^+}{n_1}\right)_0 + 1\right], \tag{23.38}$$

où $(\bar{n}^+/n_1)_0$ est le degré d'ionisation déterminé par la formule usuelle (c'est-à-dire par la formule (23.15) pour $\tau = 0$). Il convient de noter qu'il suffit de connaître approximativement la quantité $\bar{n}_1/n^+$, le coefficient D variant très vite avec la température électronique.

Le Tableau 31 donne les résultats de l'application de la relation (23.37) pour déterminer les températures électroniques de plusieurs nébuleuses planétaires. La première colonne du tableau indique le numéro de la nébuleuse, la deuxième, la valeur de T_e, et les trois colonnes suivantes, les parts de l'énergie des électrons libres absorbée respectivement par le rayonnement dans le spectre continu, l'excitation des raies de « nébulium » et les collisions inélastiques avec les atomes d'hydrogène.

L'avant-dernière colonne du Tableau 31 consigne les valeurs adoptées des températures des noyaux des nébuleuses établies d'après

Tableau 31

Températures électroniques des nébuleuses et températures de leurs noyaux

Objet	T_e, K	Spectre continu	Nébulium	Hydrogène	T_* d'après les raies de nébulium, K	T_* corrigé, K
NGC 7672	14 000	0,10	0,30	0,60	59 000	76 000
NGC 7009	10 000	0,15	0,55	0,30	40 000	45 000
NGC 6572	13 000	0,15	0,40	0,45	40 000	48 000
NGC 6826	9 000	0,25	0,60	0,15	27 000	29 000
ICII 4593	10 000	0,30	0,60	0,10	24 000	25 000
NGC 6543	11 000	0,20	0,30	0,50	33 000	41 000

les raies de « nébulium », c'est-à-dire d'après l'équation (22.33). En écrivant cette équation nous avons supposé que toute l'énergie transmise aux électrons libres par photoionisation est débitée pour exciter les raies de « nébulium ». En fait ceci n'absorbe qu'une partie de l'énergie égale à $CI_{\text{Neb}}/AT_*I_{H_\beta}$. Nous pouvons donc préciser la méthode de détermination des températures des étoiles d'après les raies de « nébulium » en introduisant cette part sous la forme d'un facteur dans le premier membre de l'équation (22.33). Les températures des noyaux établies compte tenu de cette correction sont données dans la dernière colonne du Tableau 31. On voit sans peine que la méthode décrite de la détermination des températures des étoiles d'après les raies de « nébulium » devient équivalente à celle de la détermination de leurs températures d'après les raies d'hydrogène.

D'après le Tableau 31 les températures électroniques des nébuleuses planétaires sont bien inférieures aux températures de leurs noyaux. Ceci provient de ce qu'une part importante de l'énergie transmise aux électrons libres par photoionisation est dépensée par leurs collisions inélastiques avec divers atomes. Dans ces conditions, les collisions avec les atomes à faibles potentiels d'ionisation (surtout avec les ions O^{++}) sont responsables du refroidissement du gaz électronique.

Les valeurs définies de T_e sont les températures électroniques moyennes dans les zones de H II. Cependant, les valeurs de T_e dans les différentes parties d'une nébuleuse peuvent être très différentes du fait de la variation aussi bien dans les valeurs de la quantité ε que dans les concentrations des atomes et des ions dont les collisions provoquent le refroidissement du gaz électronique. Comme le montrent les calculs, les températures électroniques dans les zones H I sont sensiblement plus basses que dans les zones H II.

Au § 25 nous exposerons d'autres méthodes de la détermination des températures électroniques des nébuleuses (d'après le rapport

des intensités des raies interdites). Les valeurs de T_e trouvées d'après ces méthodes sont à peu près les mêmes que celles données dans le Tableau 31. Si l'on admet que la température électronique de la nébuleuse est connue, la température de l'étoile peut être calculée d'après la relation (23.37). Il convient de souligner que cette température caractérise l'énergie de l'étoile dans le continuum de Lyman lui-même, et non pas son rapport à l'énergie dans le domaine visible du spectre, comme la température obtenue par la méthode de Zanstra.

Nous verrons par la suite (au Chapitre VII) que l'examen du bilan énergétique des électrons libres s'emploie également pour l'étude du gaz interstellaire, surtout pour l'établissement des températures électroniques.

§ 24. Excitation des atomes

1. Excitation par photo-ionisations et recombinaisons. Dans les nébuleuses l'excitation des atomes est due soit aux photo-ionisations et aux recombinaisons ultérieures, soit aux collisions. Pour l'instant nous examinerons le premier de ces mécanismes, et pour simplifier nous l'appliquerons à un atome d'hydrogène. Le rôle des collisions dans l'excitation des atomes sera examiné plus loin.

Le calcul du degré d'excitation des atomes dans les nébuleuses ne présente pas de grandes difficultés. Dans les conditions des nébuleuses, les probabilités des transitions depuis les états excités sous l'action du rayonnement et des collisions sont très inférieures aux probabilités des transitions spontanées (à l'exception des transitions depuis les niveaux très élevés). Après les photo-ionisations et les recombinaisons les atomes n'effectuent donc que des transitions « en cascade » d'un niveau à un autre (c'est-à-dire une chaîne des transitions spontanées depuis l'état excité vers le premier état). Les quanta dans les raies des séries subordonnées dus à ces transitions quittent la nébuleuse sans obstacle. Il s'ensuit qu'après avoir établi les populations des niveaux on peut également calculer sans peine les intensités des raies d'émission.

Pour calculer le nombre d'atomes en différents états il faut composer les équations de stationnarité qui traduisent le fait que le nombre de transitions vers l'état donné est égal au nombre de transitions depuis cet état.

Le nombre de transitions à l'i-ième état qui se réalisent dans 1 cm³ en 1 s vaut

$$n_e n^+ C_i (T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} + n_1 B_{1i} \rho_{1i}.$$

Ici le premier terme représente le nombre de captures directement à l'i-ième niveau ; le deuxième, le nombre de transitions spontanées depuis les états discrets plus élevés; le troisième, le nombre de transitions depuis le premier état sous l'action du rayonnement dans la raie de Lyman.

Depuis l'i-ième état il n'y a pratiquement que des transitions spontanées vers le bas. Le nombre de ces transitions dans 1 cm³ en 1 s est

$$n_i \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik}.$$

En égalant les deux dernières expressions on obtient

$$n_i \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} = n_c n^+ C_i (T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} + n_1 B_{1i} \rho_{1i} \quad (i = 2,\ 3,\ 4,\ \ldots). \tag{24.1}$$

La quantité ρ_{1i} qui représente la densité de rayonnement dans la raie de Lyman ne nous est pas connue à l'avance. Examinons donc deux cas limites de l'équation (24.1).

Dans le cas A supposons que l'épaisseur optique de la nébuleuse dans les raies de Lyman est très petite par rapport à 1. Alors, la densité de rayonnement ρ_{1i} sera faible elle aussi. Donc, en négligeant le dernier terme de chacune des équations (24.1) on trouve:

$$n_i \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} = n_c n^+ C_i (T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \quad (i = 2,\ 3,\ 4,\ \ldots). \tag{24.2}$$

Dans le cas B qui pour les nébuleuses observées est bien plus proche de la réalité que le cas précédent, l'épaisseur optique de la nébuleuse dans les raies de Lyman est considérée comme très grande. Dans ce cas presque tous les quanta provenant de la transition $i \to 1$ sont absorbés lors de la transition inverse, c'est-à-dire $n_i A_{i1} = n_1 B_{1i} \rho_{1i}$. Par conséquent, au lieu du système d'équations (24.1) on a

$$n_i \sum_{k=2}^{i-1} A_{ik} = n_c n^+ C_i (T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \quad (i = 3,\ 4,\ 5,\ \ldots). \tag{24.3}$$

De la sorte, dans les deux cas nous avons abouti au système d'équations algébriques linéaires par rapport aux nombres $z_i = n_i / n_c n^+$.

Le système d'équations (24.3) a été résolu approximativement par Sillier qui a utilisé les 12 premières équations ($i = 3, 4, \ldots, 14$), en rejetant les autres. Le coefficient de recombinaison $C_i\ (T_e)$ se calculait dans ces conditions selon la formule (23.7).

Par la suite D. Menzel et H. Baker [5] ont envisagé les systèmes d'équations (24.2) et (24.3) en prenant une expression plus précise

pour le coefficient de recombinaison (avec un facteur de Gaunt différent de l'unité) et en tenant compte des niveaux plus élevés. Leurs tableaux donnent les valeurs de la quantité b_i définie par la relation

$$n_i = b_i n_e n^+ \frac{i^2 h^3}{(2\pi m k T_e)^{3/2}} e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}, \tag{24.4}$$

c'est-à-dire montrant de combien de fois la valeur de $n_i/n_e n^+$ dans les nébuleuses se distingue de celle à l'état de l'équilibre thermodynamique à la température T_e.

M. Seaton a obtenu une solution plus exacte des systèmes d'équations (24.2) et (24.3). La quantité z_i a été mise alors sous la forme :

$$z_i = \frac{C_i + \sum\limits_{k=i+1}^{\infty} Q_{ki} C_k}{\sum\limits_{k=k_0}^{i-1} A_{ik}}, \tag{24.5}$$

où $k_0 = 1$ dans le cas A et $k_0 = 2$ dans le cas B, tandis que les quantités Q_{ki} (qui dépendent seulement des coefficients d'Einstein des transitions spontanées et des valeurs de k_0) constituent les éléments de la « matrice en cascade ». Il est clair que la quantité Q_{ki} détermine la probabilité pour que l'atome parvienne d'une façon quelconque au niveau i depuis le niveau k. Les valeurs de la quantité $b_i e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}$ calculées par Seaton sont données dans le Tableau 32.

Tableau 32

Valeurs de la quantité $b_i e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}$

i	T_e, K				i	T_e, K			
	Cas A		Cas B			Cas A		Cas B	
	10 000	20 000	10 000	20 000		10 000	20 000	10 000	20 000
2	0,193	0,315	—	—	9	0,360	0,480	0,552	0,730
3	0,213	0,332	0,668	1,013	10	0,376	0,494	0,563	0,735
4	0,244	0,364	0,540	0,792	15	0,434	0,547	0,605	0,756
5	0,273	0,394	0,519	0,739	20	0,472	0,580	0,635	0,772
6	0,299	0,421	0,520	0,725	25	0,499	0,603	0,656	0,785
7	0,322	0,443	0,529	0,722	30	0,520	0,621	0,673	0,795
8	0,341	0,463	0,540	0,725					

Nous voyons que la quantité b_i se distingue fortement de l'unité (et, comme il fallait s'y attendre, avec $i \to \infty$, $b_i \to 1$). Ceci peut

donner l'impression que dans le sens de la distribution des atomes selon les états, les nébuleuses sont proches de l'équilibre thermodynamique. En réalité, il en est ainsi seulement pour les quantités $n_i/n_e n^+$ (pour $i \geqslant 2$ dans le cas A et pour $i \geqslant 3$ dans le cas B). Mais si l'on considère le degré d'excitation des atomes n_i/n_1, cette quantité est bien loin de sa valeur en équilibre thermodynamique. En effet, d'après les formules (23.14) et (24.4),

$$\frac{n_i}{n_1} = pW\frac{T_*}{T_e} b_i \frac{g_i}{g_1} e^{\frac{\chi_i}{kT_e} - \frac{\chi_1}{kT_*}}. \tag{24.6}$$

La formule (24.6) se distingue sensiblement de la formule de Boltzmann. La présence du petit facteur W dans le deuxième membre de (24.6) est particulièrement importante. Il s'ensuit que dans la nébuleuse le nombre d'atomes excités est très inférieur au nombre d'atomes dans l'état fondamental.

Il convient de noter que le système d'équations (24.3) (tout comme (24.2)) qui détermine les populations des niveaux de l'atome d'hydrogène n'est pas tout à fait exact. En écrivant ce système on n'a pas tenu compte de la dégénérescence azimutale des niveaux, c'est-à-dire de la présence de plusieurs états à nombres azimutaux l différents affectés du nombre quantique principal i. En fait, au lieu du système (24.3) il faut écrire pour le calcul des nombres n_{il} le système d'équations suivant:

$$n_{il}\left[\sum_{k=1}^{i} A_{ilk(l-1)} + \sum_{k=l+2}^{i} A_{ilk(l+1)}\right] =$$

$$= \sum_{k=i}^{\infty} [n_{k(l+1)}A_{k(l+1)il} + n_{k(l-1)}A_{k(l-1)il}] + n_e n^+ C_{il}(T_e) \tag{24.7}$$

$$(i = 3,\ 4,\ 5,\ \ldots,\ l = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ i-1).$$

Ici on a tenu compte de ce que les seules permises sont les transitions dans lesquelles le nombre l change d'une unité. Le système d'équations (24.7) a été envisagé dans plusieurs ouvrages. L'un des résultats obtenus est que la substitution du système (24.7) au système (24.3) n'aboutit pas à des modifications considérables des nombres d'atomes n_i (ni des intensités des raies d'émission).

Les équations déterminant les populations des niveaux peuvent être établies non seulement pour l'hydrogène, mais aussi pour d'autres atomes. Cependant, pour les autres atomes (sauf les ions hydrogénoïdes) il est très difficile d'obtenir les quantités A_{ki} et $C_i(T_e)$. Dans ces cas les populations des niveaux ont donc été calculées de façon approchée (voir [10]).

2. Intensités des raies d'émission. Connaissant les populations des niveaux d'atome on peut calculer l'intensité des raies d'émission.

Les calculs sont rendus bien plus faciles par le fait que les nébuleuses sont complètement transparentes au rayonnement dans les raies des séries subordonnées. Les intensités des raies dues aux recombinaisons dans les spectres des nébuleuses dépendent des seuls coefficients de recombinaison C_i (T_e) et des coefficients des transitions spontanées A_{ki}. De ce fait, en comparant la théorie aux observations on peut, en particulier, vérifier la justification des calculs de mécanique quantique de ces coefficients. Une telle vérification, qui présente un intérêt particulier dans le cas des atomes complexes, n'est possible que pour l'étude des nébuleuses grâce à l'extrême simplicité des conditions physiques qui y règnent.

Nous allons établir maintenant les intensités des raies d'émission de l'hydrogène. La quantité de l'énergie émise par une nébuleuse dans la raie relative à la transition $k \to i$ en 1 s vaut:

$$E_{ki} = A_{ki} h\nu_{ik} \int n_k \, dV, \tag{24.8}$$

où l'intégration porte sur tout le volume de la nébuleuse. Mettons le nombre d'atomes n_k sous la forme $n_k = z_k (T_e) n_e n^+$, où la quantité $z_k (T_e)$ se calcule d'après le système d'équations (24.2) ou (24.3). Si l'on admet que la température électronique ne varie pas dans la nébuleuse, alors au lieu de (24.8) on a

$$E_{ki} = z_k A_{ki} h\nu_{ik} \int n_e n^+ \, dV. \tag{24.9}$$

L'intégrale qui figure dans la formule obtenue nous est inconnue, mais elle est commune à toutes les raies. La formule (24.9) rend donc possible le calcul des intensités relatives des raies d'émission.

En particulier, d'après la formule (24.9) on peut trouver les intensités relatives des raies de Balmer, c'est-à-dire ce qu'on appelle le *décrément de Balmer*. En exprimant les intensités des raies de Balmer en intensités de la raie H_β (selon l'usage) on obtient

$$\frac{E_{k2}}{E_{42}} = \frac{z_k A_{k2} \nu_{2k}}{z_4 A_{42} \nu_{24}}. \tag{24.10}$$

Le décrément de Balmer théorique calculé par Seaton est consigné dans le Tableau 33.

Nous voyons que dans chacun des cas considérés le décrément de Balmer théorique dépend faiblement de la température électronique, et on peut pratiquement admettre qu'il est constant. Mais d'une nébuleuse à l'autre le décrément de Balmer observé change notablement et il est plus raide que dans le cas théorique (par exemple, pour de nombreuses nébuleuses le rapport entre les intensités des raies H_α et H_β est à peu près égal à 5). Comme il a été établi, la divergence entre la théorie et les observations est due surtout à l'absorption sélective de la lumière dans l'espace, ce qui provoque le rougis-

Tableau 33

Décrément de Balmer

T_e, K	Cas A		Cas B		Obser.
	10 000	20 000	10 000	20 000	
H_α	1,91	1,99	2,71	2,79	2,77
H_β	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
H_γ	0,589	0,569	0,506	0,491	0,50
H_δ	0,378	0,356	0,298	0,282	0,26
H_ε	0,258	0,238	0,192	0,178	0,18

sement des objets éloignés. De ce fait, justement, le rapport observé des intensités des raies H_α et H_β semble plus élevé qu'il ne l'est en réalité. Après la prise en considération de l'absorption de la lumière l'accord de la théorie (dans le cas B) et des observations devient satisfaisant. Ceci devient évident en examinant, par exemple, la dernière colonne du Tableau 33, où l'on trouve le décrément de Balmer observé tenant compte de l'absorption de la lumière (décrément moyen pour 17 nébuleuses).

Evidemment, en comparant les intensités théoriques et observées des raies dans les spectres des nébuleuses on peut déterminer l'absorption de la lumière dans la Galaxie. Pour réaliser de telles opérations il convient d'utiliser les données non seulement sur les raies de Balmer, mais aussi sur celles de Paschen.

A l'heure actuelle, outre les calculs des intensités relatives des raies d'hydrogène dans les spectres des nébuleuses, on a également effectué des calculs approchés des intensités relatives des raies de certains autres atomes (en particulier, de He I et N III).

3. Rôle des collisions. Les électrons libres produits par photoionisation des atomes possèdent une énergie cinétique assez grande. Cette énergie peut être dépensée pour l'excitation des atomes dans les collisions. Il est évident que plus le potentiel d'excitation d'un atome est petit, plus la part des électrons libres susceptibles d'exciter ces atomes est grande. Il s'ensuit que dans les nébuleuses les atomes à faibles potentiels d'excitation sont excités surtout par des chocs électroniques. Ainsi se produit, en particulier, l'excitation de la luminosité des nébuleuses dans les raies de « nébulium ». Toutefois les chocs électroniques ne peuvent pas influer de façon notable sur les populations des atomes à grands potentiels d'excitation. Nous allons maintenant examiner l'excitation par chocs électroniques des atomes d'hydrogène (dont les potentiels d'excitation doivent être rangés parmi ceux ayant des valeurs notables, mais néanmoins pas très grands). Les collisions qui entraînent la luminosité des né-

buleuses dans les raies de « nébulium» seront examinées en détail au paragraphe suivant.

Soit, comme dans ce qui précède, $n_1 n_e D_i (T_c)$ le nombre d'excitations et $n_1 n_e D_c (T_e)$, le nombre d'ionisations depuis l'état fondamental par collisions dans 1 cm³ en 1 s. Les valeurs des quantités

Tableau 34

Valeurs des quantités $D_i(T_e)$ et $D_c(T_e)$ pour l'hydrogène

T_c, K	10 000	20 000	40 000
D_2	$231 \cdot 10^{-15}$	$89 \cdot 10^{-12}$	$23,2 \cdot 10^{-10}$
D_3	6,32	6,65	3,05
D_4	1,50	1,86	0,92
D_5	0,435	0,69	0,404
D_6	0,201	0,36	0,218
D_c	25,7	5,31	6,25

$D_i (T_e)$ et $D_c (T_e)$ pour l'hydrogène, calculées par O. Chamberlain, sont données dans le Tableau 34. Pour $i > 6$, la valeur de la quantité D_i est donnée approximativement par la formule

$$D_i = D_6 \left(\frac{6}{i}\right)^{3,20}. \qquad (24.11)$$

Pour calculer le nombre d'atomes dans différents états lors de l'excitation par collisions, nous devons composer des équations de stationnarité analogues aux équations (24.3). Dans notre cas, au lieu du nombre de recombinaisons $n_e n^+ C_i$, il faut écrire le nombre de collisions $n_1 n_e D_i$. On obtient donc au lieu de (24.3):

$$n_i \sum_{k=2}^{i-1} A_{ik} = n_1 n_e D_i (T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \quad (i = 3,\ 4,\ 5,\ \ldots). \qquad (24.12)$$

La résolution des équations (24.12) permet de trouver les quantités $n_i / n_1 n_e$, puis encore les intensités relatives des raies d'émission. Le décrément de Balmer calculé par Chamberlain est donné dans le Tableau 35.

La comparaison des Tableaux 33 et 35 montre que dans le cas des excitations des atomes par collisions le décrément de Balmer s'avère plus raide que dans le cas de l'excitation par ionisations et recombinaisons. Ceci a suggéré l'idée que dans les spectres des nébuleuses planétaires le décrément de Balmer raide est dû non seulement à l'absorption de la lumière dans la Galaxie, mais encore à l'influence des collisions sur les populations des niveaux atomiques. Tou-

Tableau 35

Décrément de Balmer lors de l'excitation par collisions

T_e, K	10 000	20 000	40 000
H_α	5,76	4,79	4,96
H_β	1,00	1,00	1,00
H_γ	0,291	0,347	0,383
H_δ	0,136	0,169	0,194
H_ε	0,076	0,097	0,112

tefois, comme on le montre sans peine, cette influence ne peut pas être grande si les électrons libres apparaissent par photo-ionisations des atomes d'hydrogène. En effet, chaque quantum L_c de l'étoile absorbé par la nébuleuse engendre par recombinaison un quantum de Balmer, alors que les électrons libres sont loin de pouvoir entrer tous en collision susceptible de faire apparaître un tel quantum. Ceci provient d'abord du fait qu'à une température de l'étoile de l'ordre de quelques dizaines de milliers de kelvins l'énergie moyenne de l'électron arraché ne constitue qu'une petite fraction de l'énergie d'excitation des niveaux d'hydrogène. D'autre part, une partie importante de l'énergie des électrons libres est dépensée pour exciter la luminosité de la nébuleuse dans les raies de « nébulium ». Enfin, comme le montre le Tableau 34, dans les collisions inélastiques des électrons libres avec les atomes d'hydrogène la partie essentielle de l'énergie est dépensée pour exciter la raie L_α, et non pas pour exciter les raies de Balmer. De la sorte, il faut reconnaître que l'énergie des électrons libres ne suffit pas pour produire par collisions la même luminosité dans les raies de Balmer que celle due aux recombinaisons.

4. Masses et densités des nébuleuses. D'après la luminosité d'une nébuleuse dans les raies d'hydrogène on peut déterminer la concentration des atomes d'hydrogène dans la nébuleuse. A cet effet il faut appliquer la formule (24.9) qui détermine l'énergie émise par la nébuleuse dans la raie donnée. L'application de cette formule à la raie de Balmer relative à la transition $k \to 2$ donne

$$E_{k2} = z_k A_{k2} h\nu_{2k} \int n_e n^+ \, dV. \qquad (24.13)$$

L'hydrogène étant l'élément le plus abondant et comme dans la partie lumineuse de la nébuleuse il se trouve surtout à l'état ionisé, on peut admettre que $n_e = n^+$. La formule (24.13) peut donc s'écrire :

$$E_{k2} = z_k A_{k2} h\nu_{2k} n^{+2} V, \qquad (24.14)$$

où n^+ est le nombre moyen de protons dans 1 cm³ et V, le volume de la partie lumineuse de la nébuleuse. La formule (24.14) entraîne

$$n^+ = \sqrt{\frac{E_{k2}}{z_k A_{k2} h\nu_{2k} V}}. \qquad (24.15)$$

L'évaluation de la quantité n^+ dans les nébuleuses planétaires d'après la formule (24.15) conduit à des valeurs de l'ordre de quelques milliers. Avec ces valeurs de n^+ la formule d'ionisation donne pour le degré d'ionisation des atomes d'hydrogène $n^+/n_1 \approx 10^3$. Par conséquent, le nombre d'atomes d'hydrogène neutres dans 1 cm³ est en moyenne de quelques unités.

Connaissant la quantité n^+ on peut calculer la masse de la partie lumineuse de la nébuleuse, qui est

$$M = m_{\mathrm{H}} n^+ V, \qquad (24.16)$$

où m_{H} est la masse d'un atome d'hydrogène. En portant (24.15) dans (24.16) on trouve

$$M = m_{\mathrm{H}} \sqrt{\frac{E_{k2} V}{z_k A_{k2} h\nu_{2k}}}. \qquad (24.17)$$

L'énergie émise par la nébuleuse dans la raie de Balmer donnée constitue une certaine fraction δ_{2k} de la magnitude visuelle de la nébuleuse L, c'est-à-dire $E_{k2} = \delta_{2k} L$. Donc au lieu des formules (24.15) et (24.17) on a

$$\rho = m_{\mathrm{H}} n^+ = C \sqrt{\frac{L}{V}}, \qquad (24.18)$$

$$M = C \sqrt{LV}, \qquad (24.19)$$

où

$$C = m_{\mathrm{H}} \sqrt{\frac{\delta_{2k}}{z_k A_{k2} h\nu_{2k}}}. \qquad (24.20)$$

Pour la plupart des nébuleuses on peut admettre que les magnitu des visuelles sont déterminées surtout par ce rayonnement dans les raies N_1 et N_2 (ne font exception que les nébuleuses à fort spectre continu, qui seront examinées au Chapitre VII). Alors, *grosso modo*, la quantité δ_{2k} présente le rapport de l'intensité de la raie donnée à l'intensité des raies $N_1 + N_2$. Par exemple, lorsque la raie N_2 est trois fois plus brillante que H_β, la quantité δ_{24} est égale à $^1/_{12}$. Dans ce cas $C = 1{,}5 \cdot 10^{-12}$. Certes, la quantité δ_{24} varie quelque peu d'une nébuleuse à l'autre, mais cela influe peu sur la valeur de C, puisque δ_{2k} figure dans la formule (24.20) sous le signe du radical. Aussi en première approximation peut-on admettre que le facteur C soit constant pour toutes les nébuleuses envisagées.

Les formules (24.18) et (24.19) ont été obtenues pour la première fois par V. Ambartsoumian. On les applique pour déterminer les masses et les densités des nébuleuses planétaires :

$$M \approx 0{,}01\ M_\odot,$$
$$\rho \approx 10^{-20}\ \text{g/cm}^3.$$

M et ρ sont des valeurs moyennes. Les masses et les densités des nébuleuses planétaires isolées peuvent probablement être des dizaines de fois différentes des valeurs moyennes indiquées.

Les densités des nébuleuses diffuses sont en moyenne légèrement plus faibles que celles des nébuleuses planétaires (d'un ou deux ordres environ). Pour ce qui est des masses des nébuleuses diffuses, elles varient dans de très larges limites, depuis une faible fraction de la masse du Soleil jusqu'à plusieurs milliers de sa masse. Par exemple, la masse de la nébuleuse Oméga est de l'ordre de 500 $M_\odot$.

Il convient de souligner que la valeur de la masse donnée par la formule (24.19) concerne seulement la partie de la nébuleuse qui brille dans les raies d'hydrogène. Cette valeur représente la masse de la nébuleuse tout entière dans le seul cas où son épaisseur optique au-delà de la limite de la série de Lyman est inférieure à l'unité.

Pour calculer les densités et les masses des nébuleuses d'après les formules (24.18) et (24.19) il faut connaître les distances qui nous en séparent. Or, les distances jusqu'aux nébuleuses planétaires sont mal connues ; il s'ensuit que leurs densités et masses s'obtiennent avec certaines erreurs. Si l'on note R la distance à la nébuleuse, les formules citées montrent que $\rho \sim R^{-1/2}$ et $M \sim R^{5/2}$. Par conséquent, l'erreur dans la distance influe peu sur la valeur de la densité, mais beaucoup sur la valeur de la masse.

Il est intéressant de noter que la faible dépendance de R devant M a permis à J. Chklovski d'utiliser la formule (24.19) pour déterminer les distances aux nébuleuses planétaires sous l'hypothèse que leur masse est constante. Nous avons, évidemment,

$$V \sim r^3 \sim R^3\varphi^3$$

et

$$L \sim r^2 I \sim R^2\varphi^2 I,$$

où r est le rayon de la nébuleuse ; φ, son rayon en mesure angulaire ; I, son éclat superficiel. La formule (24.19) donne

$$R \sim \frac{M^{2/5}}{\varphi I^{1/5}}. \tag{24.21}$$

En appliquant la formule (24.21) Chklovski a composé le catalogue des distances aux nébuleuses planétaires. A cet effet le coefficient de proportionnalité de la formule (24.21) a été déterminé à l'aide des parallaxes statistiques. Comme nous l'avons déjà dit, la

masse M était considérée comme constante pour toutes les nébuleuses. Or, la quantité M varie même pour un seul objet, lorsque la zone H II augmente en fonction de l'expansion de la nébuleuse. La quantité M reste constante avec le temps seulement pour les nébuleuses de faible épaisseur optique dans le continuum de Lyman. Pour cette raison le catalogue mentionné concerne précisément ces nébuleuses.

Pour certaines des nébuleuses les plus proches de nous les distances ont pu être déterminées par la méthode trigonométrique. Elles concordent d'une façon satisfaisante avec les distances calculées d'après la formule (24.21). Ceci témoigne du fait que les masses des nébuleuses planétaires ne se distinguent pas beaucoup entre elles.

§ 25. Raies interdites

1. Conditions nécessaires à l'apparition des raies interdites. Les spectres des nébuleuses gazeuses présentent de nombreuses raies interdites dues à différents atomes et ions : O I, O II, O III, N I, N II,

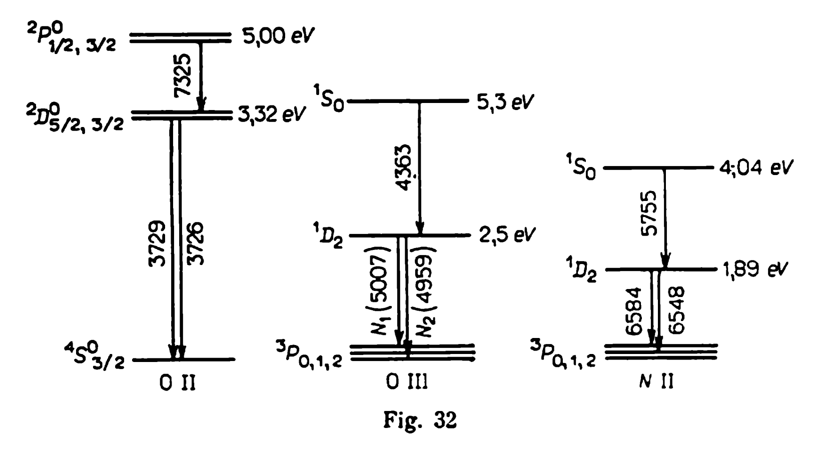


Fig. 32

S II, etc. Les plus intenses sont les raies nébulaires principales N_1 et N_2 de l'oxygène deux fois ionisé (de longueurs d'onde respectives 5006 et 4959 Å). Parmi les autres raies interdites il convient de signaler la raie 4363 Å de l'oxygène deux fois ionisé, le doublet violet 3726 et 3729 Å de l'oxygène une fois ionisé, le doublet rouge 6548 et 6584 Å de l'azote une fois ionisé. Les schémas des niveaux énergétiques des ions cités sont donnés par la figure 32.

On sait que les raies « interdites » se distinguent des raies « permises » par la petitesse extrême des probabilités des transitions. Les coefficients d'Einstein des probabilités des transitions spontanées pour les raies permises sont de l'ordre de 10^8 s^{-1}, pour les raies in-

terdites ils sont des millions et des milliards de fois plus petits. Le Tableau 36 donne à titre d'exemple les coefficients des probabilités des transitions spontanées de certaines raies interdites des ions O III, N II et O I calculés par Harstang.

Tableau 36

Coefficients des probabilités des transitions spontanées de certaines raies interdites

Transition	O III		N II		O I	
	λ, Å	*A*	λ, Å	*A*	λ, Å	*A*
$^3P_2$-$^1D_2$	5006,84	0,021	6583,4	0,0030	6300,23	0,0069
$^3P_1$-$^1D_2$	4958,91	0,0071	6548,1	0,00103	6363,88	0,0022
$^3P_0$-$^1D_2$	4931,0	$1,9\cdot10^{-6}$	6527,4	$4,2\cdot10^{-7}$	6392	$1,1\cdot10^{-6}$
$^1D_2$-$^1S_0$	4363,21	1,6	5754,8	1,08	5577,35	1,28

Dans les spectres stellaires ordinaires les raies interdites ne sont pas observées, tandis que dans les nébuleuses gazeuses elles sont comparables en intensité avec les raies permises. A quoi donc est due cette différence?

Nous avons retenu que les raies interdites (appartenant, il est vrai, à des ions tout à fait différents) sont présentes également dans le spectre de la couronne solaire. En étudiant la couronne (au § 17) nous avons établi quelles conditions sont nécessaires pour leur apparition. Il est évident que de telles conditions doivent également se réaliser dans les nébuleuses gazeuses.

Nous avons établi que les raies interdites intenses ne peuvent apparaître qu'à partir des états métastables, c'est-à-dire des états à partir desquels il n'y a pas d'autres transitions vers le bas hormis les transitions interdites (sinon les transitions permises seraient bien plus fréquentes que les transitions interdites). Mais la durée de vie d'un atome à l'état métastable est très grande (pour un ion O^{++} à l'état $^1D_2$, par exemple, depuis lequel sont émises les raies N_1 et N_2, elle est de 38 secondes). Par conséquent, pour que les transitions spontanées puissent avoir lieu depuis un état métastable, il faut que pendant une longue durée l'atome ne subisse pas de perturbations quelles qu'elles soient: ni action du rayonnement, ni collisions. Ceci signifie que l'apparition des raies interdites nécessite une faible densité de rayonnement et une faible densité de matière.

L'absence de raies interdites dans les spectres stellaires témoigne de ce que dans les atmosphères des étoiles ces conditions ne sont pas observées. Au contraire, la présence de raies interdites très intenses dans les spectres des nébuleuses gazeuses permet de conclure que

dans ces objets la densité de rayonnement et de matière est faible à l'extrême.

Les conditions nécessaires à l'apparition des raies interdites peuvent être exprimées sous la forme de certaines inégalités. Pour les obtenir examinons un atome possédant trois niveaux énergétiques. Admettons de plus que la transition du deuxième état vers le premier est interdite (c'est-à-dire que le deuxième état est métastable), alors que les transitions du troisième état vers le bas sont permises. Dans ce cas, $A_{21} \ll A_{31}, A_{32}$.

L'excitation d'un atome peut avoir lieu aussi bien sous l'action du rayonnement que par collisions. Il est évident que le nombre d'excitations du deuxième niveau sera selon l'ordre le même que le nombre d'excitations du troisième niveau. Par conséquent, la raie interdite sera comparable en intensité avec les raies permises, si les transitions depuis le deuxième état sont surtout spontanées.

Le nombre de transitions spontanées depuis le deuxième état dans 1 cm³ en 1 s est égal à n_2A_{21}. En même temps des transitions depuis le deuxième état peuvent avoir lieu sous l'action du rayonnement; parmi celles-ci dans le cas considéré les transitions vers le haut seront bien plus fréquentes que les transitions vers le bas (du fait que les coefficients B_{ik} sont proportionnels aux coefficients A_{ki}). Le nombre de transitions $2 \rightarrow 3$ lors de l'absorption du rayonnement est égal à $n_2B_{23}\rho_{23}$. Par conséquent, pour que le rayonnement n'entrave pas les transitions spontanées depuis l'état métastable, il faut que soit observée la condition

$$A_{21} \gg B_{23}\rho_{23}. \tag{25.1}$$

Mettons la densité de rayonnement sous forme de $\rho_{23} = W\rho_{23}^*$, où ρ_{23}^* est la densité de rayonnement dans l'atmosphère de l'étoile et W, le facteur de dilution du rayonnement. Alors, au lieu de l'inégalité (25.1) on obtient

$$A_{21} \gg WB_{23}\rho_{23}^*. \tag{25.2}$$

Les transitions depuis le deuxième état sont également possibles lors des collisions avec les électrons libres. Notons n_2b_{23} le nombre de chocs de première espèce dans 1 cm³ en 1 s et n_2a_{21}, le nombre de chocs de deuxième espèce. Les chocs de première espèce pouvant se produire seulement avec les électrons dont l'énergie dépasse l'énergie d'excitation de l'atome $h\nu_{23}$ et les chocs de deuxième espèce, avec les électrons d'une énergie quelconque, ordinairement $a_{21} \gg$ $\gg b_{23}$. Ainsi, pour que les collisions n'entravent pas l'émission des quanta dans la raie interdite, il faut observer l'inégalité:

$$A_{21} \gg a_{21}. \tag{25.3}$$

La quantité a_{21} peut être mise sous la forme $a_{21} = n_e\sigma_{21}v$, où n_e est la concentration des électrons libres; σ_{21}, la section efficace

moyenne des chocs de deuxième espèce; v, la vitesse moyenne d'un électron libre. Au lieu de (25.3) on a donc

$$A_{21} \gg n_e \sigma_{21} v. \tag{25.4}$$

Les inégalités (25.2) et (25.4) expriment les conditions nécessaires à l'apparition des raies interdites comparables en intensité avec les raies permises.

Dans les nébuleuses gazeuses les quantités W et n_e sont extrêmement petites. Il s'ensuit que les inégalités (25.2) et (25.4) sont observées même pour des raies à valeurs très faibles de A_{21}, c'est-à-dire des raies interdites par les règles de sélection très rigoureuses.

D'après la présence des raies interdites dans les spectres des nébuleuses on peut, à l'aide des inégalités citées, évaluer les limites supérieures des quantités W et n_e. Par exemple, d'après le Tableau 36, pour les raies N_1 et N_2 on a $A_{21} = 0{,}028$ s^{-1}. Ensuite, pour une estimation grossière, on peut adopter $\sigma_{21} \approx 10^{-16}$ cm^2; $v \approx$ $\approx 10^8$ cm/s. D'après l'inégalité (25.4) on trouve donc que dans une nébuleuse $n_e \ll 10^6$ cm^{-3}. Bien entendu, les raies N_1 et N_2 seront visibles également avec $n_e \approx 10^6$ cm^{-3}, mais dans ce cas la population du deuxième niveau sera déjà réduite par les chocs de deuxième espèce. Avec $n_e \gg 10^6$ cm^{-3} les chocs de deuxième espèce « amortiront » les raies.

Nous avons vu que dans les nébuleuses les conditions sont telles que les atomes qui tombent dans l'état métastable peuvent y demeurer très longtemps (jusqu'à la transition spontanée vers le bas). Ainsi, un nombre énorme d'atomes doit s'accumuler aux états métastables. Evidemment, ce processus doit avoir lieu non seulement dans les nébuleuses, mais aussi dans les objets à faible valeur des quantités W et n_e.

Soulignons que ce n'est que grâce à l'accumulation des atomes aux états métastables que les raies interdites intenses sont émises, car l'intensité d'une raie est proportionnelle au nombre d'atomes à l'état initial et aux probabilités de la transition spontanée correspondante, alors que les probabilités des transitions spontanées depuis les états métastables sont très petites.

Par ailleurs, l'accumulation des atomes aux états métastables peut faire apparaître des raies d'absorption pour lesquelles ces états sont des niveaux inférieurs. Un exemple peut en être fourni par la raie d'absorption λ 3889 Å, dont le niveau inférieur est l'état métastable 2^3S de l'hélium. En particulier, cette raie est observée dans le spectre de l'étoile ϑ_1 Orion de la nébuleuse d'Orion.

Les conditions nécessaires à l'apparition des raies interdites et de l'accumulation des atomes aux états métastables ont été soumises à un examen détaillé par V. Ambartsoumian [6]. Ce problème se présente non seulement lorsqu'on étudie les nébuleuses gazeuses,

mais encore dans l'exploration de certains autres objets: enveloppes des novae, comètes, etc.

2. Probabilités des collisions. La plupart des raies interdites dans les nébuleuses gazeuses apparaissent sous l'effet de l'excitation des atomes par choc électronique. Pour tous les calculs relatifs au rayonnement des nébuleuses dans les raies interdites il est donc nécessaire de connaître les probabilités des collisions inélastiques des atomes avec les électrons libres.

Considérons les transitions d'un atome entre les états i et j sous l'action des chocs électroniques. Le nombre de chocs de première espèce dans 1 cm³ en 1 s sera noté $n_i b_{ij}$. Ces chocs déterminent la transition d'un atome de l'état inférieur i vers l'état supérieur j au prix de l'énergie de l'électron. Le nombre de chocs de deuxième espèce dans 1 cm³ en 1 s est noté $n_j a_{ji}$. De tels chocs engendrent des transitions inverses, l'énergie de l'excitation de l'atome étant alors transmise à l'électron.

Les quantités b_{ij} et a_{ji}, caractéristiques des probabilités des collisions inélastiques, sont liées entre elles par une relation simple. Pour l'obtenir considérons l'état de l'équilibre thermodynamique. Dans ce cas, d'après le principe du bilan détaillé, on a

$$n_i b_{ij} = n_j a_{ji}. \tag{25.5}$$

Mais en équilibre thermodynamique la distribution des atomes selon les états est donnée par la formule de Boltzmann. On tire donc de (25.5):

$$b_{ij} = a_{ji} \frac{g_j}{g_i} e^{-\frac{h\nu_{ij}}{kT}}. \tag{25.6}$$

Evidemment, la relation obtenue est justifiée dans tous les cas de la distribution maxwellienne des électrons selon les vitesses à la température T.

La quantité a_{ji} dépend très faiblement de la température du gaz électronique, car les chocs de deuxième espèce peuvent être réalisés par les électrons à n'importe quelle vitesse (dans ce cas l'électron ne dépense pas de l'énergie, mais en reçoit). Au contraire, la quantité b_{ij} dépend dans une très forte mesure de la température étant d'autant plus grande que T est plus élevée. Ceci est dû au fait que les chocs de première espèce ne peuvent être produits que par les électrons dont l'énergie est supérieure à l'énergie d'excitation de l'atome. Dans l'expression (25.6) la dépendance entre b_{ij} et la température est donnée surtout par le terme exponentiel.

Les quantités a_{ji} et b_{ij} sont exprimées à l'aide des sections efficaces pour les collisions des atomes avec les électrons. Soit $\sigma_{ij}(v)$ la section efficace pour le choc de première espèce entre un atome et un électron libre à la vitesse v et $n_e f(v)\,dv$, le nombre d'électrons

dont les vitesses s'échelonnent entre v et $v + dv$ dans 1 cm³. Nous avons évidemment:

$$b_{ij} = n_e \int_{v_0}^{\infty} \sigma_{ij}(v)\, v f(v)\, dv, \qquad (25.7)$$

où $mv_0^2/2 = h\nu_{ij}$. Pour a_{ji} on obtient d'une façon analogue:

$$a_{ji} = n_e \int_{0}^{\infty} \sigma_{ji}(v)\, v f(v)\, dv. \qquad (25.8)$$

Sur la base des calculs mécano-quantiques on peut admettre que dans le cas des états métastables les sections efficaces des collisions sont inversement proportionnelles à l'énergie de l'électron. La quantité $\sigma_{ij}(v)$ peut donc s'écrire:

$$\sigma_{ij}(v) = \frac{h^2}{4\pi m^2} \frac{\Omega(i, j)}{g_i v^2}, \qquad (25.9)$$

où $\Omega(i, j)$ est la section efficace adimensionnelle (de l'ordre de l'unité). La quantité $\sigma_{ji}(v)$ est donnée par une formule analogue en substituant g_j à g_i.

En portant (25.9) dans (25.7) et en utilisant l'expression maxwellienne (23.6) de la fonction $f(v)$, on obtient:

$$b_{ij} = n_e \frac{h^2}{2\pi m^2} \left(\frac{m}{2\pi k T_e}\right)^{1/2} \frac{\Omega(i, j)}{g_i} e^{-\frac{h\nu_{ij}}{kT_e}} =$$

$$= 8{,}54 \cdot 10^{-6} \frac{n_e}{\sqrt{T_e}} \frac{\Omega(i, j)}{g_i} e^{-\frac{h\nu_{ij}}{kT_e}}. \qquad (25.10)$$

Pour a_{ji} on trouve:

$$a_{ji} = 8{,}54 \cdot 10^{-6} \frac{n_e}{\sqrt{T_e}} \frac{\Omega(i, j)}{g_j}. \qquad (25.11)$$

Les valeurs de $\Omega(i, j)$ ont été calculées par M. Seaton pour plusieurs ions. Une partie des résultats obtenus est consignée au Tableau 37.

Les valeurs calculées de $\Omega(i, j)$ ne diffèrent probablement pas plus de 40 % des valeurs exactes, les estimations (chiffres entre parenthèses), pas plus de deux fois.

3. Intensités des raies interdites. Si nous connaissons les probabilités des collisions qui excitent les états métastables et les coefficients d'Einstein des transitions spontanées depuis ces états, nous pouvons calculer aisément les intensités des raies interdites. Ces calculs sont sensiblement simplifiés du fait de la transparence totale

Tableau 37

Sections efficaces des collisions

Configuration	Ion	Ω (1, 2)	Ω (1, 3)	Ω (2, 3)
$2p^2$	N II	2,39	0,223	0,46
	O III	1,73	0,195	0,61
	F IV	(1,21)	(0,172)	(0,58)
	Ne V	(0,84)	(0,157)	0,53
$2p^3$	O II	1,44	0,218	1,92
	F III	(1,00)	(0,221)	(3,11)
	Ne IV	(0,68)	(0,234)	(3,51)
	Na V	0,43	(0,255)	(3,49)
$2p^4$	F II	(0,95)	(0,057)	0,17
	Ne III	0,76	0,077	0,27
	Na IV	(0,61)	(0,092)	(0,30)
	Mg V	0,54	(0,112)	(0,30)

des nébuleuses au rayonnement dans les raies interdites, définie par l'extrême petitesse du coefficient d'absorption atomique dans ces raies.

Pour calculer l'intensité des raies il faut trouver les populations des niveaux énergétiques. Pour l'instant nous nous bornerons à l'examen des trois niveaux inférieurs de l'atome. La figure 32 montre que dans les cas présentant le plus d'intérêt ceci est parfaitement suffisant.

En tenant compte des transitions sous l'action des collisions et des transitions spontanées, on obtient pour le deuxième et le troisième états de l'atome les équations de stationnarité suivantes:

$$\left.\begin{aligned} n_2(A_{21}+a_{21}+b_{23}) &= n_1 b_{12} + n_3(A_{32}+a_{32}), \\ n_3(A_{31}+A_{32}+a_{31}+a_{32}) &= n_1 b_{13} + n_2 b_{23}. \end{aligned}\right\} \quad (25.12)$$

En résolvant ces équations par rapport à n_2 et n_3 on trouve:

$$n_2 = n_1 \frac{(A_{31}+A_{32}+a_{31}+a_{32})\, b_{12} + (A_{32}+a_{32})\, b_{13}}{(A_{31}+A_{32}+a_{31}+a_{32})(A_{21}+a_{21}) + (A_{31}+a_{31})\, b_{23}}, \quad (25.13)$$

$$n_3 = n_1 \frac{b_{13}(A_{21}+a_{21}+b_{23}) + b_{12} b_{23}}{(A_{31}+A_{32}+a_{31}+a_{32})(A_{21}+a_{21}) + (A_{31}+a_{31})\, b_{23}}. \quad (25.14)$$

Les formules (25.13) et (25.14) sont valables pour toutes concentrations des électrons libres n_e, dont dépendent les quantités a_{ji} et b_{ij}. Dans les deux cas limites, pour de grandes et petites valeurs de n_e, ces formules deviennent sensiblement plus simples.

Pour de grandes valeurs de n_e nous pouvons négliger les transitions spontanées par rapport aux transitions par collisions. On

voit sans peine que dans ce cas, comme il fallait s'y attendre, on obtient la distribution de Boltzmann des atomes selon les états. Par exemple, en utilisant les relations (25.6) on tire de la formule (25.13):

$$n_2 = n_1 \frac{(a_{31}+a_{32})\, b_{12}+a_{32}b_{13}}{(a_{31}+a_{32})\, a_{21}+a_{31}b_{23}} = n_1 \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{h\nu_{12}}{kT_e}}. \tag{25.15}$$

Pour de petites valeurs de n_e nous pouvons négliger par rapport aux transitions spontanées toutes les transitions depuis les états excités par collisions. Dans ce cas les formules (25.13) et (25.14) se mettent sous la forme:

$$n_2 = \frac{n_1}{A_{21}} \left(b_{12} + \frac{A_{32}}{A_{31}+A_{32}}\, b_{13} \right), \tag{25.16}$$

$$n_3 = \frac{n_1 b_{13}}{A_{31}+A_{32}}. \tag{25.17}$$

Dans les nébuleuses gazeuses, sauf certaines exceptions, c'est le deuxième des cas examinés qui se réalise, c'est-à-dire les populations des états métastables sont déterminées par les formules (25.16) et (25.17).

Les expressions obtenues pour les populations des niveaux rendent possible le calcul des intensités des raies interdites. Cherchons, par exemple, le rapport des intensités des raies qui apparaissent dans les transitions $2 \rightarrow 1$ et $3 \rightarrow 2$. En appliquant les formules (25.13) et (25.14) on obtient

$$\frac{E_{21}}{E_{32}} = \frac{n_2 A_{21} \nu_{12}}{n_3 A_{32} \nu_{23}} =$$

$$= \frac{\nu_{12} A_{21}}{\nu_{23} A_{32}} \cdot \frac{(A_{31}+A_{32}+a_{31}+a_{32})\, b_{12}+(A_{32}+a_{32})\, b_{13}}{b_{13}(A_{21}+a_{21}+b_{23})+b_{12}b_{23}}. \tag{25.18}$$

Pour de fortes concentrations des électrons libres cette formule entraîne:

$$\frac{E_{21}}{E_{32}} = \frac{\nu_{12} A_{21}}{\nu_{23} A_{32}} \frac{g_2}{g_3} e^{\frac{h\nu_{23}}{kT_e}}. \tag{25.19}$$

Pour de petites valeurs de n_e la formule (25.18) donne:

$$\frac{E_{21}}{E_{32}} = \frac{\nu_{12}}{\nu_{23}} \left[\left(\frac{A_{31}}{A_{32}} + 1 \right) \frac{b_{12}}{b_{13}} + 1 \right]. \tag{25.20}$$

Les formules déduites pour les intensités des raies interdites seront appliquées par la suite non seulement aux nébuleuses gazeuses, mais encore aux enveloppes des novae.

Nous avons déjà dit que les petites valeurs de n_e, et donc les petites valeurs de W, s'accompagnent d'une forte accumulation des atomes aux états métastables. Ceci est tout à fait clair des formules (25.16) et (25.17), d'après lesquelles la population du niveau

excité est d'autant plus grande que la probabilité des transitions spontanées depuis cet état est petite. Si nous admettions que la transition du deuxième état vers le bas est interdite, et les transitions depuis le troisième état permises, le nombre d'atomes au deuxième état serait considérablement plus grand qu'au troisième état. Autrement dit, la population d'un niveau métastable est notablement supérieure à celle d'un niveau ordinaire. Pour ce qui est de l'intensité de la raie interdite, la formule (25.20) montre qu'elle est environ du même ordre que l'intensité d'une raie permise.

4. Températures et concentrations électroniques. L'intensité d'une raie interdite d'un atome quelconque dans le spectre d'une nébuleuse dépend de la quantité de ces atomes, de la concentration des électrons libres et de la température du gaz électronique. D'après les intensités des raies interdites observées dans le spectre de la nébuleuse on peut donc déterminer les valeurs des grandeurs indiquées.

Pour établir la température électronique d'une nébuleuse on recourt largement à la méthode fondée sur la mesure des intensités relatives des raies interdites de l'ion O III. Cet ion possède deux états métastables; les transitions depuis ces états font apparaître les raies $\lambda 4363$ Å et N_1+N_2 (voir fig. 32). L'excitation des états mentionnés est réalisée par choc électronique. Puisque pour exciter la luminosité dans la raie $\lambda 4363$ Å un électron doit posséder une énergie plus grande que celle nécessaire pour exciter la luminosité dans les raies N_1 et N_2, le rapport des intensités de ces raies, c'est-à-dire $E_{\lambda 4363}/E_{N_1+N_2}$, doit augmenter en fonction de T_e.

Les formules obtenues ci-dessus pour les populations des états métastables et pour les intensités des raies interdites peuvent être appliquées directement à l'ion O III. Appelons les trois états inférieurs de cet ion (un état fondamental et deux états métastables) états 1, 2 et 3. Si l'on admet que la concentration des électrons libres dans la nébuleuse est faible, le rapport des intensités des raies N_1+N_2 et $\lambda 4363$ Å sera déterminé par la formule (25.20).

Passons ici de b_{ij} à a_{ji} en appliquant la relation (25.6). Ceci nous permettra d'exprimer sous une forme explicite la dépendance du rapport entre les intensités des raies N_1+N_2 et $\lambda 4363$ Å, d'une part, et la température de l'autre, du fait que les quantités a_{ji} ne dépendent presque pas de T_e. Après avoir effectué le passage indiqué, on trouve

$$\frac{E_{N_1+N_2}}{E_{\lambda 4363}}=\frac{\nu_{12}}{\nu_{32}}\left[\left(\frac{A_{31}}{A_{32}}+1\right)\frac{g_2a_{21}}{g_3a_{31}}\,e^{\frac{h\nu_{23}}{kT_e}}+1\right]. \qquad (25.21)$$

La formule (25.21) a été obtenue pour la première fois par Ambartsoumian [6]. Les sections efficaces des collisions n'étant pas connues

à l'époque, il a admis que $g_2a_{21}/g_3a_{31} \approx 1$. Maintenant, en utilisant la formule (25.11) et le Tableau 37 on obtient $g_2a_{21}/g_3a_{31} = \Omega(1, 2)/\Omega(1, 3) = 8{,}9$. Compte tenu également de ce que dans notre cas $A_{31}/A_{32} = 0{,}14$, on a au lieu de (25.21):

$$\frac{E_{N_1+N_2}}{E_{\lambda\,4363}} = 8{,}74 e^{\frac{33000}{T_e}}. \tag{25.22}$$

Cette formule rend justement possible le calcul de T_e d'après le rapport des intensités des raies N_1+N_2 et $\lambda\,4363$ Å obtenu d'après les observations.

La méthode exposée de la détermination des températures électroniques des nébuleuses a été utilisée dans les ouvrages de Menzel et de ses collaborateurs [9]. Pour un grand nombre de nébuleuses ils ont obtenu des valeurs de T_e dans l'intervalle de 7000 à 25 000 K. Ces valeurs se distinguent peu de celles fournies par l'examen du bilan énergétique des électrons libres (voir § 23).

Si la concentration électronique dans une nébuleuse n'est pas petite, les populations des niveaux métastables subissent l'influence des chocs de deuxième espèce. Dans ce cas le rapport des intensités des raies N_1+N_2 et $\lambda\,4363$ Å sera déterminé par la formule (25.18). En utilisant au lieu de la formule (25.18) les formules (25.10) et (25.11), ainsi que les Tableaux 36 et 37. on obtient la formule approchée:

$$\frac{E_{N_1+N_2}}{E_{\lambda\,4363}} = 0{,}0753 e^{\frac{33000}{T_e}} \frac{1+2{,}67\cdot 10^5 \frac{\sqrt{T_e}}{n_e}}{1+2300\frac{\sqrt{T_e}}{n_e}}. \tag{25.23}$$

Comme il fallait s'attendre, pour de petites concentrations électroniques (approximativement pour $n_e < 10^5$ cm^{-3}, si T_e est de l'ordre de 10^4 kelvins), la formule (25.23) se transforme en formule (25.22). Avec l'augmentation de n_e le rôle des chocs de deuxième espèce croît et le rapport des intensités des raies devient dépendant non seulement de T_e, mais encore de n_e. Cependant, pour de grandes valeurs de n_e (approximativement pour $n_e > 10^7$ cm^{-3}) le rapport des intensités des raies dépend de nouveau seulement de T_e et est déterminé par la formule

$$\frac{E_{N_1+N_2}}{E_{\lambda\,4363}} = 0{,}0753 e^{\frac{33000}{T_e}}. \tag{25.24}$$

On peut obtenir cette formule immédiatement de la formule (25.19) en y portant les valeurs numériques des paramètres. Dans ce cas les transitions par collisions sont plus fréquentes que les transitions spontanées et la distribution des atomes selon les niveaux est celle de Boltzmann.

Pour déterminer la température électronique d'une nébuleuse par rapport aux intensités des raies interdites on peut utiliser non seulement l'ion O III, mais aussi d'autres ions, et en particulier l'ion N II qui possède deux états métastables émettant la raie $\lambda 5755$ Å et le doublet $\lambda 6548$ Å et $\lambda 6584$ Å. En appliquant la formule (25.18) à l'ion N II on obtient:

$$\frac{E_{\lambda\,6560}}{E_{\lambda\,5755}} = 0{,}0162 e^{\frac{25\,000}{T_e}} \frac{1+1{,}94\cdot 10^5 \frac{\sqrt{T_e}}{n_e}}{1+320\frac{\sqrt{T_e}}{n_e}}. \qquad (25.25)$$

Pour de petites et grandes valeurs de n_e on peut, d'après cette formule, calculer la température T_e sans connaître n_e.

Dans le cas des valeurs intermédiaires de n_e (lorsque les chocs de deuxième espèce interviennent dans les populations des niveaux métastables, mais la distribution de Boltzmann des atomes selon les niveaux n'est pas encore établie), le rapport des intensités des raies interdites dépend non seulement de T_e, mais encore de n_e. Dans ce cas en appliquant simultanément les formules (25.23) et (25.25) on peut essayer de calculer aussi bien les températures électroniques que la concentration électronique. Cependant, l'emploi de ce mode de recherche de T_e et n_e est relativement rare car dans la plupart des nébuleuses la concentration électronique est petite (comme nous l'avons établi au § 24, $n_e \approx 10^3$ à 10^4 cm^{-3}).

Il est plus commode de déterminer la concentration électronique dans les nébuleuses d'après les intensités des raies $\lambda 3726$ et $\lambda 3729$ Å appartenant à l'ion O II. Si les niveaux de départ de ces raies sont considérés comme états 2 et 3, le rapport des intensités des raies sera donné par une formule analogue à (25.18) (en substituant $\nu_{13}A_{31}$ à $\nu_{23}A_{32}$). En portant dans cette formule les valeurs numériques des paramètres on obtient:

$$\frac{E_{\lambda\,3729}}{E_{\lambda\,3726}} = 0{,}35 \frac{1+43\frac{\sqrt{T_e}}{n_e}}{1+10\frac{\sqrt{T_e}}{n_e}}. \qquad (25.26)$$

On voit que dans la formule (25.26) ne figure pas le terme exponentiel contenant la température, caractéristique des formules (25.23) et (25.25). Ceci s'explique par la proximité des états 2 et 3 dont il s'ensuit que $h\nu_{23} \ll kT_e$. La formule (25.26) permet de calculer la concentration électronique sans connaître exactement la température électronique. Toutefois, la formule (25.26) n'est vérifiée que pour des températures relativement basses. Pour les températures plus élevées il faut également tenir compte des niveaux situés plus haut, c'est-à-dire envisager un atome possédant cinq niveaux d'éner-

gie. La détermination de la concentration électronique par cette méthode a été effectuée par M. Seaton et D. Osterbrock.

Il est intéressant de noter que la concentration électronique obtenue par rapport aux intensités des raies interdites ne dépend pas des distances aux nébuleuses. D'autre part, la concentration électronique déterminée d'après les intensités des raies de Balmer, c'est-à-dire d'après la formule (24.15), dépend de cette distance. Il est donc possible d'établir les distances aux nébuleuses en comparant les concentrations électroniques déterminées par les méthodes indiquées. Pour l'instant ce moyen ne fournit pas de résultats sûrs, mais probablement il est susceptible d'être perfectionné.

5. **Composition chimique des nébuleuses.** D'après le rapport des intensités des raies d'atomes différents dans le spectre on peut déterminer la teneur relative de ces atomes dans une nébuleuse. Ces déterminations peuvent être effectuées aussi bien d'après les raies dues aux collisions que d'après les raies dues aux recombinaisons.

Soit E_{21} la quantité d'énergie émise par la nébuleuse en 1 s dans la raie interdite associée à la transition $2 \to 1$ de l'atome donné. Cette quantité peut être mise sous la forme:

$$E_{21} = n_2 A_{21} h\nu_{12} V, \tag{25.27}$$

où n_2 est le nombre d'atomes au deuxième état dans 1 cm^3 et V, le volume de la nébuleuse lumineuse dans la raie considérée (nous savons du § 23 qu'à des stades d'ionisation différents les atomes se trouvent dans des zones différentes de la nébuleuse).

Si la densité de la nébuleuse est faible, le nombre d'atomes n_2 se calcule d'après la formule (25.16). Le premier terme entre parenthèses de cette formule correspond aux collisions qui excitent directement le deuxième niveau, et le deuxième terme, aux collisions qui excitent le troisième niveau ainsi qu'aux transitions ultérieures de l'atome vers le deuxième niveau. Ordinairement le deuxième terme est bien plus petit que le premier. Aussi obtient-on approximativement au lieu de la formule (25.27):

$$E_{21} = n_1 b_{12} h\nu_{12} V. \tag{25.28}$$

Une formule analogue peut s'écrire également pour tout autre atome. On tire de ces formules:

$$\frac{E_{21}}{E'_{21}} = \frac{n_1 b_{12} \nu_{12} V}{n'_1 b'_{12} \nu'_{12} V'}, \tag{25.29}$$

où les primes désignent les grandeurs relatives au deuxième atome. D'après les observations on peut trouver le rapport des intensités des raies E_{21}/E'_{21} et le rapport V/V' des volumes lumineux dans ces raies. La formule (25.29) permet donc de déterminer la quantité n_1/n'_1 qui est le rapport des concentrations des atomes envisagés. Evidemment, de ces déterminations il faut au préalable trouver

théoriquement les probabilités des collisions excitatrices (et pour des calculs plus précis avec la formule (25.16), les probabilités des transitions spontanées).

La luminosité des nébuleuses dans les raies produites par photo-ionisations et recombinaisons a été examinée au § 24. D'après la formule (24.9) la quantité d'énergie émise par la nébuleuse en 1 s dans la raie de Balmer d'hydrogène peut s'écrire:

$$E_{k2} = z_k A_{k2} h\nu_{2k} n_e n^+ V_{\mathrm{H}}, \qquad (25.30)$$

où z_k sont les quantités déterminées par le système d'équations (24.3), et V_{H}, le volume de la nébuleuse qui est rendu lumineux dans les raies de Balmer. Des formules analogues peuvent s'écrire également pour d'autres atomes dont les raies apparaissent d'une façon similaire. A l'aide de ces formules on peut trouver, comme ci-dessus, les concentrations relatives des atomes. Pour ce faire il faut connaître les probabilités des transitions spontanées et des recombinaisons.

Il convient de noter que par la méthode exposée on détermine la concentration des atomes à un stade d'ionisation défini (par exemple, d'après les raies N_1 et N_2 on détermine la concentration des atomes d'oxygène deux fois ionisé). Pour évaluer la part des atomes de l'élément considéré à d'autres stades d'ionisation, il faut utiliser la formule d'ionisation.

L. Aller et D. Menzel [9] ont déterminé la composition chimique des nébuleuses planétaires d'après les intensités des raies d'émission. Les données qu'ils ont obtenues sur les nombres relatifs d'atomes de divers éléments sont consignés dans le Tableau 38 (le nombre

Tableau 38

Composition chimique des nébuleuses planétaires et des atmosphères stellaires

Elément	Nébuleuse planétaire	Soleil	τ Sco	Elément	Nébuleuse planétaire	Soleil	τ Sco
Hydrogène	1000	1000	1000	Fluor	0,0001		
				Néon	0,01		0,1
Hélium	100	222	175	Soufre	0,036	0,037	
Carbone	0,6	0,04	0,17	Chlore	0,002		
Azote	0,2	0,12	0,3	Argon	0,0015		
Oxygène	0,25	0,37	1,0				

d'atomes d'hydrogène est pris par convention pour 1000). Le même tableau fournit à titre de comparaison les données sur les nombres relatifs des atomes dans les atmosphères du Soleil et de l'étoile

τ Sco, obtenues par une méthode tout à fait différente, d'après les intensités des raies d'absorption.

Nous voyons qu'il n'y a pas de grandes différences dans la composition chimique des atmosphères stellaires et des nébuleuses. En particulier, l'élément le plus abondant dans les nébuleuses est l'hydrogène. Le nombre d'atomes d'hélium représente environ un dixième du nombre d'atomes d'hydrogène, et le nombre d'autres atomes pris ensemble, environ un millième.

§ 26. Spectre continu

1. Recombinaisons et transitions libre-libre (free-free). Nous avons déjà dit que les spectres des nébuleuses gazeuses se composent de raies d'émission sur un fond continu faible. L'origine de ce fond s'explique dans une grande mesure par les recombinaisons et les transitions libre-libre des électrons dans les champs des ions. Cette luminosité est due avant tout à l'hydrogène en tant qu'élément le plus abondant dans les nébuleuses.

Pour calculer la quantité d'énergie émise par une nébuleuse dans le spectre continu, il faut connaître les coefficients d'émission définis par les recombinaisons et les transitions libre-libre. Les coefficients d'absorption dans le spectre continu étant connus (voir § 5), nous pouvons trouver aisément les coefficients d'émission nécessaires, en recourant à cet effet au procédé usuel, c'est-à-dire en considérant l'état d'équilibre thermodynamique.

Désignons par $\varepsilon_{i\nu}$ le coefficient d'émission volumique du rayonnement pour les recombinaisons vers le premier niveau et par $\alpha_{i\nu}$, le coefficient d'absorption volumique depuis le premier niveau. En équilibre thermodynamique on a:

$$\varepsilon_{i\nu} = \alpha_{i\nu} \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{26.1}$$

Mettons le coefficient d'absorption volumique sous la forme $\alpha_{i\nu} = n_i k_{i\nu}$, où n_i est le nombre d'atomes à l'i-ième état dans 1 cm^3, et $k_{i\nu}$, le coefficient d'absorption par atome. En équilibre thermodynamique n_i est exprimé à l'aide de la concentration des ions n^+ et la concentration des électrons libres n_e par la formule (5.7) déduite des formules de Boltzmann et de Saha. Quant au coefficient d'absorption $k_{i\nu}$, pour l'hydrogène il est donné par la formule (5.6), où il faut introduire encore le facteur $1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}$ pour rendre compte de l'absorption négative. En utilisant les formules mentionnées on obtient à partir de (26.1):

$$\varepsilon_{i\nu} = n_e n^+ \frac{2^7\pi^4}{(6\pi)^{3/2}} \frac{e^{10}}{m^2c^3h^2} \left(\frac{m}{kT}\right)^{3/2} \frac{g_{i\nu}}{i^3} e^{\frac{\chi_i - h\nu}{kT}}, \tag{26.2}$$

où $h\nu > \chi_i$. Cette formule est toujours vraie lorsque les vitesses des électrons libres sont distribuées selon la loi de Maxwell à température T.

Au moyen de la formule (26.2) nous pouvons, entre autres, trouver le nombre total de recombinaisons vers l'i-ième niveau. Ce nombre est égal à:

$$n_e n^+ C_i = 4\pi \int_{\nu_i}^{\infty} \frac{\varepsilon_{i\nu}}{h\nu}\, d\nu. \tag{26.3}$$

Avec $g_{i\nu} = 1$ on en tire l'expression (23.7) pour le coefficient de recombinaison C_i.

Le coefficient d'émission volumique dû aux recombinaisons vers tous les niveaux vaut évidemment:

$$\varepsilon'_\nu = n_e n^+ \frac{2^7\pi^4}{(6\pi)^{3/2}} \frac{e^{10}}{m^2c^3h^2} \left(\frac{m}{kT}\right)^{3/2} \sum_{i=j}^{\infty} \frac{g_{i\nu}}{i^3} e^{\frac{\chi_i - h\nu}{kT}}. \tag{26.4}$$

Il faut admettre ici que $j = 1$ au-delà de la limite de la série de Lyman, $j = 2$ depuis la limite de la série de Balmer jusqu'à la limite de la série de Lyman, etc.

D'une façon analogue on peut trouver le coefficient d'émission volumique ε''_ν dû aux transitions libre-libre. En utilisant l'expression (5.10) du coefficient d'absorption volumique α''_ν et la loi de Kirchhoff-Planck, on obtient

$$\varepsilon''_\nu = n_e n^+ \frac{2^5\pi^2}{(6\pi)^{3/2}} \frac{e^6}{m^2c^3} \left(\frac{m}{kT}\right)^{1/2} g_\nu e^{-\frac{h\nu}{kT}}. \tag{26.5}$$

En additionnant les expressions (26.4) et (26.5), on aboutit à la formule suivante du coefficient d'émission volumique défini aussi bien par les recombinaisons que par les transitions libre-libre:

$$\varepsilon_\nu = n_e n^+ \frac{2^5\pi^2}{(6\pi)^{3/2}} \frac{e^6}{m^2c^3} \left(\frac{m}{kT_e}\right)^{1/2} \left(g_\nu + 2\frac{\chi_1}{kT_e} \sum_{i=j}^{\infty} \frac{g_{i\nu}}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}\right) e^{-\frac{h\nu}{kT_e}}. \tag{26.6}$$

Ayant en vue l'application de cette formule aux nébuleuses gazeuses nous avons remplacé la température T par la température électronique de la nébuleuse T_e.

La répartition de l'énergie dans le spectre continu donnée par la formule (26.6) est caractérisée par cette particularité que l'intensité du rayonnement croît par saut aux limites des séries lors du passage des fréquences plus basses aux fréquences plus hautes. Ceci s'explique par l'apparition dans la formule (26.6) d'un nouveau terme dû aux recombinaisons vers un niveau plus bas.

La formule (26.6) montre que dans le domaine visible du spectre continu le rayonnement est dû dans la même mesure aux recombinaisons et aux transitions libre-libre (avec $T_e \approx 10\,000$ K). D'autre part, comme nous le savons du § 22, chaque recombinaison vers le troisième niveau et vers les niveaux plus élevés conduit nécessairement à l'apparition d'un quantum dans les raies de Balmer. Par conséquent, le nombre de quanta dans les raies de Balmer doit être selon l'ordre de grandeur égal au nombre de quanta dans le spectre continu. Mais le rayonnement dans les raies est concentré sur des intervalles très étroits de fréquences. Il s'ensuit que le spectre continu examiné doit seulement jouer pour les raies d'émission le rôle d'un fond faible. Cherchons à titre d'exemple le rapport entre le nombre de quanta dans les raies H_β et le nombre de quanta dans le continuum de Balmer. Il est clair que ce rapport vaut:

$$\frac{n_4 A_{42}}{n_e n^+ C_2(T_e)} = z_4 \frac{A_{42}}{C_2(T_e)},$$

et comme le montrent les calculs, il est de l'ordre de l'unité. Ainsi, une seule raie H_β émet à peu près autant de quanta que tout le continuum de Balmer.

Du point de vue qualitatif la théorie exposée est en bon accord avec les résultats des observations. On sait que le spectre continu des nébuleuses gazeuses est en effet très faible. Par contre, au voisinage de la limite de la série de Balmer on enregistre une discontinuité d'intensité caractéristique des spectres de recombinaison. Cependant, du point de vue quantitatif la théorie et les observations ne s'accordent pas.

La formule (26.6) montre que dans le spectre continu la répartition théorique de l'énergie obéit à la loi:

$$H_\nu \sim e^{-\frac{h\nu}{kT_e}}. \qquad (26.7)$$

En portant cette expression du flux de rayonnement H_ν dans la relation (6.18) on obtient la dépendance suivante entre la température spectrophotométrique T_s et la température électronique T_e

$$-\frac{h}{kT_e} = \frac{3}{\nu} - \frac{h}{kT_s} \frac{1}{1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_s}}}. \qquad (26.8)$$

En négligeant ici la quantité $e^{-\frac{h\nu}{kT_s}}$ par rapport à 1, on trouve pour le secteur du spectre au voisinage de la raie H_β:

$$\frac{1}{T_s} - \frac{1}{T_e} = \frac{1}{10\,000}. \qquad (26.9)$$

Avec $T_e = 10\,000$ K cette relation donne $T_s = 5000$ K. Or, les températures spectrophotométriques observées des nébuleuses sont bien plus élevées. Par ailleurs, l'intensité observée du spectre continu des nébuleuses dans le domaine visuel dépasse sensiblement l'intensité théorique (par rapport aux intensités des raies de Balmer). On peut donc tirer la conclusion que dans les nébuleuses il existe une certaine source de luminosité complémentaire dans le spectre continu.

En examinant la discontinuité de Balmer on aboutit également à la même conclusion. Comme il s'ensuit des formules (6.19) et (26.6), la discontinuité de Balmer théorique est donnée par l'expression:

$$D = \lg \frac{1 + 2\frac{\chi_1}{kT_e} \sum_{i=3}^{\infty} \frac{1}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}}{1 + 2\frac{\chi_1}{kT_e} \sum_{i=2}^{\infty} \frac{1}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}}, \tag{26.10}$$

où l'on a adopté $g_\nu = 1$ et $g_{i\nu} = 1$. On voit que dans notre cas $D < 0$. La quantité D dépend seulement de la température électronique et peut être calculée pour chaque nébuleuse (pour la valeur de T_e obtenue d'après les intensités des raies interdites). Toutefois, les valeurs observées de D sont plus grandes que celles fournies par le calcul. Ceci peut s'expliquer, évidemment, par l'action du rayonnement complémentaire.

Le Tableau 39 donne les valeurs de la discontinuité de Balmer D en fonction de la température électronique T_e et de la quantité

Tableau 39

Discontinuité de Balmer D (affectée du signe inverse)

T_e, K	C/Ba_s				T_e, K	C/Ba_s			
	0	0.1	0.2	0.3		0	0.1	0.2	0.3
5 000	2,34	1,02	0,77	0,63	20 000	0,72	0,58	0,49	0,42
7 500	1,68	0,96	0,73	0,61	25 000	0,60	0,49	0,42	0,37
10 000	1,31	0,87	0,68	0,57	30 000	0,51	0,41	0,36	0,32
15 000	0,93	0,70	0,57	0,49	40 000	0,38	0,33	0,29	0.26

C/Ba_s, qui est le rapport de l'intensité du spectre continu complémentaire à l'intensité du spectre continu défini par les recombinaisons et les transitions libre-libre au-delà de la limite de la série de

Balmer. Pour $C = 0$ la discontinuité de Balmer se calcule d'après la formule (26.10). Le tableau montre comment D croît en fonction de $C/\mathrm{Ba_s}$ à température électronique constante.

En étudiant le spectre continu de la nébuleuse d'Orion J. Greenstein a trouvé d'après les observations que $D = -0{,}64$. Si l'on admet que la quantité D est déterminée par la formule (26.10), alors, comme il s'ensuit du Tableau 39, la température électronique $T_e = 22\,000$ K. Pour une nébuleuse une telle température électronique est trop élevée. Pour que $T_e = 12\,000$ K avec la valeur obtenue de D il faut adopter $C/\mathrm{Ba_s} = 0{,}2$.

Ce qui vient d'être dit entraîne que les recombinaisons et les transitions libre-libre ne peuvent pas être les seules responsables du spectre continu des nébuleuses gazeuses. Dans une partie des nébuleuses diffuses la poussière diffusant le rayonnement des étoiles joue un certain rôle dans la création du spectre continu. Mais les nébuleuses planétaires ne contiennent probablement pas de poussières en grandes quantités.

Un mécanisme supplémentaire de l'apparition du spectre continu des nébuleuses gazeuses sera décrit plus bas.

2. Emission simultanée de deux photons. Chaque état excité d'un atome rend possible, en plus des transitions spontanées avec émission d'un quantum, des transitions spontanées avec émission de deux quanta. D'ordinaire, la probabilité des premières transitions (à un quantum) est bien plus grande que celle des deuxièmes (à deux quanta). Cependant, dans le cas des états métastables, depuis lesquels la probabilité de toutes transitions à un quantum est faible, la situation peut être renversée. En particulier, ceci est vrai de l'état métastable $2s$ de l'hydrogène. Comme le montrent les calculs, la transition $2s \to 1s$ est plus probable avec émission de deux quanta que d'un quantum.

Les énergies des quanta émis par la transition à deux quanta $2s \to 1s$ peuvent être quelconques, mais leur somme est constante et évidemment égale à l'énergie du quantum L_α. De la sorte, dans les transitions à deux quanta l'énergie est émise dans le spectre continu. Dans les nébuleuses gazeuses, après les photo-ionisations, les recombinaisons et les transitions en cascade, une part importante des atomes d'hydrogène tombe à l'état métastable $2s$. Nous savons que les conditions dans les nébuleuses sont telles que ni le rayonnement, ni les collisions ne font sortir l'atome de l'état métastable ou ceci est très rare. Les atomes d'hydrogène se trouvant à l'état $2s$ effectuent donc dans la plupart des cas (si la densité n'est pas très élevée) des transitions vers l'état $1s$ en émettant des quanta dans le spectre continu. Le rôle notable de ces processus dans la formation du spectre continu des nébuleuses gazeuses a été révélé pour la première fois par les travaux de L. Spitzer et J. Greenstein et, indépendamment d'eux, par A. Kipper [7].

Désignons les fréquences de deux quanta émis dans la transition $2s \rightarrow 1s$ par $y\nu_{12}$ et $(1 - y)\,\nu_{12}$, où ν_{12} est la fréquence de L_α et y, un nombre quelconque de 0 à 1. Soit $A(y)\,dy$ le coefficient de probabilité de la transition liée à l'émission d'un quantum dans l'intervalle de fréquences de $\nu_{12}y$ à $\nu_{12}(y + dy)$. En mettant la quantité $A(y)$ sous la forme:

$$A(y) = \frac{9\alpha^6\nu_0}{2^{10}}\,\psi(y), \tag{26.11}$$

où ν_0 est la fréquence d'ionisation de l'hydrogène et $\alpha = 2\pi e^2/hc$, la constante de la structure fine, les auteurs cités ont obtenu pour la fonction $\psi(y)$ les valeurs consignées dans le Tableau 40. Puisque

Tableau 40

Quantités $\psi(y)$ et $y\psi(y)$ caractéristiques de l'émission simultanée de deux photons

y	λ (Å)	$\psi(y)$	$y\psi(y)$	y	λ (Å)	$\psi(y)$	$y\psi(y)$
0,00		0	0	0,30	4052	4,546	1,363
0,05	24 313	1,725	0,0863	0,35	3473	4,711	1,649
0,10	12 157	2,783	0,2783	0,40	3039	4,824	1,929
0,15	8 105	3,481	0,5222	0,45	2702	4,889	2,200
0,20	6 078	3,961	0,7922	0,50	2431	4,907	2,454
0,25	4 862	4,306	1,077				

$\psi(y) = \psi(1 - y)$, dans le tableau y ne varie que de 0 à $^1/_2$. L'énergie émise dans un intervalle unitaire de fréquence est proportionnelle à la quantité $h\nu A(y)$ ou $y\psi(y)$. Les valeurs de la fonction $y\psi(y)$ sont également données par le Tableau 40. Le coefficient d'Einstein de la transition à deux quanta $2s \rightarrow 1s$ est

$$A_{2s,\,1s} = \frac{1}{2}\int_0^1 A(y)\,dy = 8{,}227 \ \mathrm{s}^{-1}. \tag{26.12}$$

A l'aide de la quantité $A(y)$ on peut écrire aisément l'expression du coefficient d'émission volumique ε_ν dû aux transitions à deux quanta. Désignons par n_{2s} le nombre d'atomes d'hydrogène à l'état $2s$ en 1 cm³. Alors, on a évidemment:

$$4\pi\varepsilon_\nu\,d\nu = n_{2s}\,A(y)\,dy \cdot h\nu$$

ou

$$\varepsilon_\nu = n_{2s}\,\frac{h}{4\pi}\,A(y)\,y. \tag{26.13}$$

Pour trouver la quantité n_{2s} il faut composer l'équation de stationnarité de l'état 2*s*. Les atomes d'hydrogène tombent à l'état 2*s* après des recombinaisons et des transitions en cascade ultérieures. Désignons par X la part de toutes les recombinaisons vers les niveaux élevés depuis le deuxième, qui conduisent à l'apparition des atomes à l'état 2*s*. Alors le nombre de transitions vers l'état 2*s* dans 1 cm³ en 1 s sera $Xn_en^+\sum_2^\infty C_i\,(T_e)$. Les calculs donnent qu'environ $X=0{,}32$ (X dépend faiblement de la température électronique). D'autre part, les atomes quittent l'état 2*s* par suite des transitions à deux quanta. Le nombre de ces transitions dans 1 cm³ en 1 s est $n_{2s}A_{2s,\,1s}$. D'après ce qui vient d'être dit on obtient:

$$n_{2s}A_{2s,\,1s}=Xn_en^+\sum_2^\infty C_i\,(T_e). \tag{26.14}$$

En portant n_{2s} de (26.14) dans (26.13), il vient

$$\varepsilon_\nu=Xn_en^+\sum_2^\infty C_i\,(T_e)\frac{hA\,(y)\,y}{4\pi A_{2s,\,1s}}. \tag{26.15}$$

D'après la formule (26.15) à l'aide du Tableau 40 on peut calculer la quantité ε_ν cherchée.

Evidemment, le nombre total de quanta émis dans les transitions à deux quanta $2s\rightarrow 1s$ dans 1 cm³ en 1 s vaut:

$$2Xn_en^+\sum_2^\infty C_i\,(T_e).$$

D'après l'ordre de grandeur ce nombre est comparable au nombre de quanta émis par recombinaisons. Les transitions à deux quanta doivent donc jouer un rôle important dans la création du spectre continu des nébuleuses gazeuses.

L'expression (26.15) jointe à (26.6) permet d'obtenir la répartition de l'énergie dans le spectre continu qui s'accorde mieux avec les données d'observation que la répartition de l'énergie donnée par la formule (26.6). Cependant, avant de comparer en détail la théorie avec les observations, examinons encore certains processus qui interviennent dans l'intensité de l'émission simultanée de deux photons.

3. Influence des collisions. Nous avons admis précédemment que tous les atomes parvenus à l'état métastable 2*s* effectuent à partir de cet état une transition spontanée vers l'état 1*s* avec émission de deux quanta. Or, les transitions de l'état 2*s* sont également possibles sous l'action des collisions. Les calculs montrent que les plus

probables d'entre elles sont les transitions vers un état $2p$ (fig. 33) très proche de $2s$, ces transitions étant dues surtout aux collisions avec les protons. Ensuite, l'atome subit la transition spontanée de l'état $2p$ vers l'état $1s$ avec émission d'un quantum L_α. De tels processus font diminuer la population du niveau $2s$ par rapport à

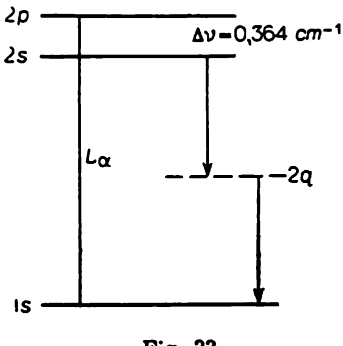


Fig. 33

celle obtenue auparavant et, donc, l'intensité de l'émission simultanée de deux photons.

D'autre part, les nébuleuses peuvent être le siège des processus inverses. Un atome étant parvenu à l'état $2p$ peut sous l'action d'une collision, au lieu d'effectuer la transition spontanée vers l'état $1s$ avec émission d'un quantum L_α, peut passer à l'état $2s$, et ensuite à l'état $1s$ avec émission de deux quanta. Il semble à première vue que de tels processus soient très rares, car la probabilité de la transition $2p \rightarrow 1s$ est très grande. Or, en réalité, les choses ne sont pas aussi simples. Dans la majorité des cas le quantum L_α quitte la nébuleuse non pas dès son apparition, mais seulement après des diffusions multiples. Ceci prolonge considérablement la durée de la présence de l'atome à l'état $2p$. On peut admettre qu'en moyenne elle est égale à $N/A_{2p,1s}$, où N est le nombre moyen de diffusions du quantum L_α dans la nébuleuse. Evidemment, plus N est grand, plus la probabilité de la transition $2p \rightarrow 2s$ sous l'action des collisions et de la transition ultérieure $2s \rightarrow 1s$ à deux quanta est grande.

Pour élucider le rôle de ces processus nous devons les prendre en considération en déterminant la population de l'état $2s$. Ecrivons les équations de stationnarité des états $2s$ et $2p$. En désignant la concentration des atomes de ces états par n_{2s} et n_{2p}, on a

$$\left.\begin{aligned} n_{2s}(A_{2s,1s}+b_{2s,2p}) &= XR+n_{2p}a_{2p,2s},\\ n_{2p}\left(\frac{A_{2p,1s}}{N}+a_{2p,2s}\right) &= (1-X)R+n_{2s}b_{2s,2p}. \end{aligned}\right\} \quad (26.16)$$

Ici XR et $(1 - X) R$ sont les nombres d'atomes qui parviennent respectivement aux états $2s$ et $2p$ après les recombinaisons et les transitions en cascade dans 1 cm³ en 1 s, et $R = n_e n^+ \sum_2^\infty C_i$. Par $n_{2s} b_{2s,2p}$ on désigne le nombre de transitions $2s \to 2p$ dues aux collisions dans 1 cm³ en 1 s, et par $n_{2p} a_{2p,2s}$, le nombre de transitions inverses. Au lieu de la quantité $A_{2p,1s}$ nous avons écrit la quantité $A_{2p,1s}/N$ pour rendre compte approximativement des diffusions multiples des quanta L_α dans la nébuleuse.

En calculant la quantité n_{2s} d'après l'équation (26.10) on obtient l'expression suivante du nombre cherché de transitions à deux quanta:

$$n_{2s} A_{2s,1s} = \frac{X + a_{2p,2s} \dfrac{N}{A_{2p,1s}}}{1 + a_{2p,2s} \dfrac{N}{A_{2p,1s}} + \dfrac{b_{2s,2p}}{A_{2s,1p}}} R. \tag{26.17}$$

C'est précisément par cette formule qu'il faut remplacer la formule (26.14) pour tenir compte des collisions qui font passer les atomes de l'état $2s$ vers l'état $2p$ et inversement.

Portons dans la formule (26.17) les valeurs numériques des paramètres:

$$A_{2p,1s} = 6{,}24 \cdot 10^8, \quad A_{2s,1s} = 8{,}23, \quad b_{2s,2p} = n_e 5 \cdot 10^{-4},$$
$$a_{2p,2s} = n_e 1{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}.$$

Alors, on obtient

$$n_{2s} A_{2s,1s} = \frac{X + 2{,}4 \cdot 10^{-13} n_e N}{1 + 2{,}4 \cdot 10^{-13} n_e N + 6 \cdot 10^{-5} n_e} R. \tag{26.18}$$

On voit que lorsque le nombre de diffusions des quanta L_α dans la nébuleuse est petit, et notamment

$$2{,}4 \cdot 10^{-13}\, n_e N \ll 1, \tag{26.19}$$

la formule (26.18) devient

$$n_{2s} A_{2s,1s} = \frac{X}{1 + 6 \cdot 10^{-5} n_e} R. \tag{26.20}$$

Dans ce cas les transitions $2s \to 2p$ deviennent plus fréquentes que les transitions inverses et l'intensité de l'émission simultanée de deux photons s'atténue avec la croissance de n_e.

Mais lorsque le nombre moyen de diffusions des quanta L_α dans la nébuleuse satisfait à l'inégalité

$$N \gg 2{,}5 \cdot 10^8, \tag{26.21}$$

alors, au lieu de la formule (26.18) on trouve

$$n_{2s}A_{2s,\,1s}=\left[X+(1-X)\,\frac{2{,}4\cdot 10^{-13}n_eN}{1+2{,}4\cdot 10^{-13}n_eN}\right]R. \qquad (26.22)$$

Pour le nombre de transitions à deux photons cette formule donne à peu près la même valeur que la formule (26.14) ou une valeur plus grande. Ceci signifie que les transitions $2p \rightarrow 2s$ compensent les transitions $2s \rightarrow 2p$ ou même sont prédominantes.

Si à l'inégalité (26.21) on peut encore joindre l'inégalité

$$2{,}4\cdot 10^{-13}\; n_eN \gg 1, \qquad (26.23)$$

on obtient

$$n_{2s}A_{2s,1s} = R, \qquad (26.24)$$

c'est-à-dire que le nombre de transitions à deux photons est égal au nombre de recombinaisons vers tous les niveaux à partir du deuxième. Dans notre cas, tous les quanta L_α se transforment en émission simultanée de deux photons.

Comme nous le verrons au paragraphe suivant, dans les nébuleuses la quantité N est très grande. Toutefois, elle n'est probablement pas assez grande pour que l'inégalité (26.21) soit vérifiée. Il faut donc admettre que dans les nébuleuses le nombre de transitions à deux photons est déterminé par la formule (26.20).

La formule (26.20) peut être remplacée par la formule (26.14) où l'on entend par X la quantité

$$X=\frac{0{,}32}{1+6\cdot 10^{-5}n_e}. \qquad (26.25)$$

Conformément à ceci, pour le coefficient d'émission ε_ν on peut utiliser aussi l'expression (26.15) en admettant que dans cette dernière X est donné par la formule (26.25).

4. Comparaison de la théorie avec les observations. Nous avons déjà dit que la théorie de la formation du spectre continu des nébuleuses, qui ne rend compte que des recombinaisons et des transitions libre-libre, ne peut pas donner une explication suffisante des résultats des observations. En comparant la théorie mentionnée aux observations, on est amené à conclure sur l'existence d'une certaine source complémentaire du spectre continu dans les nébuleuses. Si l'on introduit pour une telle source l'émission simultanée de deux photons, l'accord entre la théorie et les observations sera bien meilleur.

La comparaison de la répartition observée de l'énergie dans le spectre des nébuleuses avec la répartition théorique a été faite

Tableau 41

Valeurs théoriques et observées de la discontinuité de Balmer dans les spectres des nébuleuses

Nébuleuse	$10^{-4}\,T_e$	$10^{-4}\,n_e$	$-D_{obs}$	$-D_{théor}$		
NGC 6543	1,0	3	0,98	1,26	0,70	0,95
NGC 6572	1,3	5	0,79	1,00	0,59	0,84
NGC 6826	1,1	3	0,61	1,15	0,66	0,89
NGC 7009	1,4	3	0,82	0,90	0,56	0,73
NGC 7662	1,3	5	0,81	0,80	0,59	0,79
IC 418	1,9	0,8	0,48	0,69	0,45	0,50
Moyenne			0,75	0,98	0,59	0,78

par Seaton. Ses résultats relatifs à la discontinuité de Balmer sont portés dans le Tableau 41.

La première colonne du tableau donne les numéros des nébuleuses d'après les catalogues NGC et IC; la deuxième et la troisième, les valeurs de T_e et n_e déterminées par Seaton; la quatrième, les valeurs observées de la discontinuité de Balmer. Les colonnes suivantes indiquent les valeurs théoriques de celle-ci pour trois cas: 1) compte tenu des recombinaisons et des transitions libre-libre; 2) compte tenu en même temps de l'émission de deux photons avec $X = 0{,}32$; 3) compte tenu en même temps de l'émission de deux photons avec la quantité X définie par la formule (26.25).

D'après le tableau l'émission simultanée de deux photons influe notablement sur la valeur de la discontinuité de Balmer. Par ailleurs, on peut constater un bon accord entre les observations et la théorie pour les valeurs de la quantité X calculées d'après la formule (26.25).

Les observations donnent également les courbes de la variation de l'intensité rayonnée sur la fréquence dans le domaine visible du spectre des nébuleuses. Pour plusieurs nébuleuses planétaires l'intensité du rayonnement s'est avérée à peu près constante dans une partie importante du spectre (de 3600 à 4800 Å). Ce fait ne correspond pas à la loi exponentielle de la décroissance de l'intensité rayonnée avec l'augmentation de la fréquence, qui découle de la formule (26.6). Or, comme on le voit de la formule (26.15) et du Tableau 40, l'intensité de l'émission simultanée de deux photons dans le domaine visible du spectre augmente quelque peu avec la croissance de la fréquence. Donc, si on tient compte de l'émission simultanée de deux photons, cela explique en grande partie la ré-

partition de l'énergie dans le spectre continu des nébuleuses planétaires. Certaines divergences entre la théorie et les observations sont probablement dues à des observations imprécises.

5. Rayonnement dans d'autres domaines du spectre. Plus haut nous avons examiné en détail l'origine du spectre continu des nébuleuses dans le domaine visuel. Or, dans d'autres domaines les nébuleuses possèdent également un spectre continu très intense. En particulier, on a découvert depuis longtemps le rayonnement des nébuleuses dans le domaine radio. Il a été établi que dans le cas des nébuleuses planétaires ce rayonnement est de nature thermique. Les formules correspondantes de l'énergie émise par unité de volume ont été données au § 18 consacré au rayonnement radio du Soleil. Ici nous n'appliquerons pas ces formules aux nébuleuses planétaires, car par la suite (au § 34) elles seront employées pour interpréter le rayonnement radio des nébuleuses diffuses. Notons seulement que si l'on connaît les quantités n_e et T_e, établies pour la nébuleuse planétaire donnée d'après son rayonnement dans le domaine visible du spectre, on peut calculer l'énergie de cette nébuleuse sur les fréquences radio. Les résultats de ces calculs s'accordent bien avec les données d'observation.

Les observations de l'infrarouge du spectre des nébuleuses planétaires ont permis d'établir que certaines d'entre elles émettent un rayonnement très intense sur des longueurs d'onde de 5 à 20 μ. D'après l'ordre de grandeur le flux de ce rayonnement est comparable avec celui émis par la nébuleuse dans le domaine visible du spectre. Le rayonnement infrarouge de ces nébuleuses se compose de deux parties : rayonnement thermique du gaz dû surtout aux recombinaisons et aux transitions libre-libre de l'atome d'hydrogène et rayonnement excédentaire notable.

Pour expliquer le rayonnement excédentaire, on émet l'hypothèse qu'il provient des particules de poussière chauffées dans la nébuleuse par les quanta L_α. On sait que chaque quantum L_c de l'étoile absorbé par la nébuleuse forme nécessairement un quantum L_α qui diffuse très longtemps dans la nébuleuse. Si au cours de la diffusion des quanta L_α toute leur énergie est dépensée pour chauffer les particules de poussière, alors cette énergie suffit parfaitement pour produire le rayonnement infrarouge observé des nébuleuses. En même temps, les calculs montrent que le maximum de ce rayonnement doit correspondre à une longueur d'onde d'environ 10 μ, ce qui correspond également aux observations.

En réalité, une certaine partie des quanta L_α sort à l'extérieur de la nébuleuse. Comme nous le verrons par la suite, ceci a lieu surtout par suite du passage des quanta dans les ailes de la raie, dû à la redistribution selon la fréquence lors de l'acte de diffusion élémentaire, ainsi qu'à la présence du gradient de vitesse. Toutefois, si la quantité de poussières dans la nébuleuse n'est pas trop petite, la

prise en considération de ces effets n'influe pas fortement sur les estimations mentionnées. Pour expliquer le rayonnement infrarouge observé par l'action du mécanisme indiqué, il faut admettre que dans la partie visible du spectre l'épaisseur optique de la composante de poussières de la nébuleuse est de l'ordre d'un dizième.

L'hypothèse sur la présence de poussières dans les nébuleuses planétaires est également confirmée par le fait que dans les spectres de certaines nébuleuses l'infrarouge excédentaire est très fort, alors que dans les spectres des autres nébuleuses, il est faible. Ceci peut s'expliquer par l'abondance des poussières dans certaines nébuleuses et par leur faible quantité dans d'autres.

§ 27. Diffusion du rayonnement dans les nébuleuses

1. Champ de rayonnement L_c. En déterminant les intensités des raies d'émission nous avons supposé que les nébuleuses sont transparentes au rayonnement dans ces raies. Une telle hypothèse n'est pas mise en doute lorsqu'il s'agit des raies des séries subordonnées, puisqu'il y a très peu d'atomes qui se trouvent aux états excités. Elle est également vraie pour les raies interdites (même si l'état inférieur est fondamental) par suite de la petitesse extrême de leur coefficient d'absorption par atome.

Cependant, en général, les nébuleuses sont opaques au rayonnement sur les fréquences de la série fondamentale. Ceci complique notablement le calcul du champ de rayonnement sur les fréquences mentionnées, car dans ces conditions il faut employer l'équation de transfert du rayonnement. Nous allons faire le calcul du champ de rayonnement sur les fréquences de la série de Lyman d'hydrogène. A cet effet nous admettrons pour simplifier que la nébuleuse est délimitée par deux sphères concentriques de rayons r_1 et r_2 au centre desquelles se trouve le noyau de la nébuleuse. Nous admettrons aussi que l'épaisseur de la nébuleuse est petite devant la distance au noyau (c'est-à-dire que $r_2 - r_1 \ll r_1$). Dans ce cas la nébuleuse peut être considérée comme étant constituée de couches planes parallèles, et le facteur de dilution du rayonnement comme étant constant.

Examinons d'abord le champ de rayonnement dans le continuum de Lyman. Lors de l'absorption dans la nébuleuse des quanta L_c en provenance de l'étoile, les atomes d'hydrogène subissent l'ionisation, alors que les recombinaisons ultérieures vers le premier niveau provoquent l'émission des quanta L_c. Ces processus d'absorption et d'émission des quanta L_c peuvent se poursuivre également par la suite. Par conséquent, la nébuleuse est le siège de la diffusion d'un rayonnement L_c. Dans ces conditions la probabilité de la « survie » d'un quantum dans l'acte de diffusion élémentaire est égale au rapport entre le nombre de recombinaisons vers le premier niveau et le nombre de recombinaisons vers tous les niveaux.

Pour calculer la densité de rayonnement L_c diffusé il faut écrire l'équation de transfert du rayonnement et l'équation d'équilibre radiatif. Dans le cas considéré l'équation d'équilibre radiatif doit exprimer le fait que dans chaque volume élémentaire de la nébuleuse le nombre d'ionisations est égal au nombre de recombinaisons. Par conséquent, on a

$$n_c n^+ \sum_1^\infty C_i = n_1 \int_{\nu_1}^\infty k_{1\nu} \frac{d\nu}{h\nu} \int (I_\nu + I_\nu^0)\, d\omega, \tag{27.1}$$

où I_ν est l'intensité du rayonnement diffusé et I_ν^0, l'intensité du rayonnement incident au point donné de la nébuleuse en provenance directe de l'étoile. Auparavant (au § 23) nous écrivions une telle équation sans tenir compte du rayonnement diffusé.

Désignons par p la fraction des recombinaisons vers le premier niveau. Par ailleurs, tenons compte de ce que, d'après la formule (5.6), pour l'hydrogène le coefficient d'absorption varie en fonction de la fréquence selon la loi:

$$k_{1\nu} = k_{1\nu_1} \left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3. \tag{27.2}$$

Alors, au lieu de l'équation (27.1), on obtient

$$\frac{n_c n^+ C_1}{n_1 k_{1\nu_1}} = p \int_{\nu_1}^\infty \left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3 \frac{d\nu}{h\nu} \int (I_\nu + I_\nu^0)\, d\omega. \tag{27.3}$$

Dans le cas d'une nébuleuse constituée de couches planes parallèles l'équation de transfert du rayonnement est de la forme:

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = -n_1 k_{1\nu} I_\nu + \varepsilon_{1\nu}, \tag{27.4}$$

où $\varepsilon_{1\nu}$ est le coefficient d'émission volumique pour les recombinaisons vers le premier niveau. Il s'ensuit de la formule (26.2) que la quantité $\varepsilon_{1\nu}$ peut s'écrire:

$$\varepsilon_{1\nu} = \varepsilon_{1\nu_1} e^{-\frac{h(\nu-\nu_1)}{kT_e}}. \tag{27.5}$$

Soit τ la distance optique d'un point quelconque de la nébuleuse à sa limite intérieure sur la fréquence ν_1, c'est-à-dire

$$\tau = \int_{r_1}^{r} n_1 k_{1\nu_1}\, dr. \tag{27.6}$$

A l'aide des formules (27.2), (27.5) et (27.6), au lieu de l'équation (27.4) on trouve

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{d\tau} = -\left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3 I_\nu + \frac{\varepsilon_{1\nu_1}}{n_1 k_{1\nu_1}} e^{-\frac{h(\nu-\nu_1)}{kT_e}} . \qquad (27.7)$$

Il est clair que les quantités C_1 et $\varepsilon_{1\nu_1}$ doivent être liées entre elles. En portant (27.5) dans (26.3), on obtient

$$n_e n^+ C_1 = 4\pi \frac{\varepsilon_{1\nu_1}}{h} E_1\left(\frac{\chi_1}{kT_e}\right) e^{\frac{\chi_1}{kT_e}} . \qquad (27.8)$$

Introduisons les notations

$$S_c(\tau) = \frac{n_e n^+ C_1}{4\pi n_1 k_{1\nu_1}} . \qquad (27.9)$$

Alors, les équations (27.7) et (27.3) deviennent:

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{d\tau} = -\left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3 I_\nu + \frac{h}{E_1\left(\frac{\chi_1}{kT_e}\right)} e^{\frac{-h\nu}{kT_e}} S_c(\tau) \qquad (27.10)$$

et

$$S_c(\tau) = p \int_{\nu_1}^{\infty} \left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3 \frac{d\nu}{h\nu} \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + S_c^0(\tau), \qquad (27.11)$$

où

$$S_c^0(\tau) = p \int_{\nu_1}^{\infty} \left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3 \frac{d\nu}{h\nu} \int I_\nu^0 \frac{d\omega}{4\pi} . \qquad (27.12)$$

L'intensité du rayonnement provenant de l'étoile en un point donné de la nébuleuse vaut évidemment:

$$I_\nu^0 = I_\nu^* e^{-\tau\left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3} , \qquad (27.13)$$

où I_ν^* est l'intensité rayonnée par l'atmosphère de l'étoile. On trouve donc

$$S_c^0(\tau) = pW \int_{\nu_1}^{\infty} \left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3 I_\nu^* e^{-\tau\left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3} \frac{d\nu}{h\nu} . \qquad (27.14)$$

où W est le facteur de dilution du rayonnement.

Ainsi, pour déterminer les deux quantités cherchées $I_\nu(\tau, \vartheta)$ et $S_c(\tau)$ nous avons obtenu deux équations (27.10) et (27.11). Il faut

encore joindre à ces équations les conditions aux limites qui dans notre cas sont de la forme:

$$I_\nu(0, \vartheta) = I_\nu(0, \pi - \vartheta), \quad I_\nu(\tau_0, \vartheta) = 0 \quad \text{pour} \quad \vartheta > \frac{\pi}{2}. \qquad (27.15)$$

La première de ces conditions, observée à la limite intérieure de la nébuleuse (avec $\tau = 0$), signifie que l'intensité rayonnée par la nébuleuse est égale à l'intensité du rayonnement incident. Il en est ainsi du fait que le rayonnement pénétrant dans la nébuleuse en un point quelconque de la limite intérieure sous un angle ϑ à la normale n'est autre que le rayonnement émis par la nébuleuse du côté opposé sous un angle $\pi - \vartheta$ (fig. 34). Quant à la deuxième condition, elle

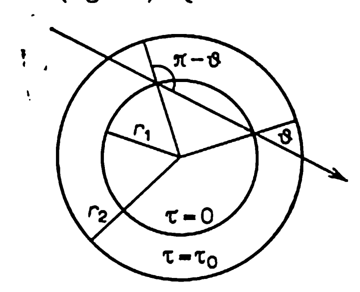


Fig. 34

montre qu'à la limite extérieure de la nébuleuse (avec $\tau = \tau_0$) il n'y a pas de rayonnement se déplaçant vers l'intérieur. Dans les conditions aux limites (27.15) l'équation (27.10) permet de trouver à l'aide de la fonction $S_c(\tau)$ l'expression de l'intensité du rayonnement $I_\nu(\tau, \vartheta)$. En portant cette expression dans (27.11) on obtient pour le calcul de la fonction $S_c(\tau)$ l'équation intégrale suivante:

$$S_c(\tau) = \frac{p}{2} \int_0^{\tau_0} [K(|\tau - \tau'|) + K(\tau + \tau')] S_c(\tau')\, d\tau' + S_c^0(\tau), \qquad (27.16)$$

où

$$K(\tau) = \frac{\int\limits_{\nu_1}^{\infty} \left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3 E_1\left[\tau\left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3\right] e^{-\frac{h\nu}{kT_e}} \frac{d\nu}{\nu}}{E_1\left(\frac{\chi_1}{kT_e}\right)}. \qquad (27.17)$$

L'équation (27.16) peut être étudiée par les méthodes exposées au § 3. En particulier, pour $\tau_0 = \infty$ on peut obtenir la solution exacte de cette équation sous une forme explicite.

Afin de simplifier le problème, on introduit quelquefois le coefficient d'absorption moyen pour tout le continuum de Lyman et par τ on entend la distance optique qui lui correspond. On voit sans peine qu'au lieu de (27.16) il vient alors

$$S_c(\tau)=\frac{p}{2}\int_0^{\tau_0}[E_1|\tau-\tau'|+E_1(\tau+\tau')]\,S_c(\tau')\,d\tau'+S_c^0(\tau). \quad (27.18)$$

Pour ce qui est de la quantité $S_c^0(\tau)$, on peut la mettre sous la forme

$$S_c^0(\tau)=p\,\frac{N_c}{4\pi}\,e^{-\tau}, \quad (27.19)$$

où N_c est le nombre de quanta du continuum de Lyman qui proviennent de l'étoile et qui frappent 1 cm^2 de la limite intérieure de la nébuleuse en 1 s.

Pour $\tau_0=\infty$ la solution exacte de l'équation (27.18) obtenue par la méthode précitée est de la forme:

$$S_c(\tau)=p\,\frac{N_c}{4\pi}\left\{e^{-\tau}+\frac{1}{2}\int_0^{\infty}\Phi(\tau')\,[e^{-|\tau-\tau'|}+e^{-(\tau+\tau')}]\,d\tau'\right\}, \quad (27.20)$$

où

$$\Phi(\tau)=4p\int_1^{\infty}\frac{xe^{-x\tau}\,dx}{(p\pi)^2+\left(2x+p\ln\frac{x-1}{x+1}\right)^2}+\frac{2k(1-k^2)}{p+k^2-1}\,e^{-k\tau}, \quad (27.21)$$

et k est défini par l'équation

$$\frac{p}{2k}\ln\frac{1+k}{1-k}=1. \quad (27.22)$$

Le Tableau 42 donne les valeurs de la quantité $4\pi S_c(\tau)/p$ calculées d'après la formule (27.20).

Pour $\tau\gg 1$ on peut obtenir d'après la formule (27.20) l'expression asymptotique suivante de la fonction $S_c(\tau)$:

$$S_c(\tau)=\frac{N_c}{2\pi}\,\frac{kp}{p+k^2-1}\,e^{-k\tau}. \quad (27.23)$$

Les valeurs de la quantité k calculées d'après l'équation (27.22) sont consignées dans le tableau:

p	0	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
k	1,00	0,96	0,91	0,82	0,70	0,52	0

Tableau 42

Valeurs de la quantité $4\pi S_c(\tau)/p$

τ \ p	0.0	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0,0	1,00	1,13	1,20	1,30	1,42	1,61	1,93	2,68
0,2	0,82	0,97	1,04	1,14	1,27	1,46	1,79	2,54
0,4	0,67	0,81	0,87	0,96	1,09	1,27	1,59	2,32
0,6	0,55	0,67	0,71	0,81	0,92	1,10	1,40	2,11
0,8	0,45	0,55	0,60	0,68	0,78	0,94	1,23	1,91
1,0	0,37	0,46	0,50	0,57	0,66	0,81	1,08	1,73
1,5	0,22	0,28	0,32	0,36	0,43	0,55	0,76	1,34
2,0	0,14	0,17	0,20	0,23	0,28	0,37	0,54	1,03
2,5	0,08	0,11	0,12	0,15	0,18	0,25	0,38	0,80
3,0	0,05	0,06	0,08	0,09	0,12	0,16	0,27	0,62

Le Tableau 42 montre que le rôle du rayonnement diffusé dépend notablement de la valeur du paramètre p. Dans le cas de la diffusion du rayonnement L_c ce paramètre vaut:

$$p=\frac{C_1(T_e)}{\sum_{1}^{\infty} C_i(T_e)}. \tag{27.24}$$

Les calculs d'après la formule (27.24) donnent:

T_e, K	5000	10 000	20 000	50 000
p	0,39	0,44	0,49	0,57

Nous savons que les températures électroniques des nébuleuses sont de l'ordre de 10 000 K. Le Tableau 42 implique que les nébuleuses contiennent à peu près le même nombre de quanta L_c du rayonnement diffusé que de quanta L_c en provenance immédiate de l'étoile. Ainsi, il faut reconnaître que dans les nébuleuses le rôle du rayonnement L_c diffusé n'est pas très grand même dans le cas où $\tau_0 = \infty$ que nous avons envisagé lorsqu'il est maximal.

Un tel résultat s'explique par le fait que la part des captures au premier niveau, c'est-à-dire la quantité p, est relativement petite. Si p était proche de l'unité, le rayonnement diffusé dominerait sur le rayonnement en direct. Cela serait particulièrement évident pour $\tau \gg 1$ par suite de la petitesse de la quantité k.

Après le calcul de la quantité $S_c(\tau)$, en utilisant l'équation (27.10) nous pouvons trouver également la quantité $I_\nu(\tau, \vartheta)$, c'est-à-

dire l'intensité de rayonnement L_c diffusé en un point quelconque de la nébuleuse. L'équation (27.10) montre que la distribution du rayonnement L_c diffusé selon les fréquences dépend notablement de la température électronique T_e.

En chaque point de la nébuleuse le rayonnement L_c diffusé s'ajoute au rayonnement L_c provenant directement de l'étoile. L'intensité de ce dernier est donnée par la formule (27.13). Il est clair que la composition spectrale du rayonnement L_c global (c'est-à-dire diffusé et provenant de l'étoile) doit varier sensiblement lorsqu'on passe d'un point de la nébuleuse à un autre.

2. Champ de rayonnement L_α dans une nébuleuse fixe. Les épaisseurs optiques des nébuleuses dans les raies de la série de Lyman sont bien plus grandes que dans le continuum de Lyman. Même dans les cas où la nébuleuse est transparente au rayonnement L_c elle peut être très opaque au rayonnement dans les raies de Lyman. Il s'ensuit que pour déterminer la densité de rayonnement dans les raies de Lyman, il faut examiner la diffusion du rayonnement en ces raies (voir [8] et [9]).

Il est clair que la densité de rayonnement dans les termes supérieurs de la série de Lyman (à partir de L_β) ne peut pas être grande. Il en est ainsi du fait qu'à partir des états élevés (depuis le troisième) un atome peut effectuer une transition spontanée non seulement vers le premier état, mais vers d'autres états également. Donc, dans les raies considérées, après un petit nombre de diffusions les quanta se transforment en d'autres quanta (en particulier, en quanta L_α). Il en est autrement pour le rayonnement dans la raie L_α. Depuis le deuxième état un atome effectue des transitions spontanées seulement vers le premier état avec émission d'un quantum L_α, alors que les transitions depuis cet état sous l'action du rayonnement et des collisions sont très rares (dans les conditions des nébuleuses elles sont rares même depuis les états métastables). Le quantum L_α apparu ne peut donc pas disparaître dans la nébuleuse. Mais l'épaisseur optique énorme de celle-ci fait que dans la raie L_α ce quantum ne peut sortir de la nébuleuse à l'extérieur qu'après un grand nombre de diffusions. Ceci conduit dans les nébuleuses à une densité très élevée de rayonnement L_α.

Pour l'examen de la diffusion du rayonnement L_α nous adopterons le même modèle géométrique de la nébuleuse ci-décrit (voir fig. 34). L'équation de transfert du rayonnement sur une fréquence quelconque ν à l'intérieur de la raie peut s'écrire :

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = -n_1 k_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu, \qquad (27.25)$$

où k_ν est le coefficient d'absorption par atome et ε_ν, le coefficient d'émission volumique.

L'équation d'équilibre radiatif du rayonnement L_α peut s'obtenir à partir de l'équation de stationnarité du deuxième niveau de l'atome d'hydrogène. Nous savons que les atomes d'hydrogène tombent au deuxième état par suite de l'absorption des quanta L_c et des recombinaisons ultérieures. Chaque recombinaison vers un niveau élevé (depuis le deuxième) conduit alors au passage de l'atome au deuxième état. Nous avons donc à titre d'équation de stationnarité de cet état:

$$n_2 A_{21} = n_1 B_{12} \rho_{12} + n_e n^+ \sum_2^\infty C_i. \tag{27.26}$$

Il est clair que

$$n_2 A_{21} = \frac{4\pi}{h\nu_{12}} \int \varepsilon_\nu \, d\nu \tag{27.27}$$

et

$$B_{12} \rho_{12} = \frac{1}{h\nu_{12}} \int k_\nu \, d\nu \int I_\nu \, d\omega, \tag{27.28}$$

où $h\nu_{12}$ est l'énergie du quantum L_α. D'autre part, en utilisant la formule (27.9), il vient

$$n_e n^+ \sum_2^\infty C_i = \frac{1-p}{p} n_e n^+ C_1 = 4\pi \frac{1-p}{p} n_1 k_{1\nu_1} S_c(\tau), \tag{27.29}$$

où la fonction $S_c(\tau)$ est définie par l'équation (27.16). En portant les trois dernières relations dans l'équation (27.26) on obtient:

$$\int \varepsilon_\nu \, d\nu = n_1 \int k_\nu \, d\nu \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + \frac{1-p}{p} n_1 k_{1\nu_1} S_c(\tau) \, h\nu_{12}. \tag{27.30}$$

Comme nous l'avons établi dans la théorie de la formation des raies d'absorption (au § 11), lors d'un acte élémentaire de diffusion la diffusion du rayonnement dans la raie spectrale s'accompagne de la redistribution du rayonnement selon les fréquences. De plus, on peut adopter à titre de bonne approche de la réalité l'hypothèse de la redistribution totale du rayonnement selon les fréquences (ou de la diffusion complètement incohérente), selon laquelle le coefficient d'émission ε_ν est proportionnel au coefficient d'absorption k_ν. En faisant cette hypothèse nous pouvons mettre la quantité ε_ν sous la forme:

$$\varepsilon_\nu = n_1 k_\nu S, \tag{27.31}$$

où S ne dépend pas de la fréquence.

Si la relation (27.31) est observée, l'équation de transfert du rayonnement (27.25) et l'équation d'équilibre radiatif (27.30) peuvent s'écrire:

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = n_1 k_\nu (S - I_\nu) \qquad (27.32)$$

et

$$S \int k_\nu \, d\nu = \int k_\nu \, d\nu \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + \frac{1-p}{p} k_{1\nu_1} S_c h\nu_{12}. \qquad (27.33)$$

Désignons par k_0 le coefficient d'absorption au centre de la raie L_α et introduisons les distances optiques dans la nébuleuse:

$$t = \int_{r_1}^{r} n_1 k_0 \, dr, \quad t_0 = \int_{r_1}^{r_2} n_1 k_0 \, dr. \qquad (27.34)$$

D'autre part, mettons le coefficient d'absorption sous la forme:

$$k_\nu = k_0 \alpha(x), \qquad (27.35)$$

où x est la fréquence adimensionnelle présentant le rapport de la distance du centre de la raie à la demi-largeur dopplérienne de la raie, c'est-à-dire

$$x = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}. \qquad (27.36)$$

Dans les notations adoptées, au lieu des équations (27.32) et (27.33), on a

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{dt} = \alpha(x)(S - I_\nu) \qquad (27.37)$$

et

$$S = A \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) \, dx \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + \frac{1-p}{p} \frac{Aqh\nu_{12}}{\Delta\nu_D} S_c(\tau), \qquad (27.38)$$

où

$$q = \frac{k_{1\nu_1}}{k_0} \quad \text{et} \quad A \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) \, dx = 1. \qquad (27.39)$$

Les équations (27.37) et (27.38) doivent être résolues dans les conditions aux limites analogues à (27.15). En utilisant ces condi-

tions, on obtient d'après les équations citées pour le calcul de la fonction $S(t)$ l'équation intégrale suivante:

$$S(t)=\frac{1}{2}\int_0^{t_0}[K(|t-t'|)+K(t+t')]\,S(t')\,dt'+S_0(t), \quad (27.40)$$

où

$$K(t)=A\int_{-\infty}^{+\infty}\alpha^2(x)\,E_1[t\alpha(x)]\,dx \quad (27.41)$$

et

$$S_0(t)=\frac{1-p}{p}\,\frac{Aqh\nu_{12}}{\Delta\nu_D}\,S_c(\tau). \quad (27.42)$$

Notons qu'entre les distances optiques t et τ il existe une liaison évidente:

$$\tau=qt, \quad \tau_0=qt_0. \quad (27.43)$$

Comme le montrent les calculs $q\approx 10^{-4}$. On voit donc qu'avec une épaisseur optique dès la limite de la série de Lyman de l'ordre de l'unité (ces valeurs de τ_0 doivent être adoptées pour la région de H II), l'épaisseur optique de la nébuleuse au centre de la raie L_α sera de l'ordre d'une dizaine de milliers.

Le calcul de la fonction $S(t)$ d'après l'équation (27.40) détermine complètement dans la nébuleuse le champ de rayonnement L_α du fait qu'ensuite on peut trouver également d'après l'équation (27.37) l'intensité de rayonnement $I_\nu(t, \vartheta)$. A l'aide de la fonction $S(t)$ on peut exprimer également d'autres quantités physiques liées au rayonnement L_α. Par exemple, on déduit des formules (27.27) et (27.31) l'expression suivante du degré d'excitation du deuxième niveau d'un atome d'hydrogène:

$$\frac{n_2}{n_1}=\frac{g_2}{g_1}\,\frac{c^2}{2h\nu_{12}^3}\,S(t). \quad (27.44)$$

Nous avons aussi utilisé ici les formules (8.12) et (8.5).

Le noyau de l'équation intégrale (27.40) est exprimé à l'aide de la fonction $K(t)$ qui, à son tour, dépend de la quantité $\alpha(x)$. Ainsi, la fonction $S(t)$ cherchée dépendra également dans une mesure notable de la quantité $\alpha(x)$ caractéristique du contour du coefficient d'absorption.

Initialement, dans la théorie de la diffusion du rayonnement L_α dans les nébuleuses on a adopté le contour rectangulaire du coefficient d'absorption, c'est-à-dire on admettait que $\alpha(x)=1$ pour

$|x| \leqslant 1$, et $\alpha(x) = 0$ pour $|x| > 1$. Dans ce cas l'équation (27.40) devient:

$$S(t) = \frac{1}{2} \int_0^{t_0} [E_1|t-t'| + E_1(t+t')] S(t')\, dt' + S_0(t). \qquad (27.45)$$

Nous ne nous attarderons pas à résoudre cette équation en indiquant seulement que pour une nébuleuse il en résulte de très grandes valeurs de la densité de rayonnement L_α. Ceci signifie que dans une nébuleuse le quantum L_α subit un nombre très grand de diffusions. Notamment, le nombre de diffusions s'avère de l'ordre du carré de l'épaisseur optique de la nébuleuse au centre de la raie L_α, c'est-à-dire

$$N \approx t_0^2. \qquad (27.46)$$

Par conséquent, pour $t_0 \approx 10^4$ on aura $N \approx 10^8$.

Or, l'hypothèse d'un contour rectangulaire du coefficient d'absorption est très grossière. En réalité le coefficient d'absorption est maximal au centre de la raie et décroît progressivement en s'éloignant de ce centre. Il s'ensuit que la diffusion du rayonnement dans la raie spectrale présente la particularité suivante. Chaque quantum absorbé en quelque point d'une nébuleuse peut être ensuite émis à une distance quelconque du centre de la raie (puisque $\varepsilon_\nu \sim k_\nu$). En particulier, il peut être émis sur une fréquence telle que l'épaisseur optique de la nébuleuse sur cette fréquence sera d'après l'ordre inférieure à l'unité (c'est-à-dire $t_\nu^0 = t_0\alpha(x) \ll 1$). Un tel quantum quittera sans obstacle la nébuleuse. Par conséquent, pour chaque quantum absorbé en un point quelconque de la nébuleuse, il existe une probabilité définie d'en sortir à l'extérieur dès après la réémission. Il est évident qu'un tel processus ne peut pas avoir lieu dans le cas d'un contour rectangulaire du coefficient d'absorption. Dans ce cas le quantum ne sort à l'extérieur qu'après une diffusion prolongée en s'approchant très près de la limite de la nébuleuse.

Cette particularité de la diffusion du rayonnement dans une raie spectrale permet d'obtenir aisément la solution approchée de l'équation (27.40). Ce qui vient d'être dit entraîne que le quantum L_α apparu en un point quelconque de la nébuleuse la quitte après une diffusion dans une région relativement peu grande. Donc, la densité de rayonnement L_α au point donné dépend peu de la densité de rayonnement dans les parties de la nébuleuse éloignées de cette région. Une résolution approchée de l'équation (27.40) nous permet donc de sortir du signe d'intégration la valeur de la fonction $S(t')$

pour $t' = t$ et obtenir

$$S(t)\left[1-\int_0^\infty K(u)\,du+\frac{1}{2}\int_{t_0-t}^\infty K(u)\,du+\frac{1}{2}\int_{t_0+t}^\infty K(u)\,du\right]=S_0(t). \tag{27.47}$$

Mais (27.41) entraîne

$$\int_0^\infty K(u)\,du=1. \tag{27.48}$$

Il vient donc à partir de (27.47)

$$S(t)=\frac{2S_0(t)}{L(t_0-t)+L(t_0+t)}, \tag{27.49}$$

où

$$L(t)=\int_t^\infty K(u)\,du=A\int_{-\infty}^{+\infty}\alpha(x)\,E_2[\alpha(x)\,t]\,dx, \tag{27.50}$$

alors que $E_2 t$ est la deuxième fonction intégrale exponentielle.

On voit sans peine que la quantité $\frac{1}{2}[L(t_0-t)+L(t_0+t)]$ est la part des quanta sortis de la nébuleuse, par rapport au nombre total des quanta L_α émis à la distance optique t de la limite intérieure de la nébuleuse. Par conséquent, la relation (27.49) exprime l'égalité entre le nombre de quanta L_α apparus dans le volume donné à partir du rayonnement L_c et le nombre de quanta L_α émis par ce volume et quittant la nébuleuse.

Nous pouvons admettre que le quotient $S(t)/S_0(t)$ définit approximativement le nombre moyen de diffusions subies par le quantum L_α apparu à la distance optique t. La formule (27.49) entιaîne que ce nombre vaut approximativement

$$N(t)=\frac{2}{L(t_0-t)+L(t_0+t)}. \tag{27.51}$$

La formule (27.51) peut être comprise sans peine aussi si on envisage le sens physique de la quantité $L(t)$.

Considérons à titre d'exemple le cas du coefficient d'absorption à profil dopplérien, c'est-à-dire $\alpha(x)=e^{-x^2}$. Il vient

$$K(t)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty e^{-2x^2}E_1(te^{-x^2})\,dx \tag{27.52}$$

et

$$L(t)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty e^{-x^2}E_2(te^{-x^2})\,dx. \tag{27.53}$$

Pour $t \gg 1$ on tire de (27.52) et (27.53) les formules asymptotiques suivantes:

$$K(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi t^2}\sqrt{\ln t}} \tag{27.54}$$

et

$$L(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi t}\sqrt{\ln t}}. \tag{27.55}$$

En portant l'expression (27.55) dans (27.49) et (27.51) on obtient les formules approchées des quantités $S(t)$ et $N(t)$ respectivement. En particulier, le nombre moyen de diffusions du quantum L_α apparu à la limite intérieure de la nébuleuse vaut approximativement:

$$N(0) = 2\sqrt{\pi} t_0 \sqrt{\ln t_0}. \tag{27.56}$$

Nous voyons que la formule (27.56) donne pour la quantité N des valeurs bien plus petites que la formule (27.46). Par exemple, pour $t_0 = 10^4$, d'après la formule (27.56), au lieu de la valeur $N \approx \approx 10^8$ donnée par la formule (27.46) on obtient la valeur $N \approx 10^5$. Un tel résultat est parfaitement clair: avec le profil dopplérien du coefficient d'absorption le quantum peut sortir à l'extérieur dans les parties extérieures de la raie lors du rayonnement en un point quelconque de la nébuleuse, alors que dans le cas d'un contour rectangulaire du coefficient d'absorption, ceci est impossible. Par ailleurs, il convient de noter que le nombre moyen de diffusions du quantum L_α dans une nébuleuse, donné par la formule (27.56), reste quand même très grand. Il en est ainsi du fait de la petitesse de la part des quanta susceptibles de sortir de la nébuleuse dans les parties extérieures de la raie (c'est-à-dire là où $t_0 \alpha(x) \ll 1$) lorsque l'épaisseur optique de la nébuleuse au centre de la raie est grande.

Si la fonction $S(t)$ est connue, on peut trouver d'après la fonction (27.37) l'intensité rayonnée par la nébuleuse dans la raie L_α, c'est-à-dire la quantité $I_\nu(t_0, \vartheta)$, ainsi que le flux de rayonnement sortant $H_\nu(t_0)$. Par là même est déterminé le profil de la raie L_α dans le spectre de la nébuleuse. Il a été établi que les quanta L_α sortent de la nébuleuse surtout dans les parties extérieures de la raie. La raie L_α peut donc posséder un profil à deux sommets. Il est clair que la distance entre les sommets est d'autant plus grande que l'épaisseur optique de la nébuleuse t_0 est plus importante.

3. Champ de rayonnement L_α dans une nébuleuse en expansion. Jusque-là nous avons admis que la nébuleuse est fixe. Or, en fait ses différentes parties peuvent se déplacer l'une par rapport à l'autre. En particulier, comme nous l'avons déjà dit, les nébuleuses planétaires se dilatent à la vitesse de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres par seconde.

L'étude de la diffusion du rayonnement dans les nébuleuses doit tenir compte des mouvements relatifs de la matière dans ces dernières. Le mouvement de la matière intervient dans le champ du rayonnement par l'effet Doppler. Il est évident que dans le cas du spectre continu cette influence est très faible, mais elle est très forte dans le cas des raies spectrales.

Nous allons examiner maintenant le processus de diffusion du rayonnement L_α dans une nébuleuse en expansion. De plus, comme dans ce qui précède, nous imaginerons la nébuleuse sous la forme d'une couche sphérique mince.

Supposons d'abord que la vitesse d'expansion v ne dépend pas de la distance r au centre de l'étoile. Dans ce cas la dilatation de la nébuleuse intervient dans la position de la condition aux limites pour $r = r_1$. Lorsque nous avons examiné une nébuleuse fixe, nous admettions que l'intensité rayonnée par la nébuleuse à travers la limite intérieure est égale exactement à l'intensité du rayonnement pénétrant dans la nébuleuse dans la direction opposée. Cependant, dans le cas d'une nébuleuse en expansion, ces deux rayonnements sont déplacés l'un par rapport à l'autre selon la fréquence, ce qui rend impossible l'égalité mentionnée. Si nous supposons que la vitesse d'expansion est bien plus grande que la vitesse d'agitation thermique moyenne de l'atome (c'est-à-dire que $v \gg u$), alors le rayonnement entrant dans la nébuleuse de son côté opposé n'y sera déjà plus absorbé. On peut donc admettre que l'intensité de ce rayonnement soit nulle. Ainsi, au lieu des conditions aux limites (27.15) vérifiées pour une nébuleuse fixe, il faut écrire les conditions aux limites suivantes d'une nébuleuse se dilatant à grande vitesse:

$$\left.\begin{aligned} I_\nu(0, \vartheta) &= 0 \quad \text{pour} \quad \vartheta < \frac{\pi}{2}, \\ I_\nu(t_0, \vartheta) &= 0 \quad \text{pour} \quad \vartheta > \frac{\pi}{2}. \end{aligned}\right\} \tag{27.57}$$

Bien entendu, si la vitesse de l'expansion d'une nébuleuse est comparable à la vitesse thermique moyenne de l'atome, il faut modifier d'une façon correspondante la première de ces conditions.

Sous les conditions aux limites (27.57) les équations (27.37) et (27.38) permettent de déduire l'équation intégrale suivante déterminant la fonction $S(t)$:

$$S(t) = \frac{1}{2} \int_0^{t_0} K(|t - t'|)\, S(t')\, dt + S_0(t), \tag{27.58}$$

où la fonction $K(t)$ est définie par la formule (27.41). La solution approchée de cette équation est de la forme:

$$S(t) = \frac{2S_0(t)}{L(t) + L(t_0 - t)}, \tag{27.59}$$

où $L(t)$ est donné par la formule (27.50). Evidemment la densité de rayonnement L_α d'une nébuleuse en expansion est plus faible que celle d'une nébuleuse fixe.

Admettons maintenant que la vitesse d'expansion de la nébuleuse dépend de r. Dans ce cas l'équation de transfert du rayonnement et l'équation d'équilibre radiatif doivent tenir compte de l'influence de l'effet Doppler (voir [4]).

Considérons le rayonnement sur la fréquence ν dont la direction forme un angle ϑ avec la normale aux couches planes parallèles de la nébuleuse. Le long de ce rayon la fréquence centrale du coefficient d'absorption varie suivant la loi

$$\nu_0' = \nu_0 + \nu_0 \frac{v(t)}{c} \cos\vartheta, \tag{27.60}$$

où ν_0 est la fréquence centrale de la raie pour un observateur fixe. Le coefficient d'absorption peut donc être mis sous la forme:

$$k_\nu = k_0 \alpha\left(\frac{\nu - \nu_0'}{\Delta\nu_D}\right) = k_0 \alpha\left[x - \frac{v(t)}{u}\cos\vartheta\right], \tag{27.61}$$

où l'on a en vue que $x = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}$ et $\Delta\nu_D = \nu_0 \frac{u}{c}$. Admettant comme dans ce qui précède que dans l'acte de diffusion élémentaire la diffusion du rayonnement s'accompagne de la redistribution selon les fréquences, nous retiendrons pour le coefficient d'émission ε_ν l'expression (27.31). D'après ce qui vient d'être dit nous avons comme équation de transfert du rayonnement

$$\cos\vartheta \frac{dI_\nu}{dt} = \alpha\left[x - \frac{v(t)}{u}\cos\vartheta\right](S - I_\nu). \tag{27.62}$$

L'équation d'équilibre radiatif sera maintenant de la forme:

$$S(t) = A\int_{-\infty}^{+\infty} dx \int \alpha\left[x - \frac{v(t)}{u}\cos\vartheta\right] I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + S_0(t). \tag{27.63}$$

Pour $v = 0$ les deux dernières équations se transforment en équations (27.37) et (27.38).

Sous les conditions aux limites (27.15) ou (27.57) les équations (27.62) et (27.63) permettent d'obtenir l'équation intégrale déterminant la fonction $S(t)$. Nous admettons pour simplifier que la vitesse d'expansion v croît linéairement en fonction de la distance optique t, c'est-à-dire $v(t) = v(0) + \frac{dv}{dt}\cdot t$, où $\frac{dv}{dt} = \text{const}$ et $\frac{dv}{dt} > 0$. Alors, la fonction $S(t)$ sera déterminée par l'équation

(27.40) ou (27.58) dans laquelle la fonction $K(t)$ vaut

$$K(t)=A\int_0^1 \frac{d\mu}{\mu}\int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x)\,\alpha(x+\gamma t\mu)\,e^{-\int_0^t \alpha(x+\gamma z\mu)\frac{dz}{\mu}}\,dx, \qquad (27.64)$$

où l'on a introduit la notation

$$\gamma=\frac{1}{u}\frac{dv}{dt}\,. \qquad (27.65)$$

La solution approchée des équations citées est donnée par les for mules (27.49) et (27.59) où

$$L(t) = A\int_0^1 d\mu \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x)\,e^{-\int_0^1 \alpha(x+\gamma z\mu)\frac{dz}{\mu}}\,dx=$$

$$= A\int_0^1 d\mu \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x)\,e^{-\frac{1}{\gamma\mu^2}\int_x^{x+\gamma t\mu} \alpha(y)dy}\,dx. \qquad (27.66)$$

Dans les nébuleuses gazeuses la quantité γ est ordinairement très petite, et la quantité t très grande. Examinons donc deux cas particuliers de la formule (27.66).

1. Admettons que $\gamma t \ll 1$, c'est-à-dire que la nébuleuse se dilate avec un gradient de vitesse peu élevé. Dans le cas limite on peut poser $\gamma = 0$. La formule (27.66) se transforme alors en formule (27.50) et le champ de rayonnement L_α dans la nébuleuse est déterminé par les quanta qui la quittent dans les ailes des raies (par le chemin qui a été examiné précédemment en détail).

2. Supposons que $\gamma t \gg 1$, c'est-à-dire que le gradient de vitesse de la nébuleuse est grand. Dans le cas limite posons $t = \infty$. La sortie des quanta dans les ailes des raies est alors impossible et dans la nébuleuse le champ de rayonnement L_α est déterminé par les quanta qui la quittent par effet Doppler. Dans ce cas la formule (27.66) devient:

$$L=A\gamma\int_0^1 \left(1-e^{-\frac{1}{A\gamma\mu^2}}\right)\mu^2\,d\mu. \qquad (27.67)$$

Pour $A\gamma \ll 1$, on tire de (26.67)

$$L=\frac{1}{3}A\gamma. \qquad (27.68)$$

Il convient de noter que la quantité $A\gamma$ ne dépend pas du contour du coefficient d'absorption. En effet, on a

$$\int k_\nu\, d\nu = k_0 \Delta\nu_D \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x)\, dx = \frac{k_0 \nu_0 u}{cA}. \tag{27.69}$$

On obtient donc en appliquant la formule (8.12)

$$\frac{k_0 u}{A} = hB_{12}. \tag{27.70}$$

Par conséquent,

$$A\gamma = \frac{A}{n_1 u k_0} \frac{dv}{dr} = \frac{1}{n_1 h B_{12}} \frac{dv}{dr}. \tag{27.71}$$

Dans le cas considéré l'expression approchée de la fonction $S(t)$ est de la forme:

$$S(t) = \frac{3S_0(t)}{A\gamma}. \tag{27.72}$$

Bien entendu, cette formule ne peut être utilisée que pour les régions de la nébuleuse éloignées de la limite (comme, d'ailleurs en général, les expressions de $S(t)$ obtenues par la méthode exposée).

Il est intéressant d'élucider les conditions dans lesquelles sont réalisés les cas particuliers précités de la formule (27.66). Nous avons établi que la réponse à cette question dépend de la valeur de la quantité

$$\delta = \gamma t = \frac{t}{u} \frac{dv}{dt}. \tag{27.73}$$

Si $\delta \gg 1$, les quanta dans la raie quittent la nébuleuse surtout par effet Doppler, et la fonction $S(t)$ est déterminée par la formule (27.72). Mais si $\delta \ll 1$, les quanta quittent la nébuleuse surtout dans les ailes de la raie. Cette conclusion est bien claire du fait que d'après les formules (27.55) et (27.68) la quantité δ est égale selon l'ordre au rapport entre la fraction des quanta sortant de la nébuleuse par effet Doppler et la fraction des quanta qui sortent dans les ailes de la raie.

La formule (27.73) peut se récrire sous la forme:

$$\delta = \frac{\Delta r}{u} \cdot \frac{dv}{dr}, \tag{27.74}$$

où Δr est l'épaisseur de la nébuleuse. Il est très difficile d'évaluer la quantité dv/dr, mais il faut tenir compte de ce que pour les nébuleuses réelles au lieu de dv/dr il faut prendre $\overline{dv/ds}$, c'est-à-dire le gradient de vitesse moyenné selon toutes les directions. Comme nous le montrerons au § 28, dans les nébuleuses toujours $\overline{\frac{dv}{ds}} \approx \frac{v}{r}$ (par

suite de la courbure des couches). Donc, au lieu de la formule (27.74) on obtient

$$\delta \approx \frac{\Delta r}{r} \frac{v}{u}. \tag{27.75}$$

Appliquons la formule (27.75) aux nébuleuses planétaires. L'épaisseur de la nébuleuse faisant quelques dixièmes de son rayon, et sa vitesse d'expansion étant quelquefois plus grande que la vitesse thermique moyenne d'un atome, dans le cas considéré δ est de l'ordre de l'unité. Par conséquent, la fonction $L(t)$ est déterminée par la formule (27.66) elle-même, et non par ses cas limites. Autrement dit, en recherchant le champ de rayonnement L_α dans une nébuleuse il faut tenir compte aussi bien de la sortie d'un quantum dans les ailes de la raie que de sa sortie par effet Doppler.

Le problème de la présence du champ de rayonnement L_α dans les enveloppes des novae présente aussi de l'intérêt. Les vitesses de l'expansion de ces enveloppes sont bien plus grandes que celles des nébuleuses planétaires. Ce cas vérifie donc l'inégalité $\delta \gg 1$. Par conséquent, dans les enveloppes des novae le champ de rayonnement L_α est défini surtout par la sortie des quanta par effet Doppler.

4. Pression de rayonnement (de radiation). La détermination du champ de rayonnement L_α dans les nébuleuses rend possible le calcul de la pression exercée par ce rayonnement. Pour la première fois un tel calcul a été réalisé par Ambartsoumian [6] qui a indiqué le grand rôle de la pression de rayonnement L_α dans la dynamique des nébuleuses. La force de la pression de rayonnement est particulièrement grande aux limites de la nébuleuse, où le flux de rayonnement atteint la plus grande valeur. De plus, la pression de rayonnement est différente aux limites d'une nébuleuse fixe et d'une nébuleuse en expansion. Si une nébuleuse est fixe, le flux de rayonnement L_α à la limite intérieure est nul, et la pression de rayonnement étant dirigée à l'extérieur agit seulement sur la limite extérieure. Quant à une nébuleuse en expansion, le flux de rayonnement est différent de zéro non seulement à la limite extérieure, mais aussi à la limite intérieure. Donc, dans le cas considéré, la pression de radiation s'exerce sur les deux limites, à la limite extérieure étant dirigée à partir de l'étoile, et à la limite intérieure, vers l'étoile. Dans les deux cas le rayonnement L_α qui diffuse dans la nébuleuse contribue par sa pression à rendre l'épaisseur de la nébuleuse plus grande.

La pression de radiation dans la raie L_α qui agit par unité de volume en 1 s vaut

$$f_r = \frac{n_1}{c} \int k_\nu H_\nu d\nu, \tag{27.76}$$

où n_1 est le nombre d'atomes d'hydrogène dans 1 cm^3; k_ν, le coefficient d'absorption par atome; H_ν, le flux de rayonnement et c, la vitesse de la lumière.

Admettons d'abord que la nébuleuse soit fixe ou qu'elle se dilate sans gradient de vitesse. Avec le contour rectangulaire du coefficient d'absorption au lieu de la formule (27.76) on a

$$f_r = \frac{n_1 k_0 H}{c}, \tag{27.77}$$

où H est le flux total de rayonnement dans la raie L_α. Le calcul de la quantité f_r d'après la formule (27.77) ne présente aucune difficulté du fait que le nombre de quanta L_α quittant la nébuleuse est égal au nombre de quanta L_c de l'étoile absorbés par la nébuleuse. D'après les calculs sous l'action de la pression de radiation dans la raie L_α les parties extérieures d'une nébuleuse fixe doivent subir une accélération de l'ordre de 1 km/s en 10 ans. A peu près un amortissement de la même grandeur doivent subir les couches de la nébuleuse en expansion les plus proches de l'étoile.

Cependant, nous savons que l'hypothèse du contour rectangulaire du coefficient d'absorption est très grossière. En fait, la pression de radiation doit être déterminée non par la formule (27.77), mais par la formule (27.76). De plus, il faut résoudre au préalable le problème de la diffusion du rayonnement dans la raie pour le contour réel du coefficient d'absorption et compte tenu de la redistribution du rayonnement selon les fréquences. Nous avons établi précédemment que la diffusion du rayonnement s'accompagne du passage des quanta des parties centrales de la raie dans ses ailes. Pour une forte épaisseur optique de la nébuleuse au centre de la raie L_α le flux de rayonnement H_ν s'avère donc grand dans les ailes de la raie et petit dans ses parties centrales. Or, le coefficient d'absorption k_ν est grand dans les parties centrales de la raie et petit dans ses ailes. Ce qui vient d'être dit entraîne que la formule (27.76) donne pour la pression de radiation à la limite de la nébuleuse des valeurs bien plus petites que la formule (27.77) (environ de 100 fois plus petites pour une épaisseur optique de la nébuleuse au centre de la raie L_α de l'ordre de 10^4).

Dans une nébuleuse en expansion avec le gradient de vitesse la force de pression de radiation dans la raie L_α sera également bien plus petite que la valeur obtenue d'après la formule (27.77) (voir [4]).

Pour comprendre le sens des résultats obtenus il ne faut pas perdre de vue qu'une nébuleuse planétaire ne peut pas exister longtemps. Son expansion entraîne la diminution de sa densité et la nébuleuse cesse d'être visible. Si elle se dilate à la vitesse de 30 km/s pendant un temps de l'ordre de 10^4 ans, son rayon devient de l'ordre de 10^{18} cm, et sa densité de l'ordre de 10^{-24} g/cm^3, c'est-à-dire elle atteint à peu près la même valeur que la densité moyenne du milieu interstellaire. Comme il s'ensuit des calculs précités, pendant le même temps la pression de radiation dans la raie L_α peut créer une différence de vitesses dans la nébuleuse de l'ordre de 10 km/s. Bien

que cet effet ne soit pas trop grand, il faut en tenir compte pour la résolution de certaines questions.

Les résultats mentionnés se rapportent à une nébuleuse qui ne possède pas de région H I. Dans ces nébuleuses, la plupart des atomes d'hydrogène se trouvent à l'état ionisé. Or, les seuls atomes d'hydrogène neutres subissent la pression de radiation dans la raie L_α. L'accélération du volume élémentaire provoquée par la pression de radiation s'avère donc pas très grande. Plus exactement, cette accélération w est définie par l'équation

$$(n_1 + n^+)\, m_{\rm H} w = \frac{n_1}{c} \int k_\nu H_\nu d\nu, \tag{27.78}$$

tandis que la région H II vérifie l'inégalité $n^+ \gg n_1$.

La région H I donne lieu à la relation inverse, c'est-à-dire à $n_1 \gg n^+$. Toutefois, dans cette région les quanta L_α n'apparaissent presque pas, et par conséquent le flux de rayonnement H_ν est très faible. Tandis que le rayonnement dans la raie L_α en provenance de la région H II n'est pas absorbé dans sa partie principale par la région H I, et par suite, ne produit pas de pression de radiation. Ceci s'explique par le fait que la largeur dopplérienne de la raie $\Delta\nu_D$ dans la région H I est très petite par suite de la petitesse de la température T_e. De ce fait, la pression de radiation dans la raie L_α dans la région H I ne peut pas être très importante.

Il est curieux de noter que dans les nébuleuses possédant des régions H II et H I la pression de radiation dans la raie L_α atteint le maximum dans la région transitoire entre les régions. D'après les calculs, lorsque la masse de la région H I est relativement peu grande, la pression de radiation peut même provoquer le mouvement de cette région par rapport à la région H II. De cette façon, d'après G. Gourzadian [2], il se forme des nébuleuses planétaires constituées de deux enveloppes.

Le fait que la pression de radiation dans la raie L_α peut créer dans les nébuleuses des mouvements relatifs perceptibles est dû aussi bien au grand nombre de quanta L_α dans la nébuleuse qu'à la grande valeur du coefficient d'absorption dans la raie L_α. Nous savons que certains effets liés à la diffusion du rayonnement (passage du quantum dans les ailes de la raie, effet Doppler dû à la présence du gradient de vitesse) diminuent la pression de rayonnement L_α dans les nébuleuses, mais elle reste quand même importante.

Outre la pression de radiation dans la raie L_α la pression de rayonnement L_c joue également un certain rôle dans les nébuleuses. Cependant, à la différence de la pression de rayonnement L_α productrice d'un mouvement relatif dans la nébuleuse, la pression de radiation dans le continuum de Lyman déclenche l'expansion accélérée de la nébuleuse tout entière. Il est évident que la grandeur de

cette accélération est déterminée par l'équation

$$Mw = \frac{E_c}{c}, \tag{27.79}$$

où M est la masse de la nébuleuse et E_c, l'énergie émise par l'étoile dans le continuum de Lyman en 1 s, ou une petite partie de cette énergie, si l'épaisseur optique de la nébuleuse au-delà des limites de la série de Lyman ne dépasse pas l'unité. La quantité w se prête bien à l'estimation. Nous savons que la masse d'une nébuleuse planétaire est d'environ 0,01 $M_{\odot}$, alors que la quantité E_c doit être de l'ordre de 10^{36} erg/s. On trouve donc d'après la formule (27.79) que sous la pression de rayonnement L_c la vitesse de l'expansion d'une nébuleuse doit augmenter d'environ 1 km/s en 1000 ans, c'est-à-dire pendant la durée de vie d'une nébuleuse d'une grandeur assez perceptible. On peut admettre qu'une telle conclusion est confirmée par les données d'observation, du fait que la vitesse d'expansion d'une nébuleuse v s'avère en moyenne d'autant plus grande que la valeur du facteur de dilution dans la nébuleuse est plus petite.

L'expansion observée des nébuleuses planétaires rend très probable l'hypothèse de l'apparition d'une nébuleuse par rejet des couches extérieures d'une étoile. A titre de confirmation de cette hypothèse on peut signaler que la masse d'une nébuleuse ne fait qu'une petite partie de la masse de l'étoile. Cependant, nous ne pouvons pas de nos jours indiquer quelle catastrophe de l'étoile conduit à la formation d'une nébuleuse planétaire. On a pensé pendant quelque temps que les nébuleuses sont produites par les éclats des novae ou des supernovae. Ceci est contredit par la comparaison des vitesses d'expansion des enveloppes éjectées (de l'ordre de 1000 km/s) avec les vitesses d'expansion des nébuleuses qui ne sont que de l'ordre de 10 km/s. De plus, la masse d'une enveloppe de nova s'avère bien inférieure (de 1000 fois, environ) que celle d'une nébuleuse planétaire. Sous ce rapport on a émis des hypothèses que les nébuleuses planétaires se forment par arrachement de l'enveloppe à une vitesse peu grande de certaines étoiles instables (par exemple, des supergéantes rouges). Un point de vue tout à fait différent consiste dans le fait qu'une nébuleuse planétaire apparaît avec son noyau à partir de la matière préstellaire (voir [2]).

Il convient encore de noter que le rôle cosmogonique des nébuleuses planétaires est probablement assez grand. A ce jour on a découvert près de 600 de tels objets, mais leur nombre total dans la Galaxie n'est probablement pas inférieur à 10 000. A mesure que la nébuleuse se dilate, elle cesse d'être visible, et comme nous l'avons déjà dit, la durée de vie moyenne d'une nébuleuse est de l'ordre de 10 000 ans. Il s'ensuit que dans la Galaxie chaque année disparaît, c'est-à-dire devient invisible, en moyenne une nébuleuse. En même temps chaque année doit évidemment apparaître une nébuleuse. Et

puisque l'âge de notre Galaxie est de l'ordre de 10^{10} ans, en tout dans la Galaxie ont dû apparaître et puis disparaître environ 10^{10} nébuleuses. Nous pouvons donc conclure qu'une partie notable des étoiles étaient autrefois des noyaux des nébuleuses planétaires.

Bibliographie du Chapitre V

1. VORONTSOV-VÊLIAMINOV B. Nébuleuses gazeuses et novae. Moscou, Editions de l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S., 1948 (en russe).
2. GOURZADIAN G. Nébuleuses planétaires. Moscou, Fizmatghiz, 1962 (en russe).
3. ALLER L., LILLER W. Planetary Nebulae, Chicago: University of Chicago Press, 1968.
4. SOBOLEV V. Physique des nébuleuses planétaires. Recueil « Problèmes de cosmogonie », t. VI. Editions de l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S., 1958 (en russe).
5. MENZEL D., BAKER D., ALLER L., SCHORTLY D., HABB M., GOLDBERG L. Processus physiques dans les nébuleuses gazeuses, 1948.
6. AMBARTSOUMIAN V. Travaux scientifiques, t. I. Erévan. Editions de l'Académie des Sciences de la R.S.S. d'Arménie, 1960 (en russe).
7. KIPPER A. Luminosité des nébuleuses gazeuses. Recueil « Questions de cosmogonie », t. IV. Editions de l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S., 1955 (en russe).
8. SOBOLEV V. Diffusion du rayonnement dans un gaz. Recueil « Théorie des spectres stellaires ». Moscou, Naouka, 1966 (en russe).
9. IVANOV V. Transfert du rayonnement et spectres des corps célestes. Moscou, Naouka, 1969 (en russe).
10. NIKITINE A., ROUDZIKAS Z. Principes de la théorie des spectres des atomes et des ions. Moscou, Naouka, 1983 (en russe).

CHAPITRE VI

ÉTOILES NON STABLES

La grande majorité des étoiles possède des spectres d'absorption qui ne changent pas sensiblement avec le temps. Les atmosphères de ces étoiles ont été examinées en détail aux Chapitres I et II. En accord avec les données d'observation on y admettait l'absence de processus non stables quelconques dans les atmosphères. Il est vrai que l'exemple du Soleil témoigne de ce qu'ils ont bien lieu (taches, protubérances, etc.). Cependant, leur échelle est relativement petite et ils n'interviennent pas dans les caractéristiques observées dans l'étoile dans son ensemble.

Par ailleurs, les observations ont permis de découvrir un grand nombre d'étoiles à fortes et rapides variations du spectre et de l'éclat. Le trait caractéristique de telles étoiles est la présence de raies brillantes dans leurs spectres. Evidemment, les couches externes de ces étoiles sont le siège des processus non stables de grande échelle. Comme l'ont montré des explorations détaillées, ces processus sont liés à l'éjection de grandes quantités de matière. Il en résulte autour de l'étoile une enveloppe en expansion dans laquelle apparaissent précisément les raies brillantes.

Les étoiles qui éjectent la matière sont très variées. Certaines d'entre elles éjectent la matière longtemps de façon plus ou moins continue. On y rapporte, en particulier, les étoiles des types Wolf-Rayet, P Cygne et Be. Dans d'autres cas l'éjection de la matière est d'un caractère explosif. Des processus de ce genre sont observés dans les sursauts des novae. L'explosion d'une supernova, qui est l'un des plus grandioses phénomènes dans la Galaxie, dégage des quantités de matière et d'énergie particulièrement grandes.

Les étoiles des types mentionnés sont les spécimens les plus marquants des étoiles non stables. Leur étude est une tâche particulièrement importante de l'astrophysique, car elle contribue dans une grande mesure à élucider la nature des étoiles et les voies de leur évolution.

Sous certains rapports les conditions physiques dans les enveloppes des étoiles non stables sont proches de celles dans les nébuleuses gazeuses. Nous utiliserons donc souvent dans l'étude des étoiles non stables les résultats décrits au chapitre précédent.

§ 28. Etoiles à raies spectrales brillantes

1. Etoiles des premiers types à raies brillantes. Les spectres stellaires à raies brillantes se rapportent essentiellement soit aux toutes premières classes, soit aux classes les plus avancées (pour le moment il ne s'agit pas des novae et des étoiles apparentées); parmi elles les mieux étudiées sont les étoiles des premières classes à raies brillantes, c'est-à-dire les étoiles de type Wolf-Rayet, P Cygne et Be. Ceci s'explique surtout par les processus physiques moins compliqués qui marchent dans les atmosphères de ces étoiles.

Selon le degré d'excitation et d'ionisation des atomes les étoiles du type Wolf-Rayet (WR) correspondent à la classe spectrale O. Leurs spectres se composent de larges raies d'émission H, He I, He II, C III, N III et d'autres atomes à potentiel d'ionisation très élevé, superposés sur un fond continu. On voit de faibles raies d'absorption du côté violet de certaines bandes brillantes. La largeur des bandes brillantes atteint quelques dizaines d'angströms, et l'intensité à l'intérieur de la bande est parfois de 10 à 20 fois supérieure à celle du spectre continu. Donc l'énergie émise par l'étoile dans les raies brillantes s'avère comparable avec l'énergie émise dans le spectre continu (dans le domaine visible ou photographique). Byls a établi que les spectres des étoiles WR forment deux séries: azotée et carbonée. Les spectres de la première séquence comportent des bandes d'azote à divers stades d'ionisation, mais ne possèdent pas de bandes de carbone et d'oxygène; les spectres de la deuxième contiennent des bandes de carbone et d'oxygène à divers stades d'ionisation, mais n'ont pas de bandes d'azote. Dans les deux séquences le degré d'excitation et d'ionisation des atomes est à peu près le même. Par la suite on a découvert des spectres du type WR comportant des bandes d'azote et de carbone. Toutefois, il convient d'admettre que dans certains spectres WR les raies d'azote sont plus intenses, tandis que dans d'autres, les plus intenses sont les raies de carbone.

Il arrive souvent que les étoiles WR sont des composantes des binaires spectrales. Certaines d'entre elles sont des variables à éclipses. L'étude de tels systèmes a fourni de nombreux renseignements précieux sur les étoiles WR. Ainsi, on a trouvé que leurs masses sont de l'ordre de 10 masses solaires.

Les magnitudes visuelles des étoiles WR sont de l'ordre de -3^m. Ces étoiles sont parmi les plus brillants objets de la Galaxie. Cependant, des spectres WR sont également propres aux novae quelques années après l'explosion, de même qu'à certains noyaux des nébuleuses planétaires. Les étoiles indiquées sont notablement plus faibles que les étoiles WR elles-mêmes. Leurs magnitudes visuelles sont en moyenne de $+5^m$.

Aux étoiles WR se rapportent également les étoiles du type P Cygne qui appartiennent à la classe spectrale B. Dans leurs spectres,

tout comme dans celui des étoiles WR sont visibles les raies brillantes à peu près symétriques par rapport aux fréquences centrales et limitées du côté violet par des raies d'absorption (fig. 35, *a*). Cependant, la largeur des raies brillantes dans ce cas n'est pas aussi grande que celle des spectres WR, alors que les raies d'absorption sont au contraire bien plus intenses.

Outre les étoiles du type P Cygne, les raies d'émission possèdent également d'autres étoiles de la classe spectrale B. On les appelle simplement étoiles du type Be. Les profils des raies de ces spectres

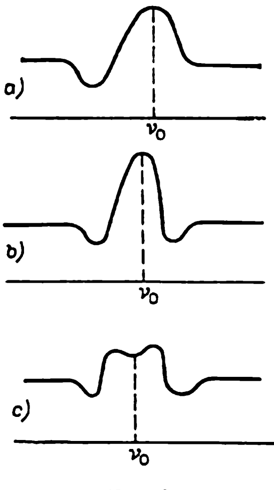


Fig. 35

peuvent être caractérisés de la façon suivante : sur la raie d'absorption large et peu profonde se superpose une raie d'émission moins large, qui dans certains cas peut être unitaire et dans d'autres, dédoublée (fig. 35, *b* et *c*). Les spectres des étoiles du type Be subissent des variations notables avec le temps. Par exemple, varient les intensités relatives des composantes des raies brillantes. Il arrive que les raies brillantes disparaissent complètement et l'étoile du type Be se transforme en une étoile normale de la classe B. Les variations du spectre s'accompagnent également de faibles variations d'éclat.

L'interprétation des spectres d'émission considérés est fondée sur l'hypothèse de l'écoulement de la matière à partir de l'étoile aboutissant à la formation autour de celle-ci d'une enveloppe en mouvement étendue. Le facteur de dilution du rayonnement dans l'enveloppe étant petit nous pouvons affirmer, en nous fondant sur le théorème de Rosseland (voir § 22), que l'enveloppe doit absorber les quanta de hautes fréquences provenant de l'étoile et les transformer

en quanta de fréquences plus basses. Autrement dit, la luminosité de l'enveloppe se produit en principe de la même façon que celle d'une nébuleuse gazeuse, c'est-à-dire due à l'énergie ultraviolette de l'étoile. Il est clair que pour que des raies brillantes apparaissent dans le spectre d'une étoile il faut que sa température soit assez élevée (comme le montrent des calculs simples, elle doit être approximativement plus grande que 20 000 K). Les raies brillantes qui apparaissent sous l'action de l'énergie ultraviolette sont observées justement dans les spectres des étoiles les plus chaudes (des classes O et B).

D'après les profils des raies brillantes des spectres on peut juger du caractère de l'éjection de la matière. On admet généralement que les étoiles du type WR éjectent en permanence de la matière dans toutes les directions avec une intensité à peu près constante. Ce mouvement de la matière doit produire les profils des raies observés, symétriques par rapport à la fréquence centrale. Dans ces conditions, la matière qui s'éloigne de nous donne la partie de la raie s'élargissant du côté rouge du spectre, et la matière qui s'en approche, la partie de la raie s'élargissant du côté violet. Les spectres des étoiles du type WR ne subissent pas de variations notables avec le temps. Il faut donc admettre que l'écoulement de la matière à partir de ces objets est stationnaire.

L'interprétation des profils des raies des spectres des étoiles du type Be est plus compliquée. D'après Struve ces étoiles tournent très vite ; il en résulte que leurs spectres présentent de larges raies d'absorption. A en juger d'après la largeur des raies, les vitesses de rotation des étoiles à l'équateur atteignent plusieurs centaines de kilomètres par seconde. Struve admettait que la rotation est responsable de l'écoulement de la matière à partir du plan équatorial de l'étoile, ce qui aboutit à la formation d'un anneau de gaz tournant autour de l'étoile. C'est dans cet anneau de gaz qu'apparaissent justement les raies brillantes qui se superposent sur les larges raies d'absorption. La vitesse de rotation de l'anneau étant plus petite que celle de l'étoile (du fait de la conservation du moment angulaire), la raie brillante devient plus mince que la raie d'absorption. Il est probable que la rotation rapide de l'étoile du type Be contribue réellement à l'écoulement de la matière, mais n'est pas responsable de l'écoulement. On déduit ceci du fait que le spectre d'émission des étoiles du type Be subit des variations irrégulières avec le temps, et même disparaît parfois tout à fait. L'écoulement de la matière des étoiles considérées doit donc avoir un caractère irrégulier.

Pour interpréter les spectres des étoiles du type WR, P Cygne et Be (ainsi que d'autres étoiles non stables) il faut élaborer une théorie de l'apparition des raies spectrales dans les enveloppes stellaires étendues en mouvement. Les principes de cette théorie seront exposés plus loin (pour plus de détail voir [1] et [2]).

2. Profils des raies d'émission. Les vitesses du mouvement des enveloppes sont ordinairement de dizaines et de centaines de kilomètres par seconde, c'est-à-dire qu'elles sont bien plus grandes que les vitesses thermiques moyennes des atomes. On peut donc admettre que les profils des raies d'émission sont déterminés surtout par le mouvement de l'enveloppe. En première approximation on peut négliger l'influence d'autres facteurs sur le profil de la raie.

Nous allons obtenir la formule qui détermine le profil de la raie d'émission pour un champ de vitesses arbitraire dans l'enveloppe. Tenons également compte de l'opacité éventuelle de l'enveloppe au rayonnement dans la raie.

Considérons la raie qui apparaît par transition d'un atome donné de l'état k vers l'état i. Le coefficient d'absorption α_{ik} et le coefficient d'émission ε_{ik} seront considérés comme constants dans l'intervalle $\nu_{ik} - \frac{\Delta\nu_{ik}}{2} < \nu < \nu_{ik} + \frac{\Delta\nu_{ik}}{2}$ et comme nuls hors de cet intervalle. Ici ν_{ik} est la fréquence centrale de la raie; $\Delta\nu_{ik} = 2\frac{u}{c}\nu_{ik}$, où u est la vitesse thermique de l'atome; c, la vitesse de la lumière.

Prenons le système de coordonnées xyz d'origine au centre de l'étoile et d'axe z dirigé vers l'observateur. Désignons la vitesse du mouvement des atomes dans l'enveloppe par $v(x, y, z)$, et sa projection sur l'axe z par $v_z(x, y, z)$. Admettons que $v \gg u$.

Il est clair que dans les hypothèses énoncées pour α_{ik} et ε_{ik}, le rayonnement de fréquence ν sera émis vers l'observateur non pas par toute l'enveloppe, mais par une seule de ses régions, disposée de part et d'autre de la surface des vitesses radiales égales et déterminée par l'équation

$$\nu = \nu_{ik} + \frac{\nu_{ik}}{c} v_z(x, y, z). \tag{28.1}$$

Les frontières de la région mentionnée sont éloignées de la surface (28.1) suivant la ligne de visée (c'est-à-dire selon l'axe z) à la distance correspondant à la variation de la fréquence de la quantité $\Delta\nu_{ik}/2$. En désignant les valeurs limites de z par z_1 et z_2 et en utilisant la petitesse de u devant v, on obtient:

$$\Delta\nu_{ik} = \frac{\nu_{ik}}{c}\left|\frac{\partial v_z}{\partial z}\right|(z_2 - z_1) \tag{28.2}$$

ou

$$z_2 - z_1 = \frac{2u}{\left|\frac{\partial v_z}{\partial z}\right|}. \tag{28.3}$$

Soit $I_{ik}(x, y, \nu)$ l'intensité rayonnée par le point du disque de l'étoile de coordonnées x, y sur la fréquence ν à l'intérieur de la raie.

Puisque l'« épaisseur » de la couche productrice du rayonnement sur la fréquence ν (c est-à-dire la différence $z_2 - z_1$) est relativement peu élevée (à l'exception des points isolés), on peut admettre que les quantités α_{ik} et ε_{ik} sont constantes dans cette couche le long de l'axe z et égales à leurs valeurs à la surface (28.1). On a donc pour l'intensité $I_{ik}(x, y, \nu)$

$$I_{ik}(x, y, \nu) = \frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}} [1 - e^{-\alpha_{ik}(z_2 - z_1)}]. \tag{28.4}$$

L'énergie totale émise par l'enveloppe sur la fréquence ν par unité d'angle solide est donnée par la formule :

$$E_{ik}(\nu) = \int \int I_{ik}(x, y, \nu)\, dx\, dy. \tag{28.5}$$

En utilisant (28.3) et (28.4) on trouve au lieu de (28.5):

$$E_{ik}(\nu) = \int \int \frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}} \left[1 - e^{-\frac{2u}{\left|\frac{\partial v_z}{\partial z}\right|}\alpha_{ik}}\right] dx\, dy. \tag{28.6}$$

L'intégration porte ici sur la surface (28.1). La formule (28.6) détermine justement le profil cherché de la raie d'émission.

L enveloppe peut être divisée de façon approximative en deux régions : l'une, opaque au rayonnement dans la raie considérée et l'autre, transparente à ce rayonnement. Dans la première région la quantité $\frac{2u}{\left|\frac{\partial v_z}{\partial z}\right|}\alpha_{ik}$ dépasse l'unité et dans la deuxième elle est inférieure à l'unité. Dans la première région l'intégrale (28.6) est égale à

$$E'_{ik}(\nu) = \int \int \frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}}\, dx\, dy, \tag{28.7}$$

et dans la deuxième :

$$E''_{ik}(\nu) = \int \int \varepsilon_{ik} \frac{2u}{\left|\frac{\partial v_z}{\partial z}\right|}\, dx\, dy. \tag{28.8}$$

Les quantités α_{ik} et ε_{ik} qui figurent dans ces formules sont exprimées à l'aide de la concentration des atomes absorbants n_i et émetteurs n_k de la façon suivante :

$$\varepsilon_{ik} = \frac{n_k A_{ki} h\nu_{ik}}{4\pi\Delta\nu_{ik}}, \tag{28.9}$$

$$\alpha_{ik} = \frac{n_i B_{ik} h\nu_{ik}}{\Delta\nu_{ik} c} \left(1 - \frac{g_i}{g_k}\frac{n_k}{n_i}\right). \tag{28.10}$$

24—01064

où A_{ki} et B_{ik} sont les coefficients d'Einstein des transitions. Compte tenu de la liaison entre A_{ki} et B_{ik}, on obtient

$$\frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}}=\frac{2h\nu_{ik}^3}{c^2}\,\frac{1}{\frac{g_k}{g_i}\,\frac{n_i}{n_k}-1}. \tag{28.11}$$

Comme il se doit, la relation (28.11) se transforme en formule de Planck lorsque n_k/n_i est définie par la formule de Boltzmann.

De la sorte, pour le calcul du profil d'une raie d'émission il faut connaître aussi bien la distribution des vitesses dans l'enveloppe que la distribution des atomes absorbants et émetteurs. Plus loin nous montrerons comment calculer les quantités n_i et n_k. Par là même le problème de calcul des profils des raies d'émission sera résolu définitivement.

A titre d'exemple d'application des formules (28.7) et (28.8) cherchons les profils des raies d'émission formées par une enveloppe en expansion à une vitesse constante pour toutes les couches ($v =$ const). Notons r la distance du volume donné au centre de l'étoile et ϑ l'angle entre la direction des atomes et la direction vers l'observateur. Alors, on a

$$v_z=v\cos\vartheta,\qquad \frac{\partial v_z}{\partial z}=\frac{v}{r}\sin^2\vartheta, \tag{28.12}$$

et la surface des vitesses radiales égales correspondant à la fréquence ν est déterminée par l'équation:

$$\nu=\nu_{ik}+\frac{\nu_{ik}}{c}\,v\cos\vartheta. \tag{28.13}$$

Supposons d'abord que l'enveloppe est transparente au rayonnement dans la raie. Alors, compte tenu du fait que $dx\,dy = 2\pi\sin^2\vartheta r\,dr$, la formule (28.8) amène:

$$E_{ik}''(\nu)=4\pi\,\frac{u}{v}\int\varepsilon_{ik}r^2\,dr. \tag{28.14}$$

Ainsi, une enveloppe transparente donne une raie d'émission à profil rectangulaire (c'est-à-dire que l'intensité à l'intérieur de la raie est constante). Evidemment, la largeur de la raie correspond à la double vitesse d'expansion de l'enveloppe.

Si l'enveloppe est opaque au rayonnement dans la raie, alors d'après la formule (28.7) on trouve que dans le cas considéré:

$$E_{ik}'(\nu)=2\pi\sin^2\vartheta\int\frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}}\,r\,dr, \tag{28.15}$$

ou compte tenu de (28.13)

$$E_{ik}'(\nu)=2\pi\left[1-\left(\frac{\nu-\nu_{ik}}{\nu_{ik}}\,\frac{c}{v}\right)^2\right]\int\frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}}\,r\,dr. \tag{28.16}$$

Par conséquent, une enveloppe opaque donne une raie d'émission à profil parabolique.

D'une façon analogue on peut déterminer les profils des raies d'émission formés par une enveloppe dans laquelle la vitesse d'expansion dépend de r. On comprend sans peine que dans ce cas pour une enveloppe transparente les profils des raies seront symétriques à intensité décroissant avec l'éloignement du centre de la raie (du fait qu'ils s'obtiennent par superposition des profils rectangulaires de largeurs différentes). De tels profils ressemblent beaucoup aux profils des raies formées par une enveloppe opaque avec $v =$ const. Avant donc de parvenir à une conclusion sur la distribution des vitesses dans l'enveloppe d'après les profils des raies, il faut établir si l'enveloppe est opaque ou transparente au rayonnement dans les raies.

Pour résoudre cette question on peut examiner quelques raies d'émission d'un seul et même atome dans le spectre d'une étoile. Il est évident que dans le cas d'une enveloppe transparente les profils de toutes ces raies doivent être identiques. Mais si l'enveloppe est en partie opaque au rayonnement dans les raies, alors différentes parties de l'enveloppe seront opaques à raies différentes, et il en résulte que les profils des raies considérées devront différer entre eux.

Lorsque l'enveloppe se trouve près de l'étoile (par exemple, lorsqu'elle est formée par un écoulement permanent de la matière), pour déterminer les profils des raies d'émission il faut tenir compte de l'effet d'écran de la partie stellaire de l'enveloppe. Cet effet rend la raie asymétrique.

Si l'enveloppe est opaque au rayonnement dans la raie, alors dans la partie de l'enveloppe située entre l'étoile et l'observateur apparaît une raie d'absorption. Dans le cas d'un écoulement radial cette raie est déplacée du côté violet du spectre. La raie d'émission qui apparaît dans l'enveloppe se superpose en partie à la raie d'absorption.

On peut également déterminer d'après la formule (28.6) les profils des raies d'émission formées par l'enveloppe éjectée par une étoile en rotation. Ce problème présente de l'intérêt pour l'interprétation des spectres stellaires du type Be.

3. Intensités des raies d'émission. Au § 24 nous avons déterminé les intensités des raies d'émission pour le cas des nébuleuses gazeuses. Nous savons que le problème se ramène à la résolution du système d'équations algébriques linéaires

$$n_i \sum_{k=2}^{i-1} A_{ik} = \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} + n_e n^+ C_i (T_e), \qquad (28.17)$$

qui expriment la condition de stationnarité de chacun des états excités de l'atome. Ici n_i, n_e et n^+ sont les concentrations des atomes à

l'i-ième état, des électrons libres et des ions respectivement; $n_e n^+ C_i$ (T_e), les nombres de captures des électrons par les ions au n-ième niveau dans 1 cm³ en 1 s. En écrivant ces équations on admettait que les nébuleuses sont transparentes au rayonnement dans les raies des séries subordonnées du fait que dans les nébuleuses le degré d'excitation des atomes est très petit.

Les raies d'émission dans les spectres des étoiles du type WR, P Cygne et Be apparaissent en principe de la même façon que dans le spectre des nébuleuses, c'est-à-dire par photo-ionisations et recombinaisons. Cependant, le degré d'excitation des atomes dans les enveloppes des étoiles considérées n'est pas si petit que dans les nébuleuses; il s'ensuit que les enveloppes peuvent être opaques au rayonnement dans les raies des séries subordonnées. Donc pour le calcul des intensités des raies d'émission des spectres stellaires on ne peut pas toujours utiliser les équations (28.17). En général, dans le cas considéré, il convient de composer et de résoudre un nouveau système d'équations tenant compte de l'opacité de l'enveloppe au rayonnement dans les raies, c'est-à-dire comprenant en plus des équations de stationnarité de chaque niveau les équations de transfert du rayonnement dans chaque raie.

La nécessité de prendre en considération le mouvement de l'enveloppe complique encore le problème. Toutefois, si dans l'enveloppe le gradient de vitesse est assez grand (et dans les enveloppes considérées c'est bien le cas), le problème devient notablement plus simple. Ceci s'explique par la présence du gradient de vitesse dans l'enveloppe, ce qui permet aux quanta dans les raies de sortir par effet Doppler non seulement des régions limitrophes, mais encore des régions intérieures de l'enveloppe. *Grosso modo*, grâce au gradient de vitesse l'enveloppe devient dans une certaine mesure transparente au rayonnement dans les raies. Le problème de la détermination des intensités des raies d'émission se ramène alors de nouveau à un certain système d'équations algébriques, mais non plus linéaires, comme dans le cas des nébuleuses.

Pour composer les équations mentionnées il faut tenir compte des processus suivants: 1) ionisation des atomes depuis chaque état sous l'action du rayonnement de l'étoile; 2) recombinaison à chaque niveau; 3) transitions spontanées des états supérieurs vers les états inférieurs; 4) transitions des états inférieurs vers les états supérieurs avec absorption des quanta dans la raie, émis par l'enveloppe.

Le nombre de transitions spontanées du k-ième état vers l'i-ième état qui se produisent dans 1 cm³ en 1 s est $n_k A_{ki}$. Si l'enveloppe est transparente au rayonnement dans la raie donnée, les quanta émis lors de cette transition sortent sans obstacle à l'extérieur et les transitions inverses n'ont pas lieu. Si l'enveloppe est opaque au rayonnement dans la raie et le gradient de la vitesse y est absent, alors presque tous les quanta dans la raie sont absorbés dans l'en-

veloppe et le nombre de transitions du k-ième état vers l'i-ième état est presque exactement égal au nombre de transitions de l'i-ième état vers le k-ième état. Mais en présence dans l'enveloppe du gradient de vitesse une certaine fraction de quanta dans la raie sort de l'enveloppe par effet Doppler. Nous désignerons cette fraction par β_{ik}. Alors, le nombre de transitions $k \rightarrow i$ dépassera le nombre de transitions inverses de la quantité $n_k A_{ki} \beta_{ik}$.

Le nombre de transitions des atomes du k-ième état vers tous les autres états devant être égal au nombre de transitions vers l'i-ième état, on a

$$n_i \left(\sum_{k=1}^{i-1} A_{ik}\beta_{ki} + B_{ic}\rho_{ic} \right) = \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \beta_{ik} + n_c n^+ C_i (T_e), \quad (28.18)$$

où $n_i B_{ic} \rho_{ic}$ est le nombre d'ionisations depuis l'i-ième état. Les quantités ρ_{ic} sont considérées comme connues et valent :

$$\rho_{ic} = W \rho_{ic}^*, \quad (28.19)$$

où ρ_{ic}^* est la densité de rayonnement au-delà de l'i-ième série dans l'atmosphère de l'étoile et W, le facteur de dilution du rayonnement.

En déterminant les quantités β_{ik} adoptons, comme dans ce qui précède, que le coefficient d'absorption α_{ik}, aussi bien que le coefficient d'émission ε_{ik}, dans la raie de fréquence ν_{ik} sont différents de zéro et constants dans l'intervalle $\Delta\nu_{ik} = 2\frac{u}{c}\nu_{ik}$, étant nuls hors de cet intervalle. En outre, admettons que la région de l'enveloppe, où le rayonnement est absorbé dans la raie considérée, est relativement peu étendue (par suite du grand gradient de vitesse), de sorte que la densité de matière et le gradient de vitesse dans cette région peuvent être considérés comme constants.

Examinons le rayonnement dans la raie sur la fréquence ν_{ik} issu d'un certain volume élémentaire dans la direction s à l'intérieur d'un angle solide $d\omega$. Sur le chemin de s à $s + ds$ la part des quanta absorbés sera la suivante :

$$e^{-\alpha_{ik}s} \left(1 - \frac{|\nu'_{ik} - \nu_{ik}|}{\Delta\nu_{ik}} \right) \alpha_{ik}\, ds, \quad (28.20)$$

où le facteur $e^{-\alpha_{ik}s}$ tient compte de l'absorption du rayonnement sur le chemin de zéro à s, et le facteur $1 - \frac{|\nu'_{ik} - \nu_{ik}|}{\Delta\nu_{ik}}$ est la variation de la fréquence de rayonnement due à l'effet Doppler. De plus

$$\nu'_{ik} - \nu_{ik} = \frac{\nu_{ik}}{c} \frac{\partial v_s}{\partial s} s. \quad (28.21)$$

La part des quanta absorbés sur tout leur chemin dans l'enveloppe est

$$\int_0^{s_1} e^{-\alpha_{ik}s}\left[1-\frac{1}{2u}\left|\frac{\partial v_s}{\partial s}\right|\cdot s\right]\alpha_{ik}\,ds, \tag{28.22}$$

où la quantité s_1 se calcule d'après la condition:

$$\frac{1}{2u}\left|\frac{\partial v_s}{\partial s}\right| s_1 = 1. \tag{28.23}$$

En multipliant l'expression (28.22) par $d\omega/4\pi$ et en l'intégrant sur tous les angles solides on obtient la part des quanta absorbés dans l'enveloppe par rapport au nombre total de quanta émis par le volume donné. Avec les notations adoptées cette part est égale à $1-\beta_{ik}$. On trouve donc pour la quantité β_{ik}:

$$\beta_{ik}=\int\left(1-e^{-1/\beta^0_{ik}}\right)\beta^0_{ik}\,\frac{d\omega}{4\pi}, \tag{28.24}$$

où l'on a introduit la notation

$$\beta^0_{ik}=\frac{1}{2u\alpha_{ik}}\left|\frac{\partial v_s}{\partial s}\right|. \tag{28.25}$$

Si au point donné l'enveloppe est opaque dans toutes les directions, c'est-à-dire si $\beta^0_{ik}\ll 1$, alors β_{ik} est égale à la quantité β^0_{ik} moyennée suivant les directions. Mais si au point donné l'enveloppe est transparente dans toutes les directions, c'est-à-dire si $\beta^0_{ik}\gg 1$, alors, comme il se doit, $\beta_{ik}=1$.

Ainsi, pour calculer les quantités n_i nous avons obtenu le système d'équations (28.18) où les quantités β_{ik} sont déterminées par les relations (28.24). Les quantités β^0_{ik} qui figurent dans ces relations, comme le montrent les formules (28.5) et (28.10), sont exprimées à l'aide de β^0_{12} et des populations des niveaux des atomes.

Si les équations (28.18) sont résolues pour des parties différentes de l'enveloppe, nous pouvons alors déterminer la quantité totale de l'énergie émise par l'enveloppe dans une raie spectrale quelconque. A cet effet on utilise la formule suivante:

$$E_{ki}=A_{ki}h\nu_{ik}\int n_k\beta_{ik}\,dV, \tag{28.26}$$

et l'intégration porte sur tout le volume de l'enveloppe. Pour une enveloppe transparente $\beta_{ik}=1$ et la formule (28.26) se transforme en formule (24.8) du chapitre précédent.

Le système d'équations (28.18) peut être résolu numériquement. A cet effet il faut connaître les valeurs de quatre paramètres: la température de l'étoile T_* (dont dépendent ρ^*_{ic}); la température électronique T_e (dont dépendent C_i); le facteur de dilution W et les

quantités β_{12}. Le Tableau 43 donne à titre d'exemple les valeurs du décrément de Balmer trouvées pour $T_* = 20\,000$ K; $T_e = 20\,000$ K; $\beta_{12} = 0{,}001$ et pour deux valeurs du facteur de dilution $W = 0{,}01$ (cas I) et $W = 0{,}1$ (cas II).

Tableau 43

Décrément de Balmer théorique dans les spectres des enveloppes stellaires en mouvement

Raie	Cas I	Cas II	Cas des nébuleuses	Raie	Cas I	Cas II	Cas des nébuleuses
H_α	1,61	0,97	2,79	H_δ	0,24	0,50	0,28
H_β	1,00	1,00	1,00	H_ε	0,15	0,32	0,18
H_γ	0,44	0,80	0,49				

Ce même tableau donne à titre de comparaison les valeurs du décrément de Balmer pour le cas des enveloppes transparentes (par exemple, des nébuleuses) pour $T_e = 20\,000$ K. Elles sont obtenues par résolution du système d'équations (28.17) qui est un cas particulier du système d'équations (28.18) pour $\beta_{1k} = 0$, $\beta_{ik} = 1$ ($i = 2, 3, \ldots$) en négligeant l'ionisation depuis les états excités.

Dans le cas des nébuleuses le décrément de Balmer dépend seulement de la température T_e et change très peu avec sa variation. En ce qui concerne les enveloppes qui se déplacent avec un gradient de vitesse, le décrément de Balmer dépend de plusieurs paramètres et peut prendre des valeurs très différentes.

Les observations montrent que dans les spectres des étoiles des types WR, P Cygne, Be et novae, le décrément de Balmer varie sensiblement en passant d'une étoile à l'autre, et dans le cas des étoiles du type Be et des novae il varie également avec le temps dans le spectre d'une même étoile. Ceci peut être dû à ce que les valeurs des paramètres W et β_{12}, dont le décrément de Balmer dépend notablement, varient dans les enveloppes des étoiles citées.

Pour le calcul du paramètre β_{12} il faut connaître le champ des vitesses dans l'enveloppe. Supposons, par exemple, que les atomes se déplacent dans la direction radiale à une vitesse v fonction de r. On montre aisément que dans ce cas

$$\frac{\partial v_s}{\partial s} = \frac{dv}{dr} \cos^2 \vartheta + \frac{v}{r} \sin^2 \vartheta, \tag{28.27}$$

où ϑ est l'angle entre la direction du rayon vecteur et la direction du rayon. La formule (28.27) montre que même lorsque $dv/dr = 0$

il existe dans l'enveloppe un gradient de vitesse défini par la courbure des couches. Dans ce cas

$$\frac{\overline{\partial v_s}}{\partial s}=\frac{2}{3}\frac{v}{r}. \tag{28.28}$$

Après le calcul de $\frac{\overline{\partial v_s}}{\partial s}$ la quantité β_{12} se trouve d'après la formule

$$\beta_{12}=\frac{1}{2un_1k_{12}}\left|\frac{\overline{\partial v_s}}{\partial s}\right|, \tag{28.29}$$

où n_1 est le nombre d'atomes à l'état fondamental dans 1 cm³ et k_{12}, le coefficient d'absorption dans la raie de résonance par atome.

L'estimation de la quantité β_{12} d'après les formules utilisées conduit aux valeurs nécessaires pour expliquer le décrément de Balmer observé. Le calcul du décrément de Balmer par résolution du système d'équations (28.18) et par application ultérieure de la formule (28.26) a été entrepris par de nombreux auteurs. A cet effet on retenait pour la population des niveaux non seulement le mécanisme de recombinaisons, mais aussi celui de collisions.

4. Etoiles du type Be. Nous avons déjà dit que pour expliquer les profils des raies spectrales des étoiles du type Be on émet l'hypothèse que ces étoiles sont animées d'une rotation rapide et donnent lieu à l'écoulement de la matière. Les profils des raies d'émission qui apparaissent dans l'enveloppe éjectée de l'étoile en rotation peuvent être déterminés d'après la formule (28.6) pour un champ des vitesses approprié dans l'enveloppe. De tels profils ressemblent beaucoup aux profils des raies d'émission dans les spectres des étoiles du type Be. Les variations observées des profils des raies peuvent être expliquées par la variation de la puissance d'éjection de la matière. A cet effet le rôle de la variation du rapport entre les parties transparente et opaque de l'enveloppe, en particulier, présente de l'intérêt.

Les intensités relatives des raies d'émission de Balmer dans les spectres des étoiles du type Be ne s'accordent pas d'ordinaire avec les intensités calculées pour le cas des nébuleuses. Toutefois, elles peuvent être expliquées à l'aide de la théorie exposée plus haut tenant compte de l'opacité des enveloppes et de la présence dans celles-ci du gradient de vitesse. L'opacité de l'enveloppe présente une grande importance pour les premiers termes de la série de Balmer. Pour les termes supérieurs de cette série les enveloppes peuvent être considérées comme transparentes.

D'après les intensités observées des raies d'émission de Balmer on peut déterminer la concentration des atomes d'hydrogène dans l'enveloppe. Supposons pour simplifier que l'enveloppe est transparente dans la raie correspondant à la transition $k \to 2$. Alors, on peut

admettre que dans la formule (28.26) $\beta_{2k} = 1$ et $n_k = z_k n_e n^+$, où z_k se trouve d'après le système d'équations (28.17) (pour plus en détail, voir § 24). Dans le cas considéré la formule (28.26) devient :

$$E_{k2} = A_{k2} h\nu_{2k} z_k \int n_e n^+ \, dV. \tag{28.30}$$

Admettons que dans l'enveloppe les atomes d'hydrogène se trouvent essentiellement à l'état ionisé, et la densité de la matière décroît dans l'enveloppe en raison inverse au carré de la distance au centre de l'étoile (bien que cette hypothèse soit grossière pour les enveloppes des étoiles du type Be). On aura alors

$$n_e = n^+ = n_e^0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2, \tag{28.31}$$

où r_0 est le rayon de l'étoile et n_e^0, la concentration des électrons libres près de la surface de l'étoile. Maintenant, au lieu de la formule (28.30), on obtient

$$E_{k2} = 4\pi A_{k2} h\nu_{2k} z_k n_e^{02} r_0^3. \tag{28.32}$$

D'autre part, l'énergie émise par l'enveloppe dans la raie peut s'écrire :

$$E_{k2} = \frac{8\pi^2 r_0^2 hc^2}{\lambda_{2k}^5} \frac{W_{2k}}{e^{\frac{h\nu_{2k}}{kT_*}} - 1}, \tag{28.33}$$

où W_{2k} est la largeur équivalente de la raie, exprimée en centimètres. En comparant les deux dernières formules, on trouve

$$n_e^{02} = \frac{2\pi c}{r_0 A_{k2} z_k \lambda_{2k}^4} \frac{W_{2k}}{e^{\frac{h\nu_{2k}}{kT_*}} - 1}. \tag{28.34}$$

La formule (28.34) rend possible la détermination de la concentration des électrons libres (et donc, des protons) dans l'enveloppe d'après la largeur équivalente mesurée de la raie. Ensuite, d'après la formule d'ionisation (23.14) on peut trouver également la concentration des atomes neutres d'hydrogène. De cette façon on a obtenu en moyenne pour plusieurs étoiles du type Be $n_e^0 \approx 10^{11}$ cm^{-3} et $n_1^0 \approx 10^5$ cm^{-3}.

Les étoiles du type Be se distinguent des étoiles de la classe B non seulement par la présence des raies brillantes dans les spectres, mais encore par certaines particularités du spectre continu. Comme l'ont montré les observations, les étoiles du type Be à émission sont en moyenne plus rouges que les étoiles de la classe B sans émission. D'autre part, la discontinuité de Balmer des étoiles du type Be s'est avérée plus petite que celle des étoiles de la classe B. Il est évident que ces différences sont dues à la présence des enveloppes

propres aux étoiles du type Be. A la suite de la transformation du rayonnement haute fréquence de l'étoile, dans l'enveloppe apparaissent non seulement des quanta dans les raies, mais encore des quanta dans le spectre continu.

La détermination de la quantité d'énergie émise par une étoile du type Be dans le spectre continu ne présente pas de difficulté. Puisque l'enveloppe est transparente sur les fréquences du spectre continu (l'étoile elle-même est visible à travers l'enveloppe), l'énergie émise par l'étoile Be sur la fréquence ν peut se mettre sous la forme d'une somme:

$$L_\nu = L_\nu^* + L_\nu^{\text{env}}, \tag{28.35}$$

où L_ν^* est l'énergie émise par l'étoile elle-même (sans l'enveloppe) et L_ν^{env}, l'énergie émise par l'enveloppe. Evidemment,

$$L_\nu^* = 4\pi^2 r_0^2 \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_*}} - 1}. \tag{28.36}$$

Or, pour obtenir la quantité L_ν^{env} nous devons utiliser l'expression (26.6) du coefficient d'émission volumique dû aux recombinaisons et aux transitions libre-libre. En intégrant cette expression sur tous les angles solides et tout le volume de l'enveloppe et en appliquant la formule (28.31), on obtient

$$L_\nu^{\text{env}} = 4\pi^2 r_0^3 n_e^{02} \frac{2^7\pi^3}{(6\pi)^{3/2}} \frac{e^6}{m^2c^2} \left(\frac{m}{kT_e}\right)^{1/2} \left(1 + 2\frac{\chi_1}{kT_e} \sum_{i=j}^{\infty} \frac{1}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}\right) e^{-\frac{h\nu}{kT_e}}. \tag{28.37}$$

Les formules mentionnées entraînent que le renforcement de l'écoulement de la matière à partir de l'étoile provoque les modifications suivantes:

1) l'éclat apparent de l'étoile doit augmenter;

2) la température spectrophotométrique doit baisser du fait qu'elle est faible pour l'enveloppe;

3) la discontinuité de Balmer doit diminuer du fait qu'elle est négative pour l'enveloppe.

Les deux dernières conclusions sont fondées sur les formules (26.9) et (26.10) du chapitre précédent.

En plus des variations décrites du spectre continu le renforcement de l'éjection de la matière doit donner lieu à l'augmentation de l'énergie émise par l'enveloppe dans les raies spectrales. Tous ces effets sont d'autant plus grands que la température de l'étoile est plus élevée et l'épaisseur optique de l'enveloppe au-delà des limites de la série de Lyman est plus grande.

A l'aide des formules écrites ci-dessus on peut donner une interprétation détaillée du spectre continu des étoiles Be. V. Gorbatski [2] l'a fait pour l'étoile γ Cassiopée qui est l'une des étoiles étudiées les plus connues. De 1936 à 1941 on a enregistré des variations très fortes de l'éclat et du spectre de cet objet. Pendant la période indiquée l'éclat de l'étoile a augmenté trois fois. Le renforcement de l'éclat s'accompagnait d'une diminution de la température spectrophotométrique, d'une diminution de la valeur de la discontinuité de Balmer et d'une augmentation de l'intensité des raies de Balmer (fig. 36). Tout ceci peut être expliqué par la puissance de l'écoule-

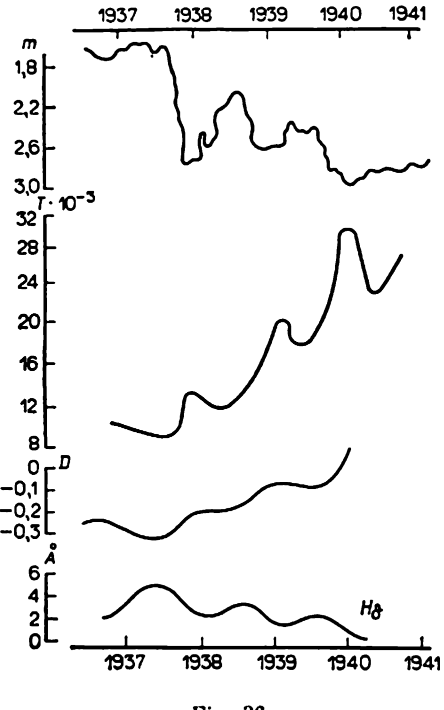


Fig. 36

ment de la matière, qui a augmenté trois fois pour décroître ensuite. Autrement dit, l'étoile a rejeté successivement trois enveloppes. La comparaison de la théorie avec les observations a permis d'établir les paramètres principaux de l'étoile et de l'enveloppe. Il s'est avéré que le rayon de l'étoile est égal à trois rayons solaires. Sa température est égale à 34 000 K, le nombre d'atomes d'hydrogène dans 1 cm^3 au voisinage de la surface est de l'ordre de 10^{12} à 10^{13}, et la température électronique moyenne de l'enveloppe $T_e \approx$ 15 000 à 20 000 K.

Pour de nombreuses étoiles du type Be on a mesuré les discontinuités de Balmer et les températures spectrophotométriques de divers domaines du spectre. Ceci a permis d'établir les parts d'énergie émises par l'étoile et l'enveloppe, les concentrations des atomes dans l'enveloppe et la quantité de matière éjectée par l'étoile en une année, laquelle pour les étoiles du type Be des premières sous-classes s'est avérée de l'ordre de 10^{-7} $M_{\odot}$.

5. Etoiles du type Wolf-Rayet. Dans les étoiles de ce type la présence de raies brillantes larges qui ne changent pas sensiblement avec le temps a donné lieu à l'hypothèse d'un écoulement permanent de la matière. La raie brillante étant symétrique par rapport à la fréquence centrale et parfois délimitée du côté violet par une raie d'absorption, il est naturel d'admettre que l'écoulement de la matière est radial. De plus, la raie brillante se forme dans toute l'enveloppe étendue, tandis que la raie d'absorption se forme dans la partie qui s'approche de l'observateur. Nous avons déjà vu que dans le cas d'un écoulement de la matière à vitesse constante, la raie brillante doit avoir un profil rectangulaire. Des raies de tels profils se rencontrent en effet dans les spectres des étoiles WR. Mais on observe plus souvent des raies des profils arrondis qui peuvent être expliqués à l'aide de la formule (28.6) aussi bien par le mouvement accéléré ou ralenti des atomes éjectés que par l'opacité de l'enveloppe au rayonnement dans la raie.

La faiblesse des raies d'absorption dans les spectres des étoiles WR peut être due non seulement à la petite épaisseur optique de l'enveloppe dans la raie, mais aussi au remplissage de la raie d'absorption par une raie d'émission. Cependant, lorsque le niveau inférieur est métastable, la raie d'absorption est très forte. La raie d'absorption $\lambda 3889$ Å qui apparaît depuis l'état métastable 2^3S de l'hélium neutre peut servir d'exemple. Une forte absorption dans de telles raies est due à l'accumulation des atomes aux états métastables par suite de la petitesse du facteur de dilution du rayonnement et de la densité de matière dans une enveloppe étendue.

Evidemment, dans le cas d'un écoulement radial de la matière la largeur de la raie d'émission $\Delta\lambda$ doit être proportionnelle à la longueur d'onde λ. Dans les spectres des étoiles WR cette dépendance entre les quantités est réellement observée, ce qui est l'un des plus forts arguments en faveur de l'hypothèse de l'écoulement.

Le Tableau 44 donne à titre d'exemple les valeurs mesurées et calculées de $\Delta\lambda$ de trois étoiles WR (sous le numéro de l'étoile est inscrit le coefficient de proportionnalité adopté entre $\Delta\lambda$ et λ). Les vitesses de l'écoulement de la matière des étoiles WR, établies d'après la largeur des raies d'émission, sont de l'ordre de 1000 à 2000 km/s.

La matière éjectée peut se déplacer à une allure ralentie ou accélérée sous l'action de l'attraction de l'étoile et de la pression de rayonnement. La loi de la variation de la vitesse v avec l'aug-

Tableau 44

Largeur des raies d'émission dans les spectres des étoiles de Wolf-Rayet (en angströms)

λ, Å	192 163 $k = 0,00833$		50 896 $k = 0,00961$		191 765 $k = 0,00883$	
	mes.	calc.	mes.	calc.	mes.	calc.
6563	58,0	54,7	74,2	63,1	57,5	57,9
4861	41,2	40,5	44,8	46,7	43,9	42,9
4340	33,4	36,2	36,0	41,7	37,8	38,3

mentation de la distance r au centre de l'étoile détermine la distribution de la densité de matière dans l'enveloppe. Pour trouver la dépendance de la densité par rapport à la vitesse v, considérons l'écoulement de la matière à travers une sphère de rayon r. Il est clair que la quantité de matière qui passe par cette sphère en un temps dt est

$$dM = 4\pi r^2 \rho(r)\, v(r)\, dt. \qquad (28.38)$$

Pour un mouvement permanent de la matière $dM/dt = \text{const}$; on tire donc de (28.38) :

$$\rho(r) \sim \frac{1}{r^2 v(r)}. \qquad (28.39)$$

Si la vitesse du mouvement est constante, il vient

$$\rho(r) \sim \frac{1}{r^2}. \qquad (28.40)$$

La densité décroît avec l'augmentation de r plus lentement que d'après la loi (28.40) dans le cas du mouvement ralenti, et plus vite dans le cas du mouvement accéléré.

La question de la dépendance entre la vitesse v et la distance r dans les enveloppes des étoiles WR peut être résolue de la façon suivante. Puisque les enveloppes brillent en principe de la même façon que les nébuleuses gazeuses, elles doivent, tout comme les nébuleuses, être le siège d'une stratification du rayonnement. Cela signifie que les raies des atomes à potentiels d'ionisation élevés apparaissent dans les couches plus proches de l'étoile que les raies des atomes à potentiels d'ionisation faibles. Aussi, dans le cas d'une variation notable de la vitesse dans l'enveloppe, les raies des atomes à potentiels d'ionisation différents doivent avoir une largeur différente. Les observations montrent que dans les spectres des étoiles WR les largeurs des raies sont d'autant plus grandes que le poten-

tiel d'ionisation est plus petit. Ceci devient particulièrement clair dans le cas des raies de He I et de He II. Par exemple, pour l'étoile HD 192103 la vitesse de l'expansion de l'enveloppe est égale à 1290 km/s pour les raies de He I et à 975 km/s pour les raies de He II. De la sorte nous devons conclure que les atomes éjectés d'une étoile WR se déplacent à allure accélérée. Comme le montre la formule (28.39), il s'ensuit que dans l'enveloppe la densité de matière décroît plus vite qu'en raison inverse au carré de la distance au centre de l'étoile. Comme le montrent les calculs, le mouvement accéléré des atomes éjectés des étoiles WR peut être expliqué par l'action de la pression de rayonnement (surtout au-delà de la limite de la série fondamentale de He II).

En utilisant la formule (28.38) nous pouvons trouver la quantité de matière éjectée par une étoile WR en une année. Cette quantité vaut

$$M = 4\pi r_0^2 \rho(r_0)\, v(r_0) \cdot 3{,}16 \cdot 10^7, \tag{28.41}$$

où r_0 est le rayon de la limite inférieure de l'enveloppe; pour les étoiles WR il coïncide avec le rayon de la photosphère. La quantité $\rho(r_0)$ des enveloppes des étoiles WR peut s'obtenir de la même façon que celle des enveloppes des étoiles Be, c'est-à-dire d'après la formule (28.34). En posant également $r_0 \approx 5r_\odot$ et $v = 10^8$ cm/s, d'après la formule (28.41) nous trouvons qu'une étoile WR perd en une année une masse égale à peu près à 10^{-5} masse solaire.

Le résultat obtenu présente un intérêt notable pour la cosmogonie. La masse des étoiles WR étant de l'ordre de 10 masses solaires, une étoile ne peut pas rester à l'étape WR plus d'un million d'années. Et si l'on tient compte que nous ne connaissons pas d'étoiles de masse supérieure à celle des étoiles WR (à l'exception des objets de la classe O qui leur sont apparentés), nous pouvons avancer l'hypothèse que les étoiles considérées sont apparues immédiatement à partir de la phase préstellaire de la matière, et de plus, que leur apparition est toute récente. Une telle hypothèse est confirmée par le fait que la plupart des étoiles WR font partie d'associations stellaires qui, comme on le sait, sont considérées d'après plusieurs indices comme des formations très jeunes.

La formule (28.41) permet également d'évaluer la masse perdue annuellement par les étoiles du type P Cygne et Be. Elle est de l'ordre de $10^{-5} M_\odot$ pour l'étoile du type P Cygne et de l'ordre de 10^{-6} à $10^{-8} M_\odot$ pour le type Be. Ces étoiles, tout comme celles du type WR, sont également des objets caractéristiques des associations stellaires.

Les intensités relatives des raies d'émission des spectres WR peuvent fournir certains renseignements sur la composition chimique des enveloppes. A cette fin il faut comparer les intensités observées des raies avec les intensités théoriques établies par la résolution du

système d'équations (28.17) ou (28.18). De cette façon, en particulier, on a trouvé que le nombre d'atomes d'hélium dans les enveloppes des étoiles WR est plusieurs fois supérieur à celui d'atomes d'hydrogène. Ces enveloppes des étoiles WR se distinguent notablement des atmosphères des étoiles ordinaires et des nébuleuses gazeuses, dans lesquelles le rapport du nombre d'atomes d'hélium au nombre d'atomes d'hydrogène est inverse. Comme nous l'avons vu, une autre particularité des enveloppes WR est que dans certaines d'entre elles il y a beaucoup d'azote mais peu de carbone et d'oxygène, alors que dans d'autres il y a beaucoup de carbone et d'oxygène mais peu d'azote. De la sorte, la composition chimique des enveloppes des étoiles WR doit être considérée comme anomale.

Le rapport des intensités des raies d'émission à l'intensité du spectre continu permet de déterminer la température des étoiles WR. A cet effet on recourt à la méthode de Zanstra décrite en détail au chapitre précédent. Plus exactement, la température d'une étoile se calcule d'après l'équation (22.29) appliquée à des atomes différents. Le Tableau 45 donne les températures des étoiles WR obtenues par B. Vorontsov-Véliaminov [3]. La première colonne indique le numéro de l'étoile d'après le catalogue HD et les colonnes suivantes, les températures des étoiles (en milliers de kelvins) trouvées d'après les raies des atomes différents (au-dessus des symboles des atomes sont donnés leurs potentiels d'ionisation en eV).

Tableau 45

Température des étoiles WR (en milliers de kelvins)

Etoile	He I 24.5	C III ou N III 47.4	He II 54.2	C IV 64.2	N IV 77.0	T_c
HD 192163	32	65	73	—	84	15
HD 191765	35	62	69	—	75	15
HD 193077	29	51	59	—	74	13
HD 193576	29	48	60	—	62	14
HD 192103	33	64	63	69	—	12
HD 192641	—	59	55	70	—	7

On voit que les températures des étoiles WR déterminées par la méthode décrite sont très élevées. Par ailleurs, d'après le tableau, les températures d'une étoile établies d'après les raies des atomes différents sont différentes. Ceci est dû surtout à la minimisation des températures lors de leur détermination d'après les raies des atomes à potentiels d'ionisation relativement bas. Dans les enveloppes des étoiles WR, de tels atomes (en particulier, l'hydrogène et

l'hélium) sont fortement ionisés; ils n'absorbent donc qu'une petite fraction de l'énergie stellaire au-delà des limites de leurs séries principales. Les calculs montrent, par exemple, que l'épaisseur optique de l'enveloppe d'une étoile WR au-delà de la limite de la série de Lyman est de l'ordre de 0,01. Donc, les températures déterminées d'après les raies d'hydrogène s'avèrent justement très basses pour les étoiles considérées, de l'ordre de 20 000 K. Une autre cause de la divergence entre les températures trouvées d'après les raies des atomes différents peut être l'écart que présente la distribution de l'énergie dans le spectre de l'étoile par rapport à la loi de Planck. Il faut également noter que l'équation (22.29) n'est pas tout à fait applicable pour déterminer la température des étoiles WR, les processus de luminosité de leurs enveloppes étant très complexes par rapport aux processus de luminosité des nébuleuses gazeuses.

La dernière colonne du Tableau 45 donne les valeurs des températures spectrophotométriques des étoiles WR. Nous voyons qu'elles sont bien plus basses que les températures obtenues par la méthode de Zanstra. Il en est ainsi parce que la transformation du rayonnement haute fréquence dans les enveloppes des étoiles WR fait apparaître non seulement des raies d'émission, mais encore le spectre continu, dans lequel la distribution de l'énergie correspond à une température très basse. Cependant, dans le cas des étoiles WR le spectre continu se forme d'une façon plus compliquée que dans le cas des étoiles Be. Ceci est dû à la puissance plus grande des enveloppes des étoiles WR, si bien qu'elles jouent non seulement le rôle d'atmosphère, mais encore celui de « photosphère ».

Nous avons vu que les étoiles du type Wolf-Rayet, P Cygne et Be sont le siège d'un écoulement puissant de la matière, qui se manifeste par la présence des raies d'émission dans la partie visible du spectre. Or, la matière s'écoule non seulement à partir de ces étoiles, mais aussi à partir d'autres étoiles des premières classes spectrales, en plus petites quantités, il est vrai. La preuve en est fournie par les observations de l'ultraviolet stellaire, réalisées à l'aide des télescopes embarqués sur des satellites artificiels. Ces spectres présentent des raies de résonance intenses qui apparaissent dans les couches supérieures de l'atmosphère. Les profils de ces raies étant caractéristiques des étoiles du type P Cygne, l'écoulement de la matière ne fait pas de doute (on le nomme souvent « vent stellaire »). L'interprétation de l'ultraviolet des supergéantes chaudes sur la base de la théorie exposée conduit à la conclusion que les vitesses d'écoulement atteignent jusqu'à 1500 km/s, et la quantité de matière perdue par l'étoile en une année est de 10^{-7} ou 10^{-8} $M_{\odot}$. L'écoulement de la matière à partir de ces étoiles s'explique par la pression de rayonnement qui apparaît lors de l'absorption du rayonnement de l'étoile dans les raies spectrales.

6. Etoiles des classes avancées à raies brillantes. Outre les étoiles examinées des types WR, P Cygne et Be, les spectres des étoiles des classes avancées comportent également des raies d'émission. On range parmi ces objets les variables à longue période, les étoiles du type Z Andromède, etc.

La période de variation de l'éclat et du spectre des variables à longue période est de l'ordre d'une année. Les amplitudes des variations de l'éclat atteignent quelques magnitudes. A l'époque proche du maximum de l'éclat le spectre présente des raies brillantes d'hydrogène et de fer ionisé ; à l'époque proche du minimum de l'éclat, des raies brillantes de fer neutre. La plupart des variables à longue période se rapportent à la classe spectrale M, à peu près 80 % d'entre elles possèdent des raies brillantes dans le spectre.

Comme le montrent les observations, les raies brillantes dans les spectres des variables à longue période apparaissent dans des couches plus profondes de l'atmosphère que les raies et les bandes d'absorption. Ceci provient de ce que le rayonnement dans les raies d'hydrogène est absorbé en partie dans l'atmosphère de l'étoile. Certaines raies de Balmer sont divisées en plusieurs composantes par suite de l'absorption du rayonnement dans ces raies par les atomes des métaux. Dans les spectres des étoiles Me on observe une distribution inhabituelle des intensités parmi les termes de la série de Balmer, ce qui s'explique par l'absorption du rayonnement d'hydrogène dans les bandes d'oxyde de titane. Les spectres des étoiles Ne et Se ne comportent pas de bandes d'oxyde de titane et leur décrément de Balmer est normal.

L'apparition des raies d'absorption et d'émission dans des couches différentes de l'atmosphère est également confirmée par le comportement différent des courbes de vitesses radiales définies d'après ces raies. Il s'avère que la différence des vitesses radiales obtenues d'après les raies brillantes et sombres est toujours négative. Par ailleurs, le terme K déterminé d'après les raies d'émission est négatif et égal à environ 15 km/s, alors que lorsqu'il est déterminé d'après les raies d'absorption, il est presque nul. Ces données entraînent que la couche dans laquelle apparaissent les raies brillantes se déplace dans la direction de l'observateur.

Les spectres des étoiles du type Z Andromède sont une combinaison du spectre d'une classe avancée à raies d'absorption et du spectre d'une première classe à raies d'émission appartenant aux atomes à potentiel d'ionisation élevé (par exemple, à He II). L'éclat et les spectres de ces étoiles présentent des variations irrégulières. Outre Z Andromède, ce groupe se compose des étoiles R Verseau, V Flèche, etc.

Le problème principal posé par l'interprétation des spectres stellaires des classes avancées à raies brillantes consiste à élucider les causes de l'apparition des raies brillantes dans les spectres des

étoiles aussi froides. Nous savons que dans les spectres des étoiles chaudes les raies d'émission apparaissent par suite de la transformation du rayonnement haute fréquence des étoiles dans les enveloppes étendues. Toutefois, l'énergie haute fréquence des étoiles des classes avancées est trop faible pour que les raies d'émission de leurs spectres puissent apparaître par la même voie.

Pour expliquer les spectres des étoiles du type Z Andromède on a émis l'hypothèse qu'il s'agit de binaires serrées dont l'un des compagnons est une étoile chaude et l'autre, une étoile froide. On suppose alors que la matière s'écoule de l'étoile froide pour former une nébuleuse gazeuse dans laquelle, sous l'action du rayonnement de l'étoile chaude, apparaissent justement les raies d'émission. Une étude détaillée des représentants isolés des étoiles du type Z Andromède (appelées également « étoiles symbiotiques ») confirme l'hypothèse avancée. Il convient cependant de noter que cette hypothèse est inapplicable aux variables à longue période.

Une autre hypothèse proposée pour expliquer les spectres des étoiles des classes avancées à raies brillantes consiste à considérer que ce sont des étoiles chaudes unitaires possédant des enveloppes étendues de grande épaisseur optique dans le spectre continu [1]. Nous avons déjà vu que dans le cas des étoiles des types WR et Be les températures établies d'après les raies brillantes dépassent sensiblement les températures spectrophotométriques. Avec l'augmentation de l'épaisseur optique de l'enveloppe cette différence entre les températures doit croître. Si nous admettons que l'épaisseur optique de l'enveloppe est grande (il en est ainsi lorsque la densité de l'enveloppe décroît lentement avec l'augmentation de la distance au centre de l'étoile), alors les parties internes de l'enveloppe absorbent presque tout le rayonnement de l'étoile et le transforment en quanta de basses fréquences. Ici apparaît le spectre continu d'une classe avancée et des raies d'émission qui correspondent d'après leur intensité à la température de l'étoile elle-même. Dans les parties extérieures de l'enveloppe qui subissent surtout l'action du rayonnement à basse température de ses parties intérieures, existent des atomes des métaux non ionisés et des combinaisons moléculaires. Là apparaît un spectre d'absorption d'une classe avancée. Les variations de l'éclat et du spectre des étoiles considérées peuvent être expliquées par la variation de la puissance de l'éjection de la matière.

Si l'épaisseur optique de l'enveloppe devient très grande, les raies d'émission ne s'observent pas. Il se peut que de cette façon se forment les supergéantes froides « ordinaires ». On sait que les masses et les luminosités des supergéantes de la classe M et des étoiles des classes O et B sont à peu près les mêmes. Ceci à lui seul suggère l'idée que les étoiles mentionnées ne se distinguent entre elles que par la structure des enveloppes.

Enfin, la troisième hypothèse explique la formation des raies brillantes dans le spectre de certains types des étoiles froides par l'action d'une onde de choc (voir [2]). Cette hypothèse se présente comme très vraisemblable par rapport aux variables à longue période. Lorsque l'onde de choc passe à travers l'atmosphère de l'étoile, le gaz se chauffe, ce qui renforce l'ionisation des atomes. Après le passage de l'onde de choc, le gaz devient lumineux, c'est-à-dire sont déclenchées les recombinaisons, puis la luminosité dans les raies spectrales. Le déplacement de l'onde de choc dans l'atmosphère de l'étoile se manifeste comme le mouvement d'une couche de gaz lumineux. La modification du spectre qui se produit alors ressemble beaucoup à celle du spectre d'une variable à longue période. D'après le déplacement observé des raies brillantes dans le spectre de l'étoile on peut déterminer la vitesse de l'onde de choc. Ceci permet d'établir la température de la couche de gaz réchauffé et de la quantité d'énergie qu'elle émet dans les raies spectrales. Pour les variables à longue période les quantités de cette énergie calculées et établies d'après les observations s'accordent entre elles selon l'ordre de grandeur.

En plus des étoiles qui viennent d'être examinées et qui possèdent des luminosités élevées, les observations ont également découvert des naines des classes avancées, à raies d'émission : étoiles des types T Taureau et UV Baleine. Leur éclat et spectre varient avec le temps. Les étoiles du type T Taureau se rapportent aux classes spectrales G — M et possèdent les raies brillantes de H, Ca II, Fe II, etc. Du côté violet des raies brillantes on voit des raies d'absorption. A en juger d'après les profils des raies spectrales, l'écoulement de la matière a lieu à partir des étoiles du type T Taureau. Presque toutes les étoiles connues du type T Taureau font partie des associations stellaires (dites *associations* T), ce qui fait tirer la conclusion sur la jeunesse de ces objets.

La particularité étonnante des étoiles du type T Taureau et des objets apparentés est qu'à l'époque de l'accroissement de l'éclat, l'apparition et le renforcement des raies d'émission s'accompagnent d'apparition d'un spectre continu très marqué qui se superpose sur le spectre continu ordinaire à raies d'absorption. Le fait que le nouveau spectre continu atténue toutes les raies d'absorption et n'engendre pas de nouvelles témoigne de son apparition dans les couches les plus supérieures de l'atmosphère. Le témoignage en est fourni également par le fait que l'apparition de l'émission dans le spectre continu s'accompagne d'apparition des raies d'émission.

Les étoiles du type T Taureau sont liées souvent aux nébuleuses qui ressemblent d'après leur aspect extérieur aux queues des comètes. Ces nébuleuses dites d'habitude « cométaires » sont des objets variables. Mais l'éclat de la nébuleuse varie indépendamment en fonction de l'éclat de l'étoile. Parfois, dans le domaine bleu et violet

le spectre continu de la nébuleuse est bien plus fort que le spectre de l'étoile associée.

Dans le cas des étoiles UV Baleine le sursaut ne dure que quelques minutes pendant lesquelles l'éclat augmente de quelques magnitudes. Une croissance aussi rapide et aussi forte de la luminosité ne peut pas être expliquée par l'apport de l'énergie depuis l'intérieur de l'étoile à l'extérieur par conductivité thermique ou transfert radiatif. Ceci a suggéré à V. Ambartsoumian [4] l'hypothèse d'après laquelle le sursaut est dû à l'éjection par les couches internes de l'étoile d'une partie de la matière étant une source de l'énergie stellaire. La décomposition rapide de cette matière (analogue à la décomposition nucléaire) détermine le dégagement d'une certaine énergie qui se transforme ensuite en rayonnement. D'après cet auteur l'émission de l'ultraviolet par les étoiles du type T Taureau et les nébuleuses cométaires associées apparaît d'une façon analogue.

Pour expliquer le rayonnement complémentaire des étoiles du type T Taureau et UV Baleine on a émis également d'autres hypothèses (voir [5] et [6]).

7. Etoiles éruptives. Voyons de plus près les étoiles UV Baleine déjà envisagées. Ce sont précisément ces étoiles et leurs analogues qu'on a en vue en parlant des *étoiles éruptives*, bien que d'autres étoiles subissent également des sursauts de différentes échelles (par exemple, les novae et les supernovae examinées aux paragraphes suivants). Les données d'observation sur les étoiles éruptives et les hypothèses sur leur nature sont exposées dans plusieurs ouvrages (voir [6] à [8]).

Les étoiles du type UV Baleine sont des naines de la classe spectrale M (surtout dM3e à dM6e). A l'heure actuelle on en connaît plus de 100. Leur éclat faible fait qu'elles sont observées seulement au voisinage immédiat du Soleil. Si l'on admet que la concentration de telles étoiles est partout la même, leur nombre total dans la Galaxie doit être très grand, de l'ordre de 10^8.

Lors de l'éruption des étoiles du type UV Baleine la croissance de l'éclat est très rapide (pendant le temps de l'ordre d'une minute), tandis que sa décroissance est plus lente. Les intervalles entre les éruptions durent des heures et diffèrent même pour une étoile. Pendant l'éruption sur le spectre de l'étoile se superpose un spectre continu complémentaire à raies d'émission. Ceci fait que l'étoile devient sensiblement plus bleue, dont en témoigne la spectrométrie tricolore en rayons U, B, V. Les amplitudes de la variation de l'éclat dans ces rayons satisfont toujours aux inégalités

$$\Delta U > \Delta B > \Delta V.$$

Son existence est bien claire du fait que le spectre complémentaire se superpose sur le spectre d'une étoile très froide (à température superficielle de 2000 à 3000 K), dont l'éclat dans le domaine U

est bien plus faible que dans le domaine B, alors que celui-ci à son tour est bien plus faible que l'éclat dans le domaine V. L'énergie totale émise pendant l'éruption est de 10^{30} à 10^{32} ergs. Puisque la luminosité de l'étoile à l'état calme est de l'ordre de 10^{29} erg/s, une éruption émet environ 0,1 à 1 % d'énergie émise par l'étoile dans les intervalles entre les éruptions.

Le caractère des phénomènes observés pendant les éruptions d'une étoile du type UV Baleine s'accorde *grosso modo* avec les idées que pendant l'éruption le rayonnement du gaz chaud s'ajoute à l'émission de l'étoile. En faveur d'une telle idée témoigne, en particulier, la présence dans le spectre d'une discontinuité de Balmer d'origine de recombinaison. Cependant, lorsque l'éclat atteint le maximum, le rayonnement peut comporter également une certaine composante non thermique.

L'analyse théorique des éruptions supposait d'abord qu'elles se produisent dans la chromosphère, la région de l'éruption étant transparente au rayonnement dans le spectre continu et opaque au rayonnement dans les raies. Or, on parvient à accorder les résultats du calcul pour ce cas (pour $T_e \approx 25\,000$ K et $n_e \approx 10^{13}$ cm^{-3}) des caractéristiques optiques du gaz émetteur avec les données d'observation seulement pour une petite partie des éruptions. D'autant plus, le volume de la région des éruptions s'avère extrêmement grand.

On a été donc poussé à admettre que l'éruption se produit dans les couches plus profondes de l'étoile, dans la région transitoire entre la chromosphère et la photosphère (où $n_e \approx 10^{15}$ à 10^{17} cm^{-3}). Dans de telles conditions le rayonnement du gaz présente deux particularités notables: 1) aux basses températures (inférieures à 10 000 K), au rayonnement d'un atome d'hydrogène s'ajoute le rayonnement de son ion négatif; 2) aux températures plus élevées le gaz devient partiellement opaque dans le spectre continu (du fait que la population des niveaux croît rapidement avec l'augmentation de la température). Les calculs montrent que dans le cas considéré la théorie rend possible l'interprétation des caractéristiques observées principales des éruptions: l'indice $U - B$, $B - V$, les discontinuités de Balmer, etc. De plus, l'épaisseur géométrique de la couche émettrice s'avère de l'ordre de 10 à 100 km, et sa surface pour la plupart des éruptions ne dépasse pas 1 % de la surface du disque stellaire.

En recherchant les causes des éruptions on a attiré l'attention sur le fait que sous de nombreux rapports elles sont analogues aux éruptions solaires, bien qu'elles se produisent à des échelles sensiblement plus grandes. Or, l'étude des éruptions solaires montre que le sursaut dans le domaine visible du spectre est un phénomène secondaire. Il est précédé d'une libération brève de grandes quantités d'énergie (appelée par convention « explosion ») susceptible de produire des flux de particules rapides, des rayons X et ultraviolets. En pénétrant en profondeur dans l'atmosphère ces flux chauffent le

gaz et déclenchent le sursaut dans le domaine optique du spectre. On peut supposer qu'une éruption stellaire évolue de la même façon. Ceci est confirmé par les observations simultanées des sursauts X et optiques dans les étoiles.

Dans le cas des éruptions solaires on peut probablement admettre que l'« explosion » est déclenchée par l'énergie magnétique. Par analogie, on croît que de telles « explosions » ont lieu également lors des éruptions stellaires, les champs magnétiques des étoiles devant être plus puissants que ceux du Soleil.

Les idées de V. Ambartsoumian, qui considère que la cause des éruptions stellaires est l'éjection et la désintégration de la matière préstellaire, ont été déjà exposées (plus en détail voir [4] et [6]).

L'étude des étoiles éruptives dans les groupes stellaires (amas et associations) présente un grand intérêt pour élucider les voies de l'évolution stellaire. Des observations de ces étoiles ont été poursuivies dans les observatoires de Burakan (U.R.S.S.), de Tonantzintla (Mexique), etc. Le physicien mexicain G. Haro a montré qu'au cours de leur évolution les étoiles passent du stade de T Taureau (l'âge inférieur à 10^7 années) au stade des étoiles éruptives dont l'âge est de l'ordre de 10^8 ans.

V. Ambartsoumian et ses collaborateurs ont entrepris une exploration approfondie des étoiles éruptives des Pléiades. Voici quelques mots sur le traitement statistique qu'ils ont effectué à partir des données d'observation [7].

Admettons que la fréquence des éruptions (c'est-à-dire leur nombre moyen par unité de temps) pour toutes les étoiles du groupe est la même et que la répartition des éruptions dans le temps est aléatoire. Alors, d'après la loi de Poisson, la probabilité que pendant le temps d'observation l'étoile subira k éruptions est

$$p_k = e^{-\nu t} \frac{(\nu t)^k}{k!}, \qquad (28.42)$$

où ν est la fréquence des éruptions. Si N est le nombre total d'étoiles du groupe subissant l'éruption, l'espérance mathématique du nombre d'étoiles ayant subi k éruptions est:

$$n_k = N p_k. \qquad (28.43)$$

En posant dans la formule (28.42) successivement $k = 0, 1, 2,$ et en utilisant (28.43), on obtient:

$$n_0 = \frac{n_1^2}{2n_2}. \qquad (28.44)$$

Admettons approximativement que n_k est le nombre d'étoiles observé ayant subi k éruptions. Alors, si l'on connaît d'après les observations les nombres n_1 et n_2 d'étoiles qui ont subi respectivement une et deux éruptions, la formule (28.44) permet d'établir le

nombre d'étoiles n_0 qui n'ont subi aucune éruption au cours des observations. En ajoutant au nombre n_0 le nombre global d'étoiles qui ont subi des éruptions pendant le temps t, on obtient le nombre total d'étoiles éruptives du groupe.

Nous avons déjà dit qu'en déduisant la formule (28.44) nous avons supposé que toutes les étoiles subissent des éruptions avec la même fréquence. Mais si pour des étoiles différentes ces fréquences sont différentes, la formule ne donne que la limite inférieure du nombre n_0. Dans le cas d'une fréquence des éruptions différente, on peut montrer qu'en général, la quantité n_0 est vérifiée par les inégalités

$$\frac{n_1^2}{n_2} \geqslant n_0 \geqslant \frac{n_1^2}{2n_2}. \tag{28.45}$$

L'application des formules citées aux Pléiades a conduit à la conclusion qu'elles comptent environ 1000 étoiles éruptives. Ce nombre est probablement proche du nombre total d'étoiles de ce groupe. Toutefois, il ne faut pas croire que toutes les étoiles de l'amas sont éruptives. Comme on l'a établi par une analyse minutieuse la part des étoiles éruptives augmente lorsqu'on passe à des étoiles plus faibles. Autrement dit, l'activité éruptive des étoiles à luminosité plus forte diminue plus tôt (si l'on admet que toutes les étoiles de l'amas ont le même âge). Pour la cosmogonie stellaire cette conclusion présente un intérêt considérable.

§ 29. Novae

1. Données d'observation. La découverte de chaque nova brillante est un événement important dans l'astronomie, et d'habitude son étude est poursuivie intensément par de nombreux observatoires. Les données d'observation sur les novae sont donc très riches. Nous n'indiquerons ici que certaines d'entre elles, tous détails peuvent être trouvés dans des monographies spéciales (voir [2] et [3]).

Avant tout on s'efforce d'établir la courbe de lumière pour la nova. Ces courbes sont très diverses pour des étoiles différentes. Mais leur trait commun est l'augmentation extrêmement rapide de l'éclat et sa décroissance très lente, souvent accompagnée de fortes fluctuations. Une nova s'« allume » ordinairement pendant quelques jours, tandis que son « extinction » dure quelques années. Finalement, l'étoile retrouve un éclat différant peu de celui qu'elle avait avant l'explosion. La figure 37 donne à titre d'exemple la courbe de lumière d'une nova typique.

A l'époque du maximum d'éclat les novae sont les objets les plus brillants de la Galaxie (à l'exception des supernovae). En moyenne leurs magnitudes absolues sont égales au maximum à -7^m. A leur état « normal », c'est-à-dire avant l'explosion et plusieurs années

après, les magnitudes absolues des novae sont d'environ $+5^m$ (avec une dispersion assez grande). Par conséquent, l'amplitude moyenne des variations de l'éclat est de 12^m. Le Tableau 46 fournit certains renseignements sur les novae les mieux étudiées.

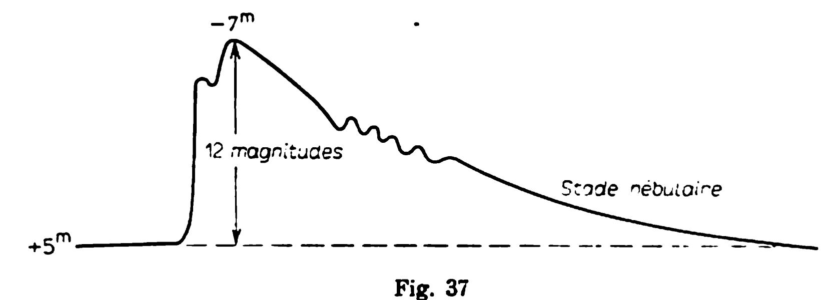


Fig. 37

La variation de l'éclat des novae détermine des modifications très fortes de leurs spectres. Cependant, nous ne connaissons dans aucun cas toute l'histoire spectroscopique d'une nova du fait de l'absence de données sur les spectres avant et au début de l'explo-

Tableau 46

Certaines caractéristiques des novae

Etoile	Amplitude de la variation de l'éclat	Magnitude absolue au maximum	Distance en parsecs	Décalage des raies d'absorption, km/s
Nova Cocher 1891	9^m	−5,3	800	—
Nova Persée 1901	13,3	−8,4	480	800
Nova Aigle 1918	11,9	−9,3	430	1250
Nova Cygne 1920	14,2	−8,9	1470	380
Nova Chevalet du Peintre 1925	11,5	−7,3	500	64
Nova Hercule 1934	12,6	−5,5	230	180
Nova Lézard 1936	13,2	−8,6	1350	600
Nova Proue 1942	17	−8,5	500	—

sion. Il n'y a qu'un seul spectrogramme fortuit, pris au prisme-objectif, sur lequel est enregistré le spectre de la Nova Aigle 1918 avant l'explosion, ce spectre appartenant à une classe première (probablement à la classe O). Ordinairement les premiers spectrogrammes des novae s'obtiennent peu avant le maximum d'éclat. Ils montrent qu'à cette époque les spectres des novae peuvent être rangés dans les classes A ou F. Le trait caractéristique des spectres est un fort décalage de toutes les raies vers le violet. Exprimé en vitesses ce dé-

placement atteint d'habitude quelques centaines de kilomètres par seconde. Le décalage des raies du spectre prémaximal des novae est donné par la dernière colonne du Tableau 46.

Dès que l'étoile acquiert l'éclat maximal. de larges raies d'émission apparaissent dans son spectre. Elles sont à peu près symétriques par rapport à la fréquence centrale et délimitées du côté violet par des raies d'absorption. Les raies d'absorption du nouveau spectre, ordinairement dit *principal*, se déplacent du côté violet d'une valeur plus grande que les raies du spectre prémaximal. Dans le spectre on observe parfois plusieurs systèmes de raies d'absorption avec différents décalages. Initialement les raies brillantes appartiennent aux atomes à potentiels d'ionisation peu élevés (surtout à l'hydrogène et aux métaux ionisés), puis apparaissent les raies des atomes à ionisation élevée (par exemple, He II, N IV, O V). Ces variations du spectre de raies brillantes s'accompagnent de l'atténuation progressive du spectre continu et des raies d'absorption.

Quelques mois après l'explosion dans le spectre d'une nova on découvre des raies interdites brillantes, caractéristiques des spectres des nébuleuses gazeuses (y compris les raies N_1 et N_2 du « nébulium »). Avec l'apparition de ces raies la nova entre dans le stade « nébulaire » de son évolution lequel se poursuit pendant de nombreuses années. Le spectre nébulaire disparaît progressivement et l'étoile reprend son éclat initial. A cette époque elle a un spectre de la classe O, comportant parfois de faibles raies d'émission.

Sur les photographies d'une nova faites quelques années après l'explosion on voit une nébuleuse entourant l'étoile. La nébuleuse est en expansion à une vitesse énorme, puis se dissipe dans l'espace. L'existence de telles nébuleuses prouve sans aucun doute que lors de l'explosion d'une nova ses couches externes se détachent de l'étoile. Nous montrerons dans ce qui suit que les variations de l'éclat et du spectre d'une nova s'expliquent par l'expansion progressive de l'enveloppe éjectée.

Les données d'observation concernent les novae typiques. Mais des explosions analogues sont subies par certaines autres étoiles. Parmi celles-ci, les plus proches des novae typiques sont les novae récurrentes. A la différence des novae typiques qui pendant tout le temps d'observation n'ont subi qu'une explosion, les novae récurrentes en subissent plusieurs fois. L'explosion d'une nova récurrente s'accompagne à peu près des mêmes phénomènes que celle d'une nova typique, mais leur échelle est plus faible. La liste des novae récurrentes connues de nos jours est donnée dans le Tableau 47.

Aux novae récurrentes se rapportent à leur tour ce qu'on appelle les *novoïdes*. D'après la variation de l'éclat et du spectre elles rappellent également les novae. Cependant, les novoïdes se distinguent des novae récurrentes non seulement par la plus petite échelle des phénomènes caractéristiques des explosions, mais encore par une moin-

Tableau 47

Novae récurrentes

Etoile	Années d'explosion	Limites de la variabilité de la magnitude
N Orion	1677, 1750, 1892	6^m-11^m
T Compas	1890, 1902, 1920, 1941	6-14
U Scorpion	1863, 1906, 1935	9->17
RS Ophiuchus	1898, 1933	4-12
T Couronne	1866, 1946	2-11
N Flèche	1913, 1946	7-15
N Sagittaire	1901?, 1919	<7-14

dre netteté. Parmi les novoïdes on distingue les groupes d'étoiles du type U Gémeaux, Z Andromède, etc.

La ressemblance extérieure entre les novae récurrentes et typiques permet de supposer que les novae typiques subissent de nombreuses explosions, mais que les intervalles entre celles-ci dépassent la période d'observation. Une telle supposition est confirmée par deux résultats statistiques. Le premier d'entre eux, obtenu pour la première fois par B. Koukarkin et P. Parénago, associe les intervalles de temps entre les explosions aux amplitudes de variation d'éclat des novoïdes et des novae récurrentes. Il s'avère que plus la première de ces quantités est importante, plus en moyenne la deuxième est grande. En extrapolant cette relation aux novae typiques ces auteurs ont trouvé que dans ce cas l'intervalle de temps entre les explosions doit être de quelques milliers d'années.

L'autre résultat statistique mentionné concerne le calcul du nombre d'explosions. Chaque année on observe dans la Galaxie une ou deux explosions des novae. Puisque ces étoiles ne se situent que dans le voisinage immédiat du Soleil, le nombre total de leurs explosions dans la Galaxie doit probablement atteindre environ 100 par an. Pendant toute l'existence de la Galaxie évaluée à 10^{10} années, il a dû se produire à peu près 10^{12} explosions. Mais le nombre total des étoiles dans la Galaxie est approximativement de 10^{11}. Par conséquent, chaque étoile a dû subir une explosion 10 fois en moyenne. D'autre part, nous savons avec certitude qu'en $2 \cdot 10^9$ années le Soleil n'a pas subi de telle catastrophe, puisqu'elle aurait abouti à la fusion de la croûte terrestre, ce qui n'a pas eu lieu pendant ladite période. On peut admettre également que les étoiles analogues au Soleil n'ont pas non plus subi d'explosions pendant une période de temps du même ordre. Ceci augmente le nombre d'explosions revenant à chaque étoile restante. On peut donc penser qu'il existe une classe spéciale d'étoiles dont chacune subit une explosion sous la forme d'une nova de très nombreuses fois.

2. Explication de l'explosion. Nous avons dit que lors de l'explosion d'une nova une enveloppe se détache d'elle pour se dilater à une grande vitesse. On montre sans peine que l'expansion de l'enveloppe doit conduire aux modifications observées de l'éclat et du spectre de la nova.

Supposons qu'à l'instant de l'explosion l'enveloppe éjectée de l'étoile soit d'une épaisseur optique qui est bien plus grande que l'unité dans le spectre continu. Avec l'expansion de l'enveloppe son épaisseur optique décroît. Cependant, tant qu'elle n'aura pas atteint l'ordre de l'unité, l'enveloppe servira non seulement de couche renversante, mais aussi de photosphère. Dans ce cas l'expansion de l'enveloppe fait croître l'éclat de l'étoile, alors que du fait du rapprochement de l'observateur de la partie de l'enveloppe tournée vers lui les raies d'absorption se déplacent du côté violet du spectre. Un tel spectre est notamment observé dans la période de croissance d'éclat d'une nova.

A l'instant où le maximum est atteint, l'épaisseur optique de l'enveloppe dans le spectre continu devient de l'ordre de l'unité. A ce moment le rayonnement immédiat de l'étoile commence à atteindre les couches extérieures de l'enveloppe, et dans le spectre de cette dernière apparaissent des raies brillantes. Leur origine est la même que dans le cas des nébuleuses gazeuses, c'est la fluorescence. Par ailleurs, les raies brillantes peuvent être produites par les collisions entre l'enveloppe et la matière précipitée sur elle, suite à son éjection par l'étoile après l'arrachement de l'enveloppe.

Le rayonnement dans les raies atteint l'observateur non seulement depuis la partie de l'enveloppe qui s'approche de lui, mais aussi depuis celle qui s'éloigne de lui. Ce rayonnement n'est pas absorbé par l'enveloppe par suite de l'effet Doppler. De ce fait la largeur des raies brillantes correspond à une double vitesse d'expansion de l'enveloppe. La raie d'absorption apparaissant dans la partie de l'enveloppe qui s'approche de l'observateur et qui sert d'un écran par rapport à l'étoile, se situe du côté violet de la raie brillante. L'apparition des raies spectrales dans les enveloppes en expansion des novae est schématisée à la figure 38.

Après le maximum d'éclat, l'épaisseur optique de l'enveloppe dans les raies spectrales diminue à mesure que celle-ci poursuit son expansion. Il en résulte que les composantes sombres des raies brillantes s'affaiblissent, puis disparaissent. A une certaine étape, dans l'enveloppe commencent à se réaliser les conditions nécessaires pour l'apparition des raies interdites, c'est-à-dire que la densité du rayonnement et la densité de la matière deviennent assez petites. Le stade « nébulaire » qui s amorce avec l'apparition des raies interdites, dure assez longtemps jusqu'à ce que l'éclat de l'enveloppe en expansion, dû surtout au rayonnement dans les raies d'émission, ne devienne plus faible que celui de l'étoile elle-même. Le spectre de

l'étoile qui correspond à cette époque au type WR, démontre que l'étoile continue encore à éjecter de la matière. Lorsque ce processus prend fin, l'étoile acquiert un spectre de la classe O sans raies d'émission.

Cette explication des explosions des novae permet d'établir des méthodes fort simples pour la détermination de leurs parallaxes.

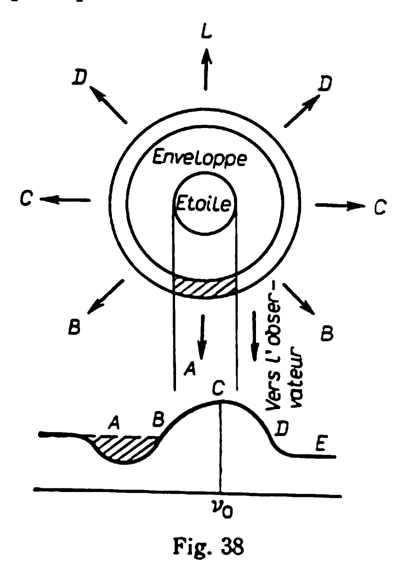


Fig. 38

Ces méthodes présentent un grand intérêt du fait que les parallaxes trigonométriques des novae sont très incertaines par suite de leur petitesse.

L'une de ces méthodes est fondée sur la comparaison entre les décalages des raies d'absorption et la vitesse de croissance de l'éclat avant le maximum. Pour deux instants t_1 et t_2 on peut établir par observation les magnitudes apparentes m_1 et m_2 et les températures T_1 et T_2 d'après la classe spectrale. En utilisant la formule connue associant la magnitude absolue de l'étoile M à sa température T et à son rayon R

$$M = \frac{29\,500}{T} - 5 \lg R - 0{,}08, \qquad (29.1)$$

ainsi que le fait que la différence des magnitudes apparentes d'une étoile est égale à celle de ses magnitudes absolues, c'est-à-dire que $m_2 - m_1 = M_2 - M_1$, on obtient la formule suivante qui détermine le rapport des rayons de l'étoile aux instants t_1 et t_2:

$$\lg \frac{R_2}{R_1} = \frac{5900}{T_2} - \frac{5900}{T_1} - \frac{m_2 - m_1}{5}. \qquad (29.2)$$

D'autre part, pour la différence des rayons aux instants t_1 et t_2 on a

$$R_2 - R_1 = v\,(t_2 - t_1), \tag{29.3}$$

où v est la vitesse de l'expansion de la photosphère établie d'après le décalage des raies d'absorption. Chacune des quantités R_1 et R_2 se calcule séparément d'après les relations (29.2) et (29.3). Ceci permet d'obtenir d'après la relation (29.1) la magnitude absolue, puis, en comparant celle-ci avec la magnitude apparente, la parallaxe de la nova.

Une autre méthode de détermination de la parallaxe d'une nova est fondée sur la mesure de la vitesse d'expansion de son enveloppe. Cette vitesse peut être mesurée d'un côté d'après la largeur des raies brillantes dans le spectre en étant exprimée en kilomètres par seconde et de l'autre, d'après l'expansion observée de l'enveloppe nébulaire en étant exprimée en mesures angulaires. Ce mode est plus précis que le précédent. Les distances et les magnitudes absolues au maximum, données dans le Tableau 46 pour plusieurs novae, sont calculées justement par cette méthode.

Une méthode très intéressante a été appliquée pour établir la parallaxe de la Nova Persée 1901. La nébuleuse observée autour de la nova était en expansion si rapide qu'on ne pouvait en aucun cas la prendre pour une enveloppe éjectée par explosion. On a donc émis l'hypothèse que la Nova Persée 1901 a explosé à l'intérieur d'une nébuleuse de poussière et a créé autour d'elle une région éclairée en expansion à la vitesse de la lumière. Cette hypothèse a été confirmée par le spectre de la nébuleuse obtenu une année et demie après l'explosion, lequel s'est avéré être le même que le spectre de l'étoile à l'époque du maximum d'éclat.

La parallaxe de la Nova Persée 1901 a été déterminée par la deuxième des méthodes décrites, compte tenu de l'« expansion » de la région éclairée, qui progressait à la vitesse de la lumière, c'est-à-dire à 300 000 km/s. Par la suite, autour de la Nova Persée on a découvert une nouvelle nébuleuse qui était en expansion bien plus lente que la première. C'était déjà une « vraie » enveloppe éjectée de l'étoile par l'explosion.

3. Première période de l'explosion. En passant à l'interprétation plus détaillée du spectre d'une nova, considérons d'abord la période depuis le début de l'explosion jusqu'au maximum de l'éclat. A cette époque la nova possède un spectre continu à raies d'absorption décalées du côté violet de leur position normale. On peut essayer de résoudre certaines questions relatives aux explosions d'après le profil des raies. A cet effet il faut évidemment d'abord déterminer théoriquement les profils des raies d'absorption apparaissant dans l'atmosphère en expansion tout en tenant compte de la grande éten-

due de l'atmosphère, c'est-à-dire de la lente chute de la densité le long du rayon.

Admettons pour simplifier que les parties externes de l'étoile se composent de la « photosphère » et de l'« atmosphère », c'est-à-dire adoptons le modèle de Schwarzschild-Schuster. Désignons par $I(\vartheta)$ l'intensité du rayonnement émis par la photosphère et se propageant vers l'observateur à une distance angulaire ϑ au centre du disque (dans les limites de la raie cette quantité peut être considérée comme indépendante de la fréquence). L'intensité du rayonnement issu de l'atmosphère sur la fréquence ν à l'intérieur de la raie à la même distance angulaire au centre du disque sera notée $I_\nu(\vartheta)$. Si l'on tient compte approximativement de l'absorption vraie dans la raie, on a

$$I_\nu(\vartheta) = I(\vartheta)\, e^{-\tau_\nu(\vartheta)}, \tag{29.4}$$

où $\tau_\nu(\vartheta)$ est le chemin optique du rayon dans l'atmosphère.

Soit $n(r)$ la concentration des atomes absorbants à la distance r au centre de l'étoile et $k(\nu - \nu_0)$, le coefficient d'absorption par atome. Au lieu de la fréquence centrale de la raie ν_0, nous devons dans notre cas écrire la fréquence $\nu_0 + \nu_0 \frac{v(r)}{c} \cos\vartheta'$, où $v(r)$ est la vitesse d'expansion de l'atmosphère et ϑ' l'angle entre la direction du rayonnement et le rayon vecteur. On obtient donc pour la quantité $\tau_\nu(\vartheta)$

$$\tau_\nu(\vartheta) = \int_{r_0}^{\infty} n(r)\, k\left[\nu - \nu_0 - \nu_0 \frac{v(r)}{c} \cos\vartheta'\right] \sec\vartheta'\, dr, \tag{29.5}$$

où r_0 est le rayon de la photosphère.

Admettons à titre d'exemple que

$$v = \text{const} \quad \text{et} \quad n = n_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2. \tag{29.6}$$

Alors

$$\tau_\nu(\vartheta) = N r_0 \int_{r_0}^{\infty} k\left(\nu - \nu_0 - \nu_0 \frac{v}{c} \cos\vartheta'\right) \sec\vartheta' \frac{dr}{r^2}, \tag{29.7}$$

où par N on a désigné le nombre d'atomes absorbants dans une colonne de 1 cm^2 de section au-dessus de la photosphère, c'est-à-dire:

$$N = \int_{r_0}^{\infty} n(r)\, dr = n_0 r_0. \tag{29.8}$$

Dans la formule (29.7) passons de la variable d'intégration r à la nouvelle variable d'intégration ϑ' à l'aide de $r_0 \sin \vartheta = r \sin \vartheta'$. On obtient ainsi

$$\tau_\nu(\vartheta) = \frac{N}{\sin \vartheta} \int_0^{\vartheta} k\left(\nu - \nu_0 - \nu_0 \frac{v}{c} \cos \vartheta'\right) d\vartheta'. \tag{29.9}$$

Pour trouver le profil de la raie d'absorption dans le spectre de toute l'étoile il faut déterminer le flux de rayonnement H_ν. En utilisant les formules (29.4) et (29.9), il vient

$$H_\nu = 2\pi \int_0^{\pi/2} I(\vartheta)\, e^{-\frac{N}{\sin \vartheta} \int_0^{\vartheta} k\left(\nu - \nu_0 - \nu_0 \frac{v}{c} \cos \vartheta'\right) d\vartheta'} \times$$
$$\times \cos \vartheta \sin \vartheta \, d\vartheta. \tag{29.10}$$

Le flux de rayonnement dans le spectre continu au voisinage de la raie vaut évidemment

$$H = 2\pi \int_0^{\pi/2} I(\vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta \, d\vartheta. \tag{29.11}$$

D'après les formules (29.10) et (29.11) on peut calculer la quantité $r_\nu = H_\nu/H$. caractéristique du profil de la raie.

Les profils des raies d'absorption calculés d'après les formules utilisées ressemblent beaucoup aux profils des raies dans les spectres des novae. La comparaison des profils théoriques et observés rend possible la détermination de la vitesse d'expansion de l'atmosphère v.

Après avoir trouvé la quantité r_ν nous pouvons également calculer la largeur équivalente de la raie W, en utilisant à cet effet la formule (12.1). Dans notre cas la quantité W dépend non seulement du nombre d'atomes absorbants N, mais encore de la vitesse d'expansion v. Nous obtenons donc une famille de « courbes de croissance » qui traduisent la dépendance entre W et N pour différentes valeurs du paramètre v. La figure 39 donne à titre d'exemple les courbes de croissance construites par M. Arakelian à l'aide des formules mentionnées pour certaines valeurs de la relation entre la vitesse d'expansion v et la vitesse thermique moyenne des atomes u. De plus, le coefficient d'absorption a été ici calculé d'après la formule (8.18) pour $a = 0{,}01$. D'après les valeurs observées de W et v on peut établir le nombre d'atomes absorbants N à l'aide de la courbe de croissance correspondante. De telles procédures permettent de parvenir à une conclusion sur la composition chimique de

l'atmosphère. Il faut noter que dans le cas considéré l'utilisation de la courbe de croissance ordinaire (établie au § 12 pour les atmosphères fixes) conduit à de graves erreurs dans la composition chimique.

Il s'ensuit des observations que dans les spectres prémaximaux de plusieurs novae le décalage des raies d'absorption a diminué avec le temps. On a essayé d'abord d'expliquer cet effet par le freinage de l'enveloppe sous l'action de l'attraction exercée par l'étoile.

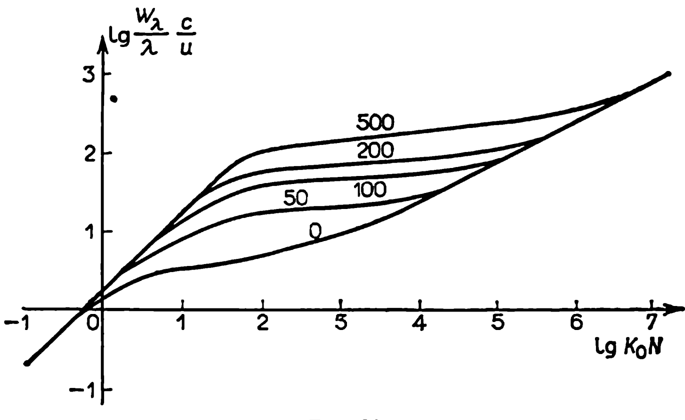


Fig. 39

Pour les masses des novae on a alors obtenu des valeurs extrêmement grandes, de l'ordre de centaines et de milliers de masses du Soleil. Mais par la suite on a établi que les masses des novae sont du même ordre que celles des autres étoiles. Il a donc fallu rejeter l'explication précédente. Il se peut qu'en réalité la diminution du décalage des raies d'absorption dans les spectres des novae soit due non pas à la variation de la vitesse de l'enveloppe, mais au changement du niveau efficace de la matière absorbante dans l'enveloppe, où la vitesse dépend de la distance au centre de l'étoile. Si les couches externes de l'enveloppe se dilatent à une vitesse plus grande que les couches internes, alors au fur et à mesure de la dispersion des couches externes le niveau efficace de la matière absorbante s'approche de la limite intérieure et le décalage des raies d'absorption diminue. Il convient de noter que dans l'interprétation de la variation du décalage des raies d'absorption il faut tenir compte des phénomènes de cette série.

Dès l'instant du maximum d'éclat les spectres des novae deviennent très complexes et leur interprétation théorique présente de grandes difficultés. Probablement l'éjection de la matière depuis l'étoile, qui s'amorce après l'éjection de l'enveloppe, joue un grand

rôle dans la création de tels spectres. Ce processus conduit à la formation autour de l'étoile d'une atmosphère étendue qui absorbe le rayonnement ultraviolet et le transforme en quanta de plus basses fréquences. Il faut admettre qu'une atmosphère étendue possède à cette époque une épaisseur optique assez grande dans le spectre continu du fait que ses spectres d'absorption et d'émission sont caractéristiques des étoiles des classes assez avancées (*spectre* dit *de diffusion d'étincelles*). A en juger d'après le décalage des raies d'absorption (ou d'après la largeur des raies d'émission) la vitesse de l'écoulement de la matière à partir de l'étoile est supérieure à la vitesse du mouvement de l'enveloppe. La matière éjectée rattrape donc l'enveloppe et les collisions font apparaître dans son spectre des raies d'émission. Par ailleurs, en s'ajoutant à l'enveloppe la matière éjectée augmente sa vitesse (à ce propos, voir § 30), ce qui augmente le décalage des raies d'absorption enregistré par les observations. Il faut également admettre que l'arrachement d'une enveloppe principale de l'étoile est dans certains cas suivi par l'arrachement des enveloppes supplémentaires. Telle peut être l'explication des maximaux secondaires de la branche décroissante de la courbe de lumière d'une nova, ainsi que de l'apparition des systèmes supplémentaires de raies d'absorption dans son spectre.

Avec le temps la puissance de l'éjection de la matière diminue et l'atmosphère étendue devient plus transparente à l'ultraviolet de l'étoile. Par la suite la luminosité de l'enveloppe est maintenue surtout par ce rayonnement. Cependant, d'abord le type de cette luminosité est plus complexe que dans les nébuleuses, l'enveloppe étant opaque au rayonnement dans les raies. Dans le cas donné les intensités des raies d'émission doivent donc être calculées sur la base de la théorie exposée au § 28. De tels calculs accordent le décrément de Balmer théorique et observé.

Il est intéressant de noter que quelques mois après le début de l'explosion les spectres de certaines novae présentent à l'observation un décrément de Balmer tout à fait inhabituel. Ainsi, dans le spectre de la Nova Lézard 1936 la raie H_α étant 5 à 6 fois plus brillante que la raie H_β, et dans le spectre de RS Ophiuchus 1933, 10 à 12 fois plus brillante. Ce phénomène s'explique par le fait que dans la période considérée l'enveloppe était opaque au rayonnement dans les raies des séries de Balmer et de Lyman, et transparente au rayonnement dans les raies des autres séries. La résolution des équations (28.18) pour le cas considéré conduit précisément à des valeurs aussi grandes du rapport des intensités des raies H_α et H_β. A mesure que l'enveloppe se dilate, elle devient transparente au rayonnement dans les raies de toutes les séries, sauf celle de Lyman, et le décrément de Balmer dans le spectre d'une nova est le même que celui d'une nébuleuse gazeuse.

4. Stade nébulaire. Le stade nébulaire de l'évolution d'une

nova commence avec l'apparition des raies interdites dans son spectre. Dès ce moment les conditions dans l'enveloppe ressemblent aux conditions dans les nébuleuses gazeuses, et par suite les enveloppes peuvent être étudiées d'après les méthodes décrites au Chapitre V. En particulier, à l'aide des méthodes de Zanstra on peut déterminer les températures des novae qui s'avèrent très élevées, de l'ordre de 50 000 K. D'après la brillance de l'enveloppe dans les raies de divers atomes on peut trouver la concentration de ces atomes dans l'enveloppe, sa température électronique, sa masse, etc. Ici nous ne nous attarderons pas sur toutes ces questions, mais n'en envisagerons que certaines d'entre elles.

Nous avons établi au § 25 que pour que des raies interdites apparaissent dans le spectre d'un objet quelconque, il faut que la densité de rayonnement et la densité de matière dans cet objet soient assez faibles. On peut montrer que dans les enveloppes des novae la première de ces conditions (relative à la densité de rayonnement) est remplie avant la deuxième. Par conséquent, dans le spectre d'une nova les raies interdites apparaissent lorsque la densité de matière dans l'enveloppe est telle que le nombre de transitions spontanées dans ces raies devient comparable au nombre de chocs de deuxième espèce. Autrement dit, à cet instant on vérifie l'équation

$$A_{21} \approx n_e \sigma_{21} v, \tag{29.12}$$

où A_{21} est le coefficient d'Einstein de la transition spontanée dans la raie interdite; n_e, la concentration des électrons libres dans l'enveloppe; σ_{21}, la section efficace soumise aux chocs de deuxième espèce; v, la vitesse moyenne d'un électron libre.

Si pour la raie interdite donnée les quantités A_{21} et σ_{21} sont connues, en utilisant la formule (29.12) on peut trouver la concentration des électrons libres n_e dans l'enveloppe pour l'instant lorsque cette raie apparaît dans le spectre de la nova [jusqu'à cet instant la quantité n_e est plus grande que la valeur donnée par la formule (29.12), et après elle est plus petite]. D'autre part, d'après la vitesse d'expansion de l'enveloppe et l'intervalle de temps depuis l'explosion, on peut évaluer pour le même instant le volume de l'enveloppe V. Ceci rend possible le calcul de la masse de l'enveloppe d'après la formule

$$M = m_{\mathrm{H}} V n_e \tag{29.13}$$

(du fait que le nombre d'électrons libres est égal au nombre de protons, et l'hydrogène se trouve dans l'enveloppe avant tout à l'état ionisé).

La masse de l'enveloppe d'une nova peut être également établie par le procédé qui a été appliqué pour déterminer les masses des nébuleuses gazeuses. Cette méthode est fondée sur l'utilisation de la

brillance de l'enveloppe dans les raies d'hydrogène, produites, comme nous le savons, par photo-ionisations et recombinaisons ultérieures. Au § 24, en recourant aux expressions théoriques des intensités des raies de Balmer, on a obtenu pour la masse de l'enveloppe la formule suivante:

$$M = C\sqrt{LV}, \tag{29.14}$$

où L est la luminosité de l'enveloppe dans le domaine visible du spectre, et C, une certaine constante.

L'application des méthodes exposées à la détermination des masses des enveloppes des novae conduit à des valeurs de l'ordre de 10^{28} à 10^{29} g. Autrement dit, à chaque explosion d'une nova, la masse éjectée est de l'ordre de 10^{-5} à 10^{-4} masse solaire.

Au stade nébulaire d'une nova on peut également déterminer sans peine la température électronique de l'enveloppe. La méthode la plus simple est d'utiliser à cet effet la relation observée des intensités des raies $N_1 + N_2$ et λ 4363 Å, appartenant à l'oxygène ionisé deux fois. Dans les spectres des novae les raies interdites sont excitées par choc électronique; leurs intensités dépendent de la température électronique T_e et de la concentration électronique n_e. Cependant, lorsque la densité de l'enveloppe est si petite que les transitions spontanées sont bien plus fréquentes que les chocs de deuxième espèce, le rapport des intensités des raies citées ne dépend que de T_e, et comme on l'a montré au § 25, il est déterminé par la formule (25.22). Dans les spectres des novae, tout comme dans les spectres des nébuleuses gazeuses, les raies N_1 et N_2 sont d'habitude bien plus brillantes (environ 100 fois) que la raie λ 4363 Å. On obtient donc pour les températures électroniques des enveloppes des valeurs de l'ordre de 10 000 K.

Il convient toutefois de noter qu'au début du stade nébulaire les raies N_1 et N_2 s'avèrent plus faibles que la raie λ 4363 Å. Il en est ainsi du fait que dans l'apparition des raies interdites dans le spectre d'une nova le rôle des chocs de deuxième espèce est encore grand. Supposons, par exemple, que les chocs de deuxième espèce prédominent sur les transitions spontanées. Alors, les populations des niveaux énergétiques de l'atome sont déterminées par la formule de Boltzmann, et le rapport des intensités des raies considérées est donné par la formule (25.24). Cette formule montre que les raies N_1 et N_2 sont en effet plus faibles que la raie λ 4363 Å si seulement la température de l'enveloppe n'est pas basse.

Des renseignements intéressants sur les enveloppes des novae peuvent être fournis par l'étude des profils des raies d'émission dans leurs spectres. Au stade nébulaire une enveloppe est transparente au rayonnement dans les raies, et par suite l'analyse des profils des raies devient bien plus simple. Les vitesses de l'expansion des enve-

loppes étant bien plus grandes que la vitesse moyenne du mouvement thermique des atomes, les profils des raies d'émission sont déterminés surtout par le mouvement de l'enveloppe. Nous avons montré au § 28 que lorsqu'une enveloppe possède une symétrie sphérique et toutes ses couches se déplacent à la même vitesse, le profil d'une raie d'émission est rectangulaire. De tels profils des raies s'observent réellement dans plusieurs novae, ce qui témoigne de la sphéricité approximative de leurs enveloppes. Ordinairement, les raies d'émission dans les spectres des novae ont une structure compliquée. En particulier, dans certains cas (par exemple dans le spectre de la Nova Hercule 1934), les raies d'émission ont l'air de se dédoubler, c'est-à-dire ont une forme en selle. Nous savons déjà que de tels profils ne peuvent pas être expliqués par la dispersion des vitesses dans une enveloppe à symétrie sphérique. Il faut donc en conclure que les enveloppes de certaines novae ne possèdent pas de symétrie sphérique, c'est-à-dire que la matière est éjectée par l'étoile dans différentes directions avec des intensités différentes.

La conclusion mentionnée est confirmée par les photographies d'enveloppes des novae sur lesquelles on voit des caillots de matière isolés dans les enveloppes. De tels caillots ont été découverts d'abord dans l'enveloppe de Nova Chevalet du Peintre 1925, et on en a tiré l'hypothèse de la formation d'étoiles multiples par explosions des novae, laquelle ne s'est pas justifiée par la suite. Deux caillots brillants ont été observés également dans l'enveloppe de Nova Hercule 1934. Le mouvement de ces caillots à des vitesses radiales différentes explique le dédoublement des raies d'émission dans le spectre de la nova.

Pour l'interprétation des écarts de sphéricité des enveloppes des novae E. Mustel a émis l'hypothèse que les étoiles possèdent de forts champs magnétiques. Si, par exemple, on admet que le champ a la forme d'un dipôle, le gaz ionisé éjecté par l'étoile doit subir un freinage minimal dans le sens des pôles, où le gaz se déplace à peu près suivant les lignes de force. La quantité de matière éjectée dans les directions polaires doit donc être maximale.

On peut également penser que les écarts à la sphéricité des enveloppes des novae sont dus à ce que ces étoiles appartiennent à des systèmes binaires serrés. D'après V. Gorbatski, l'enveloppe éjectée par l'explosion interagit avec la matière qui s'écoule en permanence du système et se concentre dans le plan orbital. Cette interaction implique que l'enveloppe est freinée dans le plan orbital et est en expansion sans freinage perceptible dans la direction perpendiculaire.

5. Nova Hercule 1934. L'une des novae les mieux étudiées et présentant le plus d'intérêt est la Nova Hercule 1934. Il faut la ranger parmi les novae « particulières », les variations de son éclat et de son spectre différant notablement de celles de la plupart des novae.

La courbe de lumière de Nova Hercule 1934 est représentée sur la figure 40. L'éclat de l'étoile qui s'est accru d'abord de 14 à 15^m jusqu'à $1^m,3$ (22 décembre) a ensuite lentement diminué pendant trois mois et plus. Pendant ce temps le spectre appartenait à la classe F à raies d'émission H, Fe II, Ca II, etc. Au mois d'avril 1935 l'éclat de la nova a rapidement diminué jusqu'à $13^m,1$, puis s'est accru jusqu'à environ 7^m, après quoi il a de nouveau commencé à faiblir lentement. Après le minimum d'avril le spectre da la nova est devenu typique des nébuleuses gazeuses. Le renforcement des

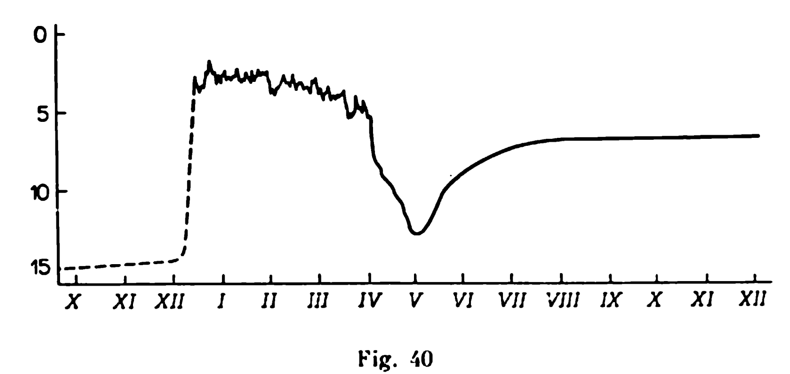


Fig. 40

intensités des raies de ce spectre a défini l'accroissement de l'éclat de la nova de sept magnitudes.

Voici l'explication des variations de l'éclat et du spectre de Nova Hercule 1934. Pendant les trois premiers mois après l'explosion, l'éjection de la matière par l'étoile était très puissante, elle a abouti à la formation d'une enveloppe très étendue. Mais durant cette période, les parties les plus extérieures de l'enveloppe n'étaient pas lumineuses du fait que le rayonnement ultraviolet de l'étoile ne les atteignait pas. L'ultraviolet était absorbé par les couches de l'enveloppe les plus proches de l'étoile qui le transformaient en rayonnement de fréquences plus basses dans le spectre continu, c'est-à-dire jouaient le rôle d'une photosphère étendue. En avril la puissance de l'éjection de la matière par l'étoile a subitement baissé, la photosphère étendue s'est dissipée et l'éclat de la nova dans le domaine visible du spectre a sensiblement diminué. Une étoile très chaude (à température jusqu'à 70 000 K) est apparue alors et sous l'action de son rayonnement ultraviolet a commencé la luminosité des parties raréfiées les plus extérieures de l'enveloppe, tout comme la luminosité des nébuleuses gazeuses, ce qui a fait croître de nouveau l'éclat de la nova dans le domaine visible du spectre. Ce processus d'accroissement de l'éclat s'est poursuivi jusqu'à ce que l'intensité des raies d'émission du spectre de

l'enveloppe soit devenue conforme au rayonnement ultraviolet de l'étoile. La lente atténuation ultérieure de l'éclat de la nova est liée à la dissipation progressive de l'enveloppe nébulaire.

L'étude de la luminosité de l'enveloppe de Nova Hercule présente un grand intérêt après le minimum d'avril. Il faut dire qu'en astrophysique théorique on suppose ordinairement que dans les enveloppes stellaires règne l'équilibre radiatif. Même lorsque les variations des conditions physiques dans les novae sont très rapides, on considère quand même que l'équilibre radiatif a le temps de s'établir. Autrement dit, l'évolution de l'enveloppe est imaginée comme le passage par des états d'équilibre successifs. Or, dans certains cas les enveloppes brillent en l'absence de l'équilibre radiatif. L'un des exemples les plus clairs d'une telle luminosité est fourni justement par l'enveloppe de Nova Hercule après le minimum d'avril. Nous avons déjà vu que même si les quanta de l'ultraviolet de l'étoile atteignaient l'enveloppe nébulaire pendant le minimum, celle-ci ne devenait pas encore lumineuse. Il est manifeste qu'à ce moment l'équilibre radiatif ne s'établissait pas. Par la suite le développement de l'enveloppe se déroulait dans le sens de l'établissement de cet équilibre. Ce processus peut être considéré comme achevé seulement lorsque l'éclat atteint son maximum secondaire.

Procédons à l'interprétation théorique de la luminosité de l'enveloppe de la Nova Hercule après le minimum d'avril. Pour simplifier considérons une enveloppe d'hydrogène de densité constante. Supposons que l'enveloppe possède une symétrie sphérique, de plus, que son épaisseur est sensiblement plus petite que sa distance à l'étoile ($r_2 - r_1 \ll r_1$).

Soient $n_1(r, t)$ et $n^+(r, t)$ respectivement le nombre d'atomes neutres et ionisés dans 1 cm³ à la distance r de l'étoile à l'instant t, et soit n le nombre total d'atomes d'hydrogène dans 1 cm³, de telle sorte que

$$n_1(r, t) + n^+(r, t) = n. \tag{29.15}$$

A l'instant initial, pour lequel nous adopterons l'instant de l'augmentation subite de la température de l'étoile, tous les atomes de l'enveloppe ne sont pas ionisés, c'est-à-dire que $n_1(r, 0) = n$ et $n^+(r, 0) = 0$.

Par la suite les atomes subissent l'ionisation avec absorption des quanta émis par l'étoile au-delà de la limite de la série de Lyman. Désignons par H le nombre de ces quanta frappant 1 cm³ de la limite intérieure de l'enveloppe en 1 s. Si on désigne par k le coefficient d'absorption par atome, le nombre total d'ionisations en 1 s dans 1 cm³ à la distance r de l'étoile à l'instant t est:

$$n_1(r, t)\, k H e^{-\tau(r, t)},$$

où $\tau(r, t)$ est la distance optique du point donné à la limite intérieure de l'enveloppe, c'est-à-dire

$$\tau(r, t) = \int_{r_1}^{r} n_1(r, t)\, k\, dr. \qquad (29.16)$$

L'ionisation dans l'enveloppe s'accompagne également de processus inverses, c'est-à-dire des recombinaisons. Le nombre de recombinaisons vers l'i-ième niveau en 1 s dans 1 cm³ à la distance r de l'étoile à l'instant t est égal à

$$n_e(r, t)\, n^+(r, t)\, C_i(T_e),$$

où $n_e(r, t)$ est le nombre d'électrons libres dans 1 cm³.

En chaque point de l'enveloppe la variation du nombre d'ions est égale à la différence entre le nombre d'ionisations et le nombre de recombinaisons. On a donc

$$\frac{\partial n^+}{\partial t} = n_1 k H e^{-\tau} - n_e n^+ \sum_{i=2}^{\infty} C_i. \qquad (29.17)$$

L'équation (29.17) ne rend pas compte des recombinaisons vers le premier niveau et des ionisations sous l'action du rayonnement de diffusion de l'enveloppe, car ces processus se compensent mutuellement.

De la sorte le problème de la détermination de la variation du nombre d'atomes ionisés dans l'enveloppe se ramène à la résolution de l'équation (29.17) avec les conditions (29.15) et (29.16). Nous ne nous attarderons pas ici à la résolution de cette équation mais indiquerons seulement certains résultats.

Admettons qu'à l'instant initial l'épaisseur optique de l'enveloppe au-delà de la limite de la série de Lyman est sensiblement plus grande que l'unité, c'est-à-dire $\tau(r_2, 0) \gg 1$. Supposons ensuite que le rayonnement de l'étoile est si fort qu'il est capable de créer dans l'enveloppe un degré d'ionisation dépassant notablement l'unité ($n^+/n_1 \gg 1$). Dans ce cas pour chaque instant l'enveloppe peut être divisée en deux régions : « ionisée » ($n^+ \gg n_1$) et « non ionisée » ($n^+ \ll n_1$), avec une limite bien nette entre elles, et le processus de l'ionisation progressive dans l'enveloppe peut être envisagé comme le déplacement de la limite entre les régions indiquées. La limite en question se trouve là où à l'instant donné $\tau \approx 1$. Ce résultat n'a rien d'obscur tant que pour la couche où $\tau \gg 1$, le rayonnement ionisant de l'étoile ne l'atteint pas. L'ionisation de cette couche commence seulement lorsque l'épaisseur optique de la partie de l'enveloppe la plus proche de l'étoile devient de l'ordre de l'unité sous l'action de l'ionisation.

Ce résultat permet de trouver aisément comment varie avec le temps le nombre général d'atomes ionisés dans l'enveloppe, c'est-à-dire la quantité

$$N^+ = \int n^+ \, dV. \tag{29.18}$$

Intégrons les deux membres de l'équation (29.17) sur tout le volume de l'enveloppe. En désignant par $\overline{H}$ le nombre total de quanta émis en 1 s au-delà de la limite de la série de Lyman, on obtient

$$\frac{dN^+}{dt} = \overline{H} - N^+ n \sum_{2}^{\infty} C_i. \tag{29.19}$$

Le dernier terme de cette équation est écrit d'après la relation

$$\int n_e n^+ \, dV = nN^+, \tag{29.20}$$

qui résulte du fait que dans la région ionisée $n_e \approx n$, et dans la région non ionisée $n_e \approx 0$.

La solution de l'équation (29.19) qui vérifie la condition initiale $N^+(0) = 0$ est de la forme:

$$N^+(t) = \overline{H} t_* \left(1 - e^{-\frac{t}{t_*}}\right), \tag{29.21}$$

où

$$t_* n \sum_{2}^{\infty} C_i = 1. \tag{29.22}$$

La quantité t_* déterminée par la formule (29.22) peut être considérée comme le temps d'établissement de l'équilibre radiatif. Il est clair que celui-ci est d'autant plus grand que la densité de matière dans l'enveloppe est plus petite.

Pour évaluer la quantité t_* notons que pour l'hydrogène $\sum_{2}^{\infty} C_i \approx \approx 3 \cdot 10^{-13}$ (pour $T_e = 10\,000$ K). Cela signifie que lorsque $n \approx \approx 10^{10}$ cm^{-3} la quantité t_* est de l'ordre de quelques minutes. Dans les enveloppes des novae le premier temps après le maximum $n > > 10^{10}$ cm^{-3}. On peut donc admettre que dans le cas donné l'équilibre radiatif s'établit immédiatement après la modification des conditions physiques dans l'enveloppe. Cependant, dans le cas de la Nova Hercule 1934 la température de l'étoile s'est accrue subitement lorsque la densité de la matière dans l'enveloppe était déjà très petite. C'est précisément pour cette raison que l'établissement de l'équilibre radiatif dans la Nova Hercule 1934 a duré à peu près un mois entier.

A l'aide des formules obtenues on peut trouver la variation avec le temps de la quantité d'énergie totale émise par l'enveloppe dans une raie de Balmer quelconque. Nous savons que la quantité d'énergie E_{k2} émise par l'enveloppe dans la transition $k \to 2$ est donnée par la formule (28.30). En utilisant les relations (29.20) et (29.21), au lieu de (28.30) on trouve:

$$E_{k2} = A_{k2} h\nu_{2k} z_k n \overline{H} t_* \left(1 - e^{-\frac{t}{t_*}}\right). \tag{29.23}$$

D'après les observations de la Nova Hercule on a déterminé les valeurs des quantités E_{k2} pour plusieurs raies de Balmer. Ces quantités varient dans le temps à peu près plus ou moins de la même façon que l'éclat de l'étoile (ceci est parfaitement clair du fait que la croissance de l'éclat est définie surtout par l'accroissement de l'énergie émise dans les raies). La variation observée des quantités E_{k2} est assez bien traduite par la formule (29.23). De plus, pour la concentration des atomes dans l'enveloppe il faut prendre la valeur $n = 3 \cdot 10^6$ cm^{-3}.

La variation des profils des raies d'émission dans le spectre de Nova Hercule après le minimum d'avril présente aussi de l'intérêt. Nous avons déjà dit que dans le spectre de cette nova les raies d'émission étaient dédoublées, ce qui était dû à la présence dans l'enveloppe de deux caillots de matière animés de vitesses radiales différentes. Les observations ont montré que pendant l'apparition des raies d'émission, leurs composantes rouges étaient bien plus faibles que les composantes violettes et que les deux composantes ne s'égalisaient en intensité que pendant le second maximum. Un tel comportement des raies d'émission a d'abord semblé mystérieux et pour l'expliquer on a émis plusieurs hypothèses. Or, l'explication peut être très simple, si on applique l'idée exposée sur la luminosité de l'enveloppe en l'absence de l'équilibre radiatif (plus exactement la formule (29.23)). D'après les observations l'intensité de la composante violette augmentait plus vite que celle de la composante rouge. Cela signifie que l'équilibre radiatif dans le caillot de matière qui s'approchait de nous s'établissait plus vite que dans celui qui s'en éloignait. Nous avons établi qu'il en est ainsi lorsque dans les caillots la densité de matière est différente (plus grande dans celui qui s'approche de nous et plus petite dans celui qui s'en éloigne). La valeur donnée de la concentration des atomes dans l'enveloppe est une certaine moyenne pour les deux caillots.

La connaissance de la concentration des atomes n et du volume de l'enveloppe V permet de calculer d'après la formule (29.13) la masse de l'enveloppe. Toutefois, une telle méthode de la détermination de la masse est empreinte d'incertitude en raison des erreurs éventuelles lors de l'estimation du volume de l'enveloppe. Pour éviter cette estimation on peut procéder de la façon suivante. Mul-

tiplions les deux membres de l'équation (29.22) par n^+ et intégrons sur tout le volume de l'enveloppe. Il en résulte

$$t_* \int n_e n^+ \sum_2^\infty C_i \, dV = \int n^+ \, dV, \qquad (29.24)$$

où nous avons remplacé n par n_e du fait qu'au fond l'intégration porte seulement sur la région ionisée où $n_e \approx n^+ \approx n$. Mais l'intégrale du deuxième membre de cette relation est le nombre total d'ions d'hydrogène dans l'enveloppe et l'intégrale du premier membre, le nombre total de recombinaisons vers tous les niveaux depuis le deuxième. Ce dernier nombre est égal au nombre de quanta de Balmer émis par l'enveloppe en 1 s. Par conséquent, on a

$$t_* N_{\text{Ba}} = N^+. \qquad (29.25)$$

D'après les valeurs observées des quantités t_* et N_{Ba}, la formule (29.25) permet de déterminer la quantité N^+ pour n'importe quel instant t. En appliquant cette formule à l'instant du deuxième maximum on obtient le nombre total d'atomes d'hydrogène dans l'enveloppe (si l'on admet que vers cet instant dans toute l'enveloppe $n^+ \gg n_1$). A l'aide de la formule (29.25) on a trouvé que dans l'enveloppe de la Nova Hercule le nombre total d'atomes d'hydrogène est égal à $1{,}4 \cdot 10^{52}$, et donc sa masse vaut $2{,}3 \cdot 10^{28}$ g.

La formule (29.23) détermine la variation avec le temps non seulement des intensités des raies d'hydrogène, mais encore des intensités des raies d'autres atomes produites par photo-ionisations et recombinaisons. Le comportement des raies interdites est différent, la luminosité y est excitée par choc électronique, du fait que les intensités de ces raies dépendent sensiblement de la température électronique de l'enveloppe.

Nous avons vu au § 23 que le niveau de la température électronique est déterminé surtout par l'énergie acquise par les électrons libres lors des photo-ionisations et par l'énergie dépensée dans les collisions. Puisque la faible densité de matière dans l'enveloppe rend les collisions rares, la durée d'établissement de la température d'équilibre peut être longue. La résolution du problème de la variation avec le temps de la température électronique de l'enveloppe a permis d'interpréter le comportement des raies interdites dans le spectre de la Nova Hercule en l'absence de l'équilibre radiatif dans l'enveloppe (voir [2]).

6. Novae de nombreuses années après l'explosion. Quelques dizaines d'années après l'explosion l'enveloppe d'une nova se dissipe dans une grande mesure et l'éclat de l'étoile devient proche de celui qu'elle avait avant l'explosion. L'étude de l'étoile à cette époque (possible seulement à l'aide des

télescopes les plus puissants) a fourni des résultats très curieux. La découverte de la duplicité de certaines novae est d'une importance particulièrement grande, car elle permet la détermination de leur masse.

La duplicité a été découverte pour la Nova Hercule en 1934 (par M. Walker en 1954). Les observations ont montré que l'étoile est une variable à éclipse avec une période de 4 heures 39 minutes. Au minimum primaire l'étoile froide couvre l'étoile chaude (qui apparaît probablement sous la forme d'une nova). L'absence de renseignements sur l'étoile froide ne permet pas de déterminer exactement les masses des composantes; quant à la masse de l'étoile chaude, elle constitue probablement environ 0,25 de la masse du Soleil.

Dans la période considérée le spectre de la Nova Hercule comporte des raies d'émission qui apparaissent en partie dans l'enveloppe très raréfiée éjectée par l'explosion de 1934, et en partie dans l'enveloppe plus dense qui entoure l'étoile. Le spectre de cette dernière enveloppe change notablement avec la phase de l'éclipse. L'étude des variations de ce spectre a montré que l'enveloppe mentionnée peut être imaginée sous la forme d'un « disque » qui tourne autour de l'étoile chaude à la vitesse de l'ordre de 500 km/s. Ce disque se forme probablement par écoulement de la matière à partir de l'étoile froide. D'après la distribution de l'énergie dans le spectre continu on a trouvé que la température de l'étoile chaude est d'environ 80 000 K. Le rayon de l'étoile déterminé d'après la température et la luminosité est proche des rayons des naines blanches. Une particularité surprenante de l'étoile chaude est qu'elle subit de faibles variations d'éclat avec une période très rigoureuse, égale à environ 71 secondes.

Après la découverte de la duplicité de la Nova Hercule 1934 on a exploré en détail certaines autres étoiles qui apparaissent sous la forme de novae, et il s'est avéré qu'elles forment toutes des systèmes doubles. Ceci a donné lieu à l'hypothèse que la duplicité d'une étoile est la condition *sine qua non* de l'explosion (voir [10]).

Pour le mécanisme concret de l'explosion on retient l'accrétion de la matière sur une naine blanche à partir de l'étoile froide. Les naines blanches ne contenant que très peu d'hydrogène, il ne s'y déroule presque pas de réactions nucléaires. Mais lorsque sur une naine blanche tombe de la matière provenant de l'étoile froide, il se forme autour d'elle une enveloppe riche en hydrogène. Progressivement la masse de l'enveloppe croît et avec elle la température de ses couches profondes. Lorsque la masse atteint une valeur critique (de l'ordre de 10^{29} g), dans ces couches s'amorcent des réactions nucléaires qui transforment l'hydrogène en hélium. Il en résulte une explosion qui sépare l'enveloppe de l'étoile. Une fois cette enveloppe rejetée, une autre commence à croître pour être ensuite rejetée à son

tour. C'est ainsi que s'explique la récurrence des explosions d'une étoile sous la forme d'une nova.

Le point de vue décrit sur la cause des explosions est confirmé par l'étude détaillée des anciennes novae réalisée de nombreuses années après une explosion, c'est-à-dire dans la période entre deux explosions. Puisque certaines de ces étoiles se sont avérées être des variables à éclipses, en se fondant sur les variations de leur éclat et de leur spectre on a tiré la conclusion qu'elles sont le siège de flux de gaz. En première approximation ces flux ont la forme d'un disque analogue à celui qui a été découvert en premier dans le cas de la Nova Hercule 1934. D'après les intensités et les profils des raies d'émission on a déterminé les densités et les vitesses de la matière dans les flux de gaz. On a également évalué la quantité de matière transportée par unité de temps par le flux depuis l'étoile froide vers la naine blanche. Elle est de l'ordre de $10^{-8}\ M_\odot$ par an, c'est-à-dire suffisante pour former en quelques milliers d'années une enveloppe de masse critique (voir en détail [11]).

§ 30. Mouvement et luminosité des enveloppes

1. Energie libérée par l'explosion. Au paragraphe précédent nous nous sommes préoccupés surtout de l'interprétation des variations du spectre d'une nova produites par l'éloignement d'une enveloppe éjectée de l'étoile. Maintenant considérons les questions relatives à l'éjection de la matière et à l'émission de l'énergie lors de l'explosion.

Cherchons d'abord l'énergie totale libérée par l'explosion d'une nova. Cette énergie se compose de trois parties: 1) énergie rayonnante; 2) énergie cinétique de l'enveloppe et 3) énergie nécessaire pour que l'enveloppe se détache de l'étoile.

L'énergie rayonnante est déterminée par la formule

$$E_{\mathrm{ray}} = \int L(t)\,dt, \tag{30.1}$$

où $L(t)$ est la luminosité de la nova, alors que l'intégration porte sur toute la période de l'explosion. Pour chaque nova l'intégrale (30.1) peut être calculée à l'aide de la courbe de lumière. Il s'avère que $E_{\mathrm{rad}} \approx 10^{45}$ à 10^{46} ergs.

L'énergie cinétique vaut:

$$E_{\mathrm{cin}} = \frac{1}{2} Mv^2. \tag{30.2}$$

En adoptant pour la masse de l'enveloppe M une valeur de l'ordre de 10^{28} à 10^{29} g et pour sa vitesse v, une valeur de l'ordre de 1000 km/s, on trouve que $E_{\mathrm{cin}} \approx 10^{44}$ à 10^{45} ergs.

Pour calculer l'énergie avec laquelle l'enveloppe est arrachée de l'étoile il faut utiliser la formule

$$E_{\text{ar}} = G\,\frac{M_*M}{r_*}\,, \tag{30.3}$$

où G est la constante gravifique; M_*, la masse de l'étoile et r_*, son rayon. En admettant que $M_* \approx M_\odot$ et $r_* \approx 0{,}1\ r_\odot$, on trouve que $E_{\text{dét}} \approx 10^{44}$ à 10^{45} ergs.

De la sorte, l'explosion d'une nova libère une très grande quantité d'énergie (de l'ordre de 10^{45} à 10^{46} ergs). A titre de comparaison on peut noter que le Soleil émet une telle énergie en 10^5 ou 10^6 ans.

La question des sources d'énergie libérée par l'explosion d'une nova présente un grand intérêt. Pour la résoudre établissons les conditions physiques dans la couche de l'enveloppe arrachée de l'étoile. A cet effet considérons que la masse de l'enveloppe M est connue. En admettant que l'enveloppe se compose surtout d'hydrogène, on a

$$M = 4\pi r_*^2 m_{\text{H}} \int_{r_*}^{\infty} n\,dr, \tag{30.4}$$

où r_* est le rayon de la couche d'arrachement, et n, la concentration des atomes d'hydrogène dans l'enveloppe.

Pour calculer l'intégrale (30.4) il faut connaître la dépendance entre n et r. Elle est donnée par la théorie des photosphères (voir § 4). Puisque la température de l'enveloppe est très élevée, nous prendrons pour le coefficient d'absorption volumique l'expression:

$$\alpha = C\,\frac{n^2}{T^{7/2}}\,, \tag{30.5}$$

où C est une constante (de l'ordre de 10^{-23}). Dans ce cas on tire des formules (4.51) et (4.52) :

$$n = n_*\left(\frac{T}{T_*}\right)^{13/4} \tag{30.6}$$

et

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{2}{17}\,\frac{m_{\text{H}}g}{k}\,, \tag{30.7}$$

où n_* et T_* sont les valeurs de n et T dans la couche d'arrachement; g est l'accélération de la pesanteur à la surface de l'étoile et k, la constante de Boltzmann. En portant (30.6) dans (30.4) et en utilisant (30.7) on obtient

$$M = 8\pi r_*^2\,\frac{k}{g}\,n_*T_*. \tag{30.8}$$

La formule (30.8) établit une dépendance entre les quantités cherchées n_* et T_*. Pour trouver l'autre dépendance entre elles on peut utiliser la relation :

$$T_*^4 = T_0^4 \left(1 + \frac{3}{2}\tau_*\right), \tag{30.9}$$

où T_0 est la température superficielle de l'étoile ; et T_*, la profondeur optique de la couche d'arrachement, c'est-à-dire

$$\tau_* = \int_{r_*}^{\infty} \alpha\, dr. \tag{30.10}$$

En portant dans (30.10) l'expression (30.5) et en tenant compte de (30.6) et (30.7), on a

$$\tau_* = \frac{17}{8} \frac{Ck}{m_H g} \frac{n_*^2}{T_*^{5/2}}. \tag{30.11}$$

Les relations (30.8), (30.9) et (30.11) rendent possible le calcul des quantités n_*, T_* et τ_*. En adoptant que $T_0 = 50\,000$ K, $r_* = 10^{10}$ cm, $g = 10^7$ cm/s²; $M = 10^{28}$ g (ces quantités doivent être considérées comme les plus probables), on trouve

$$n_* \approx 5 \cdot 10^{22} \text{ g/cm}^3, \quad T_* \approx 5 \cdot 10^6 \text{ K}, \quad \tau_* \approx 10^8.$$

L'une des sources de luminosité d'une nova est l'énergie comprise dans l'enveloppe au début de l'explosion. Cette énergie se compose de l'énergie thermique, radiative et d'ionisation. Au fur et à mesure de l'expansion de l'enveloppe, l'énergie qui y est contenue sort à l'extérieur sous forme de rayonnement, c'est-à-dire que l'enveloppe devient lumineuse.

La quantité d'énergie thermique dans l'enveloppe est donnée par la formule :

$$E_{\text{therm}} = 4\pi r_*^2 \frac{3}{2} k \cdot 2 \int_0^{T_*} nT \left(-\frac{dr}{dT}\right) dT, \tag{30.12}$$

où $2n$ est le nombre total de particules (protons et électrons libres) dans 1 cm³. A l'aide des formules (30.6)-(30.8) on obtient

$$E_{\text{therm}} = \frac{17}{7} kT_* \frac{M}{m_H}. \tag{30.13}$$

En considérant que $T_* \approx 5 \cdot 10^6$ K et $M \approx 10^{28}$ ou 10^{29} g, on trouve $E_{\text{therm}} \approx 10^{43}$ à 10^{44} ergs.

La quantité d'énergie radiative dans l'enveloppe est

$$E_{\text{ray}} = 4\pi r_*^2 a \int_0^{T_*} T^4 \left(-\frac{dr}{dT}\right) dT, \qquad (30.14)$$

ou, compte tenu de (30.7):

$$E_{\text{ray}} = 4\pi r_*^2 \, \frac{17}{10} \, \frac{kaT_*^5}{gm_{\text{H}}}. \qquad (30.15)$$

En adoptant pour les quantités r_*, T_*, g les valeurs données, on obtient $E_{\text{ray}} \approx 10^{42}$ ergs. Par conséquent, la quantité d'énergie radiative dans l'enveloppee est sensiblement plus faible que la quantité d'énergie thermique.

La quantité d'énergie d'ionisation dans l'enveloppe (qui se transforme en rayonnement lorsque le degré d'ionisation diminue) est également petite devant la quantité d'énergie thermique. Ceci résulte du fait qu'à la température de l'ordre d'un million de degrés l'énergie d'ionisation des éléments les plus abondants (hydrogène et hélium) est faible par rapport à kT.

Ainsi, l'énergie interne de l'enveloppe, qui se trouve, comme nous l'avons établi, surtout sous une forme thermique, est de l'ordre de 10^{43} à 10^{44} ergs. Cette énergie est émise par expansion de l'enveloppe. Cependant, elle ne constitue qu'une faible part de l'énergie totale émise par l'explosion d'une nova. Nous verrons par la suite que l'énergie interne de l'enveloppe est dans une certaine mesure responsable de sa luminosité seulement dans la première période de l'explosion.

Une autre source de la luminosité d'une nova est le rayonnement de l'étoile après l'arrachement de l'enveloppe. La température de la couche d'arrachement étant très élevée, la luminosité de l'étoile dès l'arrachement de l'enveloppe doit être très grande. Or, une telle luminosité ne correspond pas à l'énergie produite à l'intérieur de l'étoile, et la température de l'étoile doit donc décroître progressivement. Ce processus se complique par l'écoulement continu de la matière. L'estimation de l'énergie émise par l'étoile après l'arrachement de l'enveloppe est très difficile, mais il ne fait aucun doute que quelque temps après le début de l'explosion l'enveloppe devient lumineuse précisément grâce à cette énergie.

Enfin, comme source de luminosité d'une nova peut servir l'énergie supplémentaire libérée par l'accroissement d'éclat, c'est-à-dire l'énergie de l'explosion. C'est cette énergie qui détermine l'arrachement de l'enveloppe de l'étoile et son expansion ultérieure. Nous avons vu que l'énergie débitée à cet effet est égale à 10^{44} ou 10^{45} ergs. Si une partie de même ordre de l'énergie de l'explosion se transforme en rayonnement, elle peut jouer un rôle important dans la luminosité d'une nova.

2. Interprétation de la courbe de lumière. La connaissance des sources de la luminosité d'une nova et de la loi de l'expansion de l'enveloppe permet en principe de déterminer la variation de la luminosité de l'enveloppe avec le temps, c'est-à-dire de dresser la courbe de lumière théorique d'une nova. A cet effet il faut tenir compte de la différence notable dans les mécanismes de la luminosité de l'enveloppe avant et après le maximum. Lorsque l'éclat croît, la luminosité de l'enveloppe est due au rayonnement dans le spectre continu, c'est-à-dire que l'enveloppe constitue une photosphère. A l'époque du maximum l'épaisseur optique de l'enveloppe dans le spectre continu devient de l'ordre de l'unité et dans le spectre de l'enveloppe apparaissent des raies brillantes. Le rôle relatif des raies brillantes dans le spectre de l'enveloppe augmente et, après un certain temps, devient dominant.

Nous allons envisager maintenant la période depuis le début de l'explosion jusqu'au maximum d'éclat. Durant cette période les conditions physiques de l'enveloppe changent très vite avec le temps. En particulier, son épaisseur optique décroît d'une valeur de l'ordre de 10^8 à une valeur de l'ordre de l'unité. Pour déterminer la variation de la luminosité de l'enveloppe avec le temps il faut donc résoudre le problème très difficile de transfert du rayonnement dans un milieu à propriétés optiques variables. En toute rigueur, ces propriétés ne sont pas même données, mais dépendent à leur tour du champ de rayonnement ; cependant, nous ne tiendrons pas compte de cette circonstance.

Le problème qui se pose peut être énoncé de la façon suivante. Supposons que la luminosité de l'enveloppe se produise aussi bien grâce à l'énergie qui s'y trouvait au début de l'explosion que grâce au rayonnement de l'étoile après l'arrachement de l'enveloppe. Désignons l'énergie initiale de l'enveloppe par E et la luminosité de l'étoile par $L_* (t)$, où t est le temps compté dès le début de l'explosion. Soit $r (t)$ le rayon de l'enveloppe et $\tau_0 (t)$, son épaisseur optique. Toutes les quantités énoncées sont considérées comme données. Il faut établir la luminosité de l'enveloppe $L (t)$.

Pour simplifier le problème admettons que l'épaisseur de l'enveloppe est petite devant son rayon, et négligeons la durée de la présence du rayonnement dans l'enveloppe elle-même par rapport à la durée de sa présence dans l'enceinte créée par l'enveloppe. Autrement dit, remplaçons le processus de diffusion du rayonnement dans l'enveloppe par le processus du déplacement des photons dans l'enceinte après leur réflexion presque instantanée par l'enveloppe. Si l'on suppose que l'enveloppe elle-même se trouve à l'état de l'équilibre radiatif, la probabilité qu'elle reflète un photon est $\frac{\tau_0 (t)}{1+\tau_0 (t)}$, et la probabilité du passage du photon à travers l'enveloppe est

$\frac{1}{1+\tau_0(t)}$. Au début de l'explosion la quantité $\tau_0(t)$ est très grande et il s'ensuit qu'avant de traverser l'enveloppe chaque photon subit un nombre énorme de déplacements dans l'enceinte. Avec le temps la quantité $\tau_0(t)$ décroît, le processus de la sortie des photons de l'enceinte à l'extérieur s'accélère et la luminosité de l'enveloppe augmente.

Pour déterminer la luminosité de l'enveloppe $L(t)$ il convient d'examiner la variation dans le temps de la quantité d'énergie dans l'enceinte créée par l'enveloppe. La quantité d'énergie dans l'enceinte augmente grâce au rayonnement de l'étoile et diminue par suite de la sortie du rayonnement à l'extérieur de l'enveloppe. D'après la loi de la conservation de l'énergie on obtient

$$L_*(t) - L(t) = \frac{d}{dt}\left[\frac{4}{3}\pi r^3(t)\,\rho(t)\right], \tag{30.16}$$

où $\rho(t)$ est la densité du rayonnement dans l'enceinte, qui ne dépend évidemment pas du lieu.

La densité du rayonnement $\rho(t)$ peut être associée sans peine à la luminosité de l'enveloppe $L(t)$. Si on désigne par $I_1(t)$ et $I_2(t)$ respectivement les intensités du rayonnement réfléchi et passé par l'enveloppe, on a

$$I_1(t) = \tau_0(t)\,I_2(t). \tag{30.17}$$

Mais la densité du rayonnement $\rho(t)$ vaut

$$\rho(t) = \frac{4\pi}{c} I_1(t), \tag{30.18}$$

alors que la luminosité de l'enveloppe $L(t)$ est liée à la quantité $I_2(t)$ par la relation

$$I_2(t) = \frac{L(t)}{4\pi^2 r^2(t)}. \tag{30.19}$$

On obtient donc

$$\rho(t) = \frac{L(t)\,\tau_0(t)}{\pi c r^2(t)}. \tag{30.20}$$

En portant (30.20) dans (30.16) pour le calcul de $L(t)$ on aboutit à l'équation suivante:

$$L_*(t) - L(t) = \frac{4}{3c}\frac{d}{dt}[\tau_0(t)\,r(t)\,L(t)]. \tag{30.21}$$

Il est clair que la solution de l'équation (30.21) doit satisfaire à la condition:

$$\int_0^\infty L(t)\,dt = E + \int_0^\infty L_*(t)\,dt. \tag{30.22}$$

Cette solution est de la forme

$$L(t)=\frac{3c}{4\tau_0(t)\,r(t)}\left[Ee^{-\frac{3c}{4}\int\limits_0^t \frac{dt'}{\tau_0(t')\,r(t')}}+\int\limits_0^t L_*(t')\,e^{-\frac{3c}{4}\int\limits_{t'}^t \frac{dt''}{\tau_0(t'')\,r(t'')}}\,dt'\right]. \tag{30.23}$$

Pour le calcul de la luminosité $L(t)$ de l'enveloppe d'après la formule (30.23) il faut connaître les quantités $r(t)$ et $\tau_0(t)$. A titre d'exemple on adopte

$$r=vt, \quad \tau_0=\tau_*\left(\frac{r_*}{r}\right)^k, \tag{30.24}$$

où k est un certain paramètre. Alors, au lieu de la formule (30.23) il vient

$$L(t)=kbt^{k-1}\left[Ee^{-bt^k}+\int\limits_0^t L_*(t')\,e^{-b(t^k-t'^k)}\,dt'\right], \tag{30.25}$$

où l'on a introduit la notation

$$b=\frac{3cv^{k-1}}{4k\tau_* r_*^k}. \tag{30.26}$$

Supposons d'abord que l'enveloppe devienne lumineuse seulement grâce à son énergie interne, c'est-à-dire que $L_*(t)=0$. Dans ce cas la formule (30.25) montre que la luminosité de l'enveloppe croît d'abord pour décroître ensuite (si $k>1$). Il est facile d'obtenir que la luminosité atteint le maximum pour une valeur de l'épaisseur optique de l'enveloppe égale à

$$\tau_0=\frac{3}{4(k-1)}\frac{c}{v}. \tag{30.27}$$

En posant $v\approx 1000$ km/s et $k=2$, on trouve d'après la formule (30.27) $\tau_0\approx 200$. Lorsque l'épaisseur optique de l'enveloppe devient plusieurs fois plus petite que cette valeur, la désexcitation de l'enveloppe prend essentiellement fin.

L'examen de la formule (30.25) sous sa forme générale montre que lorsque la luminosité de l'étoile $L_*(t)$ décroît, la luminosité de l'enveloppe $L(t)$ augmente d'abord jusqu'à ce que τ_0 n'atteigne pas la valeur donnée par la formule (30.27), puis diminue progressivement en s'approchant de la luminosité de l'étoile $L_*(t)$ (fig. 41).

Pour comparer théorie et observations il est utile de passer de la luminosité de l'enveloppe aux quantités qui s'obtiennent directement des observations. Ces quantités sont l'éclat apparent de la nova et sa température effective, ou la classe spectrale correspondante.

La température effective de l'enveloppe $T_e(t)$ est déterminée par la fonction connue

$$L(t) = 4\pi r^2(t)\,\sigma T_e^4(t), \tag{30.28}$$

qui montre qu'avec le temps $T_e(t)$ décroît lentement (si seulement la luminosité de l'enveloppe ne croît pas plus vite que r^2).

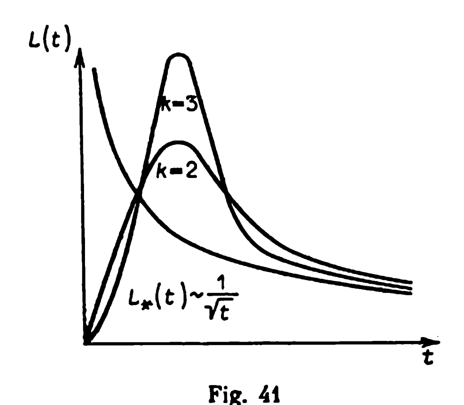


Fig. 41

Admettons que la distribution de l'énergie dans l'enveloppe est donnée par la formule de Planck. Dans ce cas la magnitude apparente absolue de l'enveloppe est déterminée par la formule :

$$M_v(t) = -0{,}08 - 5\lg r(t) + \frac{29\,500}{T_e(t)} + 2{,}5\lg\left(1 - e^{-\frac{27\,000}{T_e(t)}}\right), \tag{30.29}$$

dans laquelle il faut porter T_e de (30.28).

La formule (30.29) entraîne qu'avec le temps l'éclat apparent d'une nova doit augmenter rapidement par suite de l'accroissement rapide de la surface de l'enveloppe, la baisse de la température étant relativement lente. Il est curieux de noter que l'augmentation d'éclat apparent peut avoir lieu même lorsque la luminosité totale diminue du fait que l'accroissement de la surface de l'enveloppe n'est pas compensé par la baisse de la température.

Comme le montrent les calculs, d'après les formules utilisées, l'éclat apparent de l'enveloppe croît d'abord rapidement, puis reste inchangé (ce qui est dû à la désexcitation de l'enveloppe pendant ce temps) ; ensuite il croît plus lentement, la luminosité totale allant en décroissant. Ce processus se poursuit jusqu'à ce que le maximum primaire soit atteint, lorsque l'épaisseur optique de l'enveloppe devient de l'ordre de l'unité. Après cela l'enveloppe n'ab-

sorbe déjà non plus comme précédemment tout le rayonnement de l'étoile, mais seulement sa partie décroissante avec le temps, ce qui rend l'éclat de la nova encore plus faible.

L'exposé des conclusions théoriques est confirmé *grosso modo* par les données d'observation. Les observations montrent en effet qu'avec la croissance de l'éclat d'une nova, la température décroît lentement. Par ailleurs, pour plusieurs novae, avant le maximum primaire on a observé l'arrêt de l'augmentation de l'éclat et même une petite décroissance.

Cependant, pour atteindre un meilleur accord entre la théorie et les observations, il faut probablement admettre que la luminosité de l'enveloppe poursuit son augmentation même après l'interruption de l'augmentation de l'éclat. Nous montrerons dans ce qui suit que ceci peut être lié à l'éjection de la matière par l'étoile, qui commence à se produire après le détachement de l'enveloppe.

3. Ejection de la matière par l'étoile. L'enveloppe s'arrachant de l'étoile découvre les couches très chaudes de celle-ci dont l'état était instable. La pression de rayonnement doit alors déclencher l'écoulement de la matière à partir de l'étoile. Lorsque l'épaisseur optique de l'enveloppe dans le spectre continu devient inférieure à l'unité, l'observation de ce processus devient immédiate. On peut en juger d'après ce qu'on appelle le *spectre de diffusion d'étincelles* qui dans le cas d'une nova apparaît après le maximum. Le décalage des raies de ce spectre montre que la vitesse de l'écoulement de la matière à partir de l'étoile dépasse la vitesse du mouvement de l'enveloppe.

Il est évident que l'écoulement de la matière à partir de l'étoile doit faire croître la luminosité d'une nova. Les responsables de ce phénomène sont aussi bien la désexcitation de la matière éjectée que le refroidissement plus lent des couches superficielles de l'étoile elle-même. Par ailleurs, la collision de la matière éjectée avec l'enveloppe transforme une partie d'énergie cinétique en énergie thermique, puis en rayonnement.

Maintenant nous allons examiner le problème du mouvement d'une enveloppe atteinte par la matière éjectée de l'étoile. De plus, nous déterminerons aussi bien la variation de la vitesse du mouvement de l'enveloppe que la quantité d'énergie cinétique transformée en rayonnement (pour plus de détail voir [2]).

Soient à un certain instant fixé t_0 la masse de l'enveloppe M_0 et la vitesse v_0. Supposons qu'après l'arrachement de l'enveloppe la matière s'écoule de l'étoile à la vitesse constante u; prenons la quantité de matière éjectée en 1 s égale à au. Nous admettons que $u > v_0$ et donc, avec le temps, la masse de l'enveloppe M et sa vitesse v doivent augmenter.

Pour trouver la dépendance de M et de v par rapport au temps t, il faut écrire l'équation du mouvement de l'enveloppe. En désignant

par q la masse de la matière qui rejoint l'enveloppe en 1 s, on a

$$\frac{d(Mv)}{dt} = qu \tag{30.30}$$

et

$$q = \frac{dM}{dt} = a(u-v). \tag{30.31}$$

La résolution des équations obtenues est bien simple. En portant dans (30.30) $q = dM/dt$ et en intégrant, on trouve:

$$M(u-v) = M_0(u-v_0). \tag{30.32}$$

En introduisant M tirée de (30.32) et (30.31), on a

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{u-v}\right) = \frac{a(u-v)}{M_0(u-v_0)}. \tag{30.33}$$

L'intégration de cette équation donne

$$v = u - \frac{u-v_0}{\sqrt{1+\frac{2a}{M_0}(u-v_0)(t-t_0)}}. \tag{30.34}$$

La formule (30.34) détermine la vitesse cherchée du mouvement de l'enveloppe. En portant v de (30.34) dans (30.32), on obtient l'expression suivante pour la masse de l'enveloppe en fonction de t:

$$M = M_0\sqrt{1+\frac{2a}{M_0}(u-v_0)(t-t_0)}. \tag{30.35}$$

En utilisant la formule (30.35) nous pouvons calculer la quantité de matière ayant atteint l'enveloppe pendant le temps $t - t_0$, c'est-à-dire la quantité $Q = M - M_0$. A l'aide de la formule (30.32) cette quantité peut également être mise sous la forme:

$$Q = M\frac{v-v_0}{u-v_0}. \tag{30.36}$$

Examinons maintenant la variation de l'énergie de l'enveloppe. L'énergie cinétique de la matière ayant atteint l'enveloppe en un temps $t - t_0$ est égale à $^1/_2 Qu^2$. Une partie de cette énergie est employée pour augmenter l'énergie cinétique de l'enveloppe, qui pendant le même temps varie entre la valeur $^1/_2 M_0 v_0^2$ et la valeur $^1/_2 Mv^2$. Tandis qu'aux dépens de l'autre partie, l'énergie interne de l'enveloppe augmente et se transforme ensuite en rayonnement. Evidemment, l'augmentation d'énergie interne de l'enveloppe vaut

$$\Delta E = \frac{1}{2}M_0v_0^2 + \frac{1}{2}Qu^2 - \frac{1}{2}Mv^2. \tag{30.37}$$

En utilisant les formules (30.32) et (30.36), on obtient

$$\Delta E = \frac{1}{2} M (u - v)(v - v_0). \tag{30.38}$$

Cette formule détermine justement l'énergie cherchée émise par l'enveloppe à la suite des collisions avec la matière éjectée par l'étoile.

Pour calculer d'après les formules mentionnées les variations de la vitesse, de la masse et de l'énergie interne de l'enveloppe il faut disposer des données sur la vitesse de l'écoulement de la matière à partir de l'étoile u et la puissance de l'écoulement αu. Il est clair que nous ne disposons pas de renseignements sur l'époque précédant le maximum d'éclat. Après cette époque, le spectre de diffusion d'étincelles devient observable et d'après le décalage des raies de ce spectre nous pouvons établir la vitesse u. Par ailleurs, après le maximum d'éclat on observe l'augmentation du décalage des raies d'absorption du spectre principal, qui peut être interprétée comme l'accroissement de la vitesse du mouvement de l'enveloppe sous l'action de la matière éjectée par l'étoile. Les observations permettent de trouver la vitesse v_0 à l'instant t_0 pour lequel on peut prendre l'instant du maximum d'éclat, et la vitesse v à un certain instant t. La masse de l'enveloppe peut être déterminée par l'un des moyens indiqués au paragraphe précédent. Tout ceci rend possible le calcul d'après les formules (30.36) et (30.38) de la quantité de la matière éjectée par l'étoile, et de la quantité de l'énergie cinétique qui se transforme en rayonnement quelque temps après le maximum d'éclat. On peut extrapoler également ces résultats à la période précédant le maximum d'éclat. On obtient alors que dans la période citée l'énergie ΔE doit jouer un rôle important dans la luminosité de la nova.

4. Mouvement de l'enveloppe dans le milieu interstellaire. Lors de l'expansion de l'enveloppe d'une nova sa masse croît non seulement au prix de la matière éjectée par l'étoile et rejoignant l'enveloppe, mais encore au prix de la matière interstellaire capturée par l'enveloppe. La densité de la matière interstellaire étant très faible, son influence sur le mouvement de l'enveloppe n'intervient qu'au stade avancé du développement de celle-ci. Examinons donc cette étape, mais sans tenir compte de la matière éjectée par l'étoile dans l'enveloppe.

Supposons qu'une nova a explosé dans un milieu interstellaire homogène à densité ρ. Si à l'instant de l'explosion la masse de l'enveloppe est égale à M_0, à la distance r de l'étoile elle deviendra

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho + M_0$$

D'après la loi de la conservation de la quantité de mouvement on a

$$\left(\frac{4}{3}\pi r^3\rho + M_0\right) v = M_0 v_0, \tag{30.39}$$

où v_0 est la vitesse de l'enveloppe à l'instant initial et v la vitesse de l'enveloppe à la distance r de l'étoile.

En portant dans l'équation (30.39) dr/dt au lieu de v et en intégrant, on obtient

$$\frac{1}{3}\pi r^4\rho + M_0 r = M_0 v_0 t, \tag{30.40}$$

où t est le temps écoulé depuis le début de l'explosion. La relation (30.40) détermine le rayon de l'enveloppe r en fonction du temps t.

Pour trouver comment change la vitesse de l'expansion de l'enveloppe avec le temps, il faut appliquer les formules (30.39) et (30.40). Cherchons, par exemple, l'intervalle de temps pendant lequel la vitesse devient deux fois plus petite. D'après (30.39) on voit que v sera égale à $^1/_2 v_0$ lorsque

$$\frac{4}{3}\pi r^3\rho = M_0. \tag{30.41}$$

En portant (30.41) dans (30.40), on trouve pour l'intervalle de temps cherché

$$t = \frac{5}{4v_0}\left(\frac{3M_0}{4\pi\rho}\right)^{1/3}. \tag{30.42}$$

Le Tableau 48 consigne les intervalles de temps nécessaires pour que la vitesse de l'enveloppe diminue respectivement de deux et de cent fois, ainsi que les rayons de l'enveloppe aux instants d'acquisition des vitesses indiquées.

Tableau 48

Freinage des enveloppes sous l'action de la résistance du milieu interstellaire

$M_0/M_\odot$	10^{-5}		10^{-4}		10	
v/v_0	0,5	0,01	0,5	0,01	0,5	0,01
t, ans	48	4500	102	9800	4800	450 000
r, parsecs	0,04	0,18	0,08	0,38	3,8	17,6

Pour la densité du milieu interstellaire on a adopté sa valeur moyenne $\rho = 3\cdot 10^{-24}$ g/cm³, et pour la vitesse initiale de l'enveloppe, $v_0 = 1000$ km/s. Le tableau est composé pour trois valeurs de la masse de l'enveloppe : 10^{-5}, 10^{-4} et 10 masses solaires.

J. Oort qui a été le premier à se pencher sur le problème considéré, a comparé également la théorie avec les observations. Le tableau montre que le freinage des enveloppes des novae doit devenir perceptible dans quelques décennies. Mais en général, ceci n'est pas observé. Par exemple, l'enveloppe de la Nova Aigle 1918 se dilatait sans ralentir pendant 30 ans. Probablement, dans le cas considéré l'absence de freinage perceptible s'explique par une masse relativement grande de l'enveloppe égale à $10^{-4}\ M_{\odot}$. Une autre explication possible consiste dans le fait que dans l'intervalle de temps entre les explosions la nova n'a pas le temps de quitter la région d'où la matière interstellaire a été chassée par l'explosion précédente.

Si une nova explose en un lieu à densité accrue de la matière interstellaire, la découverte du freinage de l'enveloppe devient plus probable. Sous ce rapport un grand intérêt présente la Nova Persée 1901 qui a explosé, comme on le sait, à l'intérieur d'une nébuleuse gazeuse et qui l'a illuminée. La comparaison des photographies de l'enveloppe de cette nova obtenues en 1917 et en 1934 a montré que pendant ce temps l'enveloppe a ralenti son mouvement et s'est déformée par endroits. Cette déformation peut être impliquée à l'hétérogénéité d'une nebuleuse de poussière. Il est curieux que le bord déformé de l'enveloppe est très brillant. D'après Oort cette luminosité est produite par les collisions des atomes de l'enveloppe avec les particules de poussière de la nébuleuse. Ceci constitue une confirmation supplémentaire du freinage de l'enveloppe.

Nous avons déjà dit que l'étude du mouvement de l'enveloppe d'une nova doit tenir compte simultanément aussi bien de l'accélération de l'enveloppe par la matière éjectée de l'étoile que son freinage par le milieu interstellaire. Ceci a été fait dans l'ouvrage de I. Minine (voir [2]). C'est de sa résolution sous la forme des cas particuliers que se déduisent les lois du mouvement de l'enveloppe ci-décrites.

§ 31. Supernovae

1. Résultats des observations. Nous avons déjà dit qu'au maximum d'éclat les magnitudes absolues des novae valent en moyenne -7^m. Or, il existe également des étoiles explosives telles qu'au maximum elles sont des milliers et des dizaines de milliers de fois plus brillantes que les novae. Ces étoiles s'appellent supernovae.

Les explosions des supernovae sont bien plus rares que celles des novae. Pendant le dernier millénaire elles n'ont été observées dans notre Galaxie que trois fois. L'une d'elles, d'après les chroniques chinoises, a explosé dans la constellation du Taureau en 1054. La deuxième supernova a été observée par Tycho Brahé en 1572 dans la Cassiopée, et la troisième, par Kepler dans l'Ophiuchus.

Leur éclat étant formidable, les supernovae peuvent être observées également dans d'autres galaxies. Le premier de tels objets a été enregistré dans la Nébuleuse d'Andromède en 1885 (S Andromède). Par la suite dans d'autres galaxies on a découvert des dizaines de supernovae, pour de nombreuses d'entre elles on a obtenu des spectres et des courbes de lumière.

Comme l'a établi R. Minkowski, d'après le caractère de la variation de l'éclat et du spectre, les supernovae forment deux types. Les supernovae du type I possèdent des courbes de lumière qui ressemblent beaucoup l'une à l'autre, la décroissance d'éclat observant une loi exponentielle. Les supernovae du type II se distinguent par des courbes de lumière très variées qui ressemblent dans une certaine mesure aux courbes de lumière des novae ordinaires. Les spectres des supernovae du type I se composent de bandes brillantes séparées par des intervalles plus sombres. A ce jour ces bandes ne sont pas identifiées. Ce n'est qu'à un stade relativement tardif qu'on voit dans le spectre deux bandes identifiées aux raies interdites λ 6300 Å et λ 6364 Å de l'oxygène neutre. D'après la largeur de ces bandes on peut conclure de la vitesse du mouvement de l'enveloppe éjectée, qui est de l'ordre de 1000 km/s. Avant le maximum d'éclat des supernovae du type II ont un spectre continu à extrémité violette très intense (la température de couleur est d'environ 40 000 K). Après le maximum d'éclat dans le spectre apparaissent de larges bandes brillantes identifiées aux raies connues (H, N III, etc.). La largeur de ces bandes témoigne des vitesses énormes de l'expansion des enveloppes, de l'ordre de 6000 km/s. Probablement, les supernovae des types I et II se distinguent notablement entre elles d'après leur nature physique.

A l'emplacement des explosions des supernovae on découvre des nébuleuses gazeuses en expansion rapide. Il est difficile de douter du fait que leur formation est due à l'éjection de la matière lors des explosions des supernovae. A l'emplacement de la Supernova 1054 on observe actuellement la Nébuleuse du Crabe qui se dilate à la vitesse de l'ordre de 1100 km/s. Si l'on admet que la vitesse d'expansion est constante, l'instant du début de l'expansion coïncide à peu près avec l'époque de l'explosion. La nébuleuse du Crabe est très bien étudiée et nous en reparlerons en détail dans ce qui suit. Les restes des Supernovae 1572 et 1604 présentent des nébuleuses filamenteuses en expansion. Toutefois, l'éclat de ces nébuleuses est faible et leur exploration présente des difficultés.

Pour comprendre la nature des supernovae le fait que leurs restes sont des sources puissantes de rayonnement radio acquiert une grande importance. Initialement on a mesuré le flux de rayonnement radio de la Nébuleuse du Crabe (J. Bolton en 1947), puis des restes des Supernovae 1572 et 1604. Les observations montrent que l'intensité de ce rayonnement décroît avec l'augmentation de la fréquence, et ordi-

nairement se présente sous la forme:

$$I_\nu \sim \nu^{-n}, \qquad (31.1)$$

où $n > 0$. En particulier, pour la Nébuleuse du Crabe, $n \doteq 0,2$, et pour les restes de deux autres supernovae citées, $n = 0,8$. Nous savons (voir § 18) que dans le cas du rayonnement thermique l'intensité dans le domaine radio est constante pour une nébuleuse transparente et proportionnelle à ν^2 pour une nébuleuse opaque. Nous devons donc tirer la conclusion que le rayonnement radio des restes des supernovae est d'une origine non thermique. Comme nous le verrons par la suite, le spectre du rayonnement radio donné par la formule (31.1) peut être expliqué si l'on admet qu'il est d'une origine synchrotron.

Outre les trois restes décrits des supernovae on a découvert dans la Galaxie de nombreuses autres sources discrètes de rayonnement radio. Certaines d'entre elles sont identifiées aux faibles nébuleuses gazeuses, et d'après plusieurs indices peuvent également être considérées comme des restes des supernovae. A ces objets on rapporte, en particulier, la radiosource Cassiopée A, la plus intense dans le ciel. Elle a été identifiée à la nébuleuse annulaire en expansion avec la vitesse de l'ordre de 7000 km/s. En comparant cette vitesse définie d'après le spectre et la vitesse de l'expansion obtenue dans la mesure angulaire, on a établi que la nébuleuse se trouve par rapport à nous à la distance de 3400 parsecs. Probablement elle présente les restes de la supernova qui a explosé en 1700. La supernova n'a pas pu être observée elle-même par suite de la grande distance qui nous en sépare et d'une absorption interstellaire importante. La plupart des restes connus des supernovae se trouvent par rapport à nous à des distances ne dépassant pas 2000 parsecs; aussi leur nombre total dans la Galaxie doit-il être assez grand (de l'ordre de 1000). La durée de l'existence de vie d'une nébuleuse éjectée par l'explosion d'une supernova ne dépassant probablement pas 100 000 ans, dans notre Galaxie une supernova doit exploser environ une fois tous les 100 ans. Bien entendu cette estimation est très grossière, mais elle correspond aux résultats des calculs des explosions des supernovae dans d'autres galaxies.

2. Rayonnement synchrotron. Pour expliquer l'origine du rayonnement radio des nébuleuses produites par les explosions des supernovae il faut recourir au mécanisme de rayonnement synchrotron. Ce rayonnement apparaît lors du mouvement d'un électron relativiste dans un champ magnétique. Le nom de ce phénomène est associé au fait qu'il a été observé pour la première fois dans un synchrotron prévu pour obtenir des particules de hautes énergies.

On sait que le mouvement d'un électron dans un champ magnétique homogène se compose d'un mouvement de translation suivant la

ligne de force et de la rotation autour d'elle. Dans ces conditions un électron émet sur la fréquence

$$\nu_0 = \frac{eH}{2\pi mc}, \tag{31.2}$$

où H est la composante du champ magnétique perpendiculaire à la vitesse. Pour des intensités de champ caractéristiques des objets astrophysiques la fréquence ν_0 est ordinairement très petite. Par exemple, pour $H \approx 10^{-5}$ œursted on obtient d'après la formule (31.2) que $\nu_0 \approx 30\ s^{-1}$, c'est-à-dire que la longueur d'onde du rayonnement est de l'ordre de 10^4 km.

Cependant une telle émission n'est propre qu'à un électron non relativiste. Mais si un électron est relativiste, c'est-à-dire si son énergie E vérifie l'inégalité

$$E \gg mc^2, \tag{31.3}$$

le type du rayonnement de l'électron change brusquement. Dans ce cas au lieu de l'énergie de fréquence ν_0, l'électron émet l'énergie dans le spectre continu à maximum au voisinage de la fréquence

$$\nu_m = \nu_0 \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2, \tag{31.4}$$

où ν_0 est déterminée par la formule (31.2). Si l'inégalité (31.3) est très bien observée, une part importante de l'énergie est rayonnée dans le domaine radio.

Le problème de l'émission de l'énergie par un électron relativiste qui se déplace dans un champ magnétique a été envisagé par plusieurs auteurs. Il s'est avéré (voir, par exemple, [11]) que la quantité d'énergie de fréquence ν, rayonnée par un électron d'énergie E en 1 s dans un intervalle unitaire des fréquences, vaut

$$P(\nu,\ E) = \frac{16e^3H}{mc^2}\, p(\alpha), \tag{31.5}$$

où $\alpha = \nu/\nu_m$ et $p(\alpha)$ est la fonction visualisée sur la figure 42.

Notons que la fonction $p(\alpha)$ atteint le maximum avec $\alpha \approx {}^1/_2$. Pour $\alpha \ll 1$ elle est de la forme :

$$p(\alpha) = 0{,}256\alpha^{1/3}, \tag{31.6}$$

et pour $\alpha \gg 1$,

$$p(\alpha) = \frac{\sqrt{\pi}}{16}\,\alpha^{1/2}e^{-2/3\alpha}. \tag{31.7}$$

Puisque la quantité $P(\nu,\ E)$ est connue, on peut calculer sans peine le coefficient d'émission ε_ν. Notons $n(E)\,dE$ le nombre d'électrons d'énergie de E à $E + dE$ dans 1 cm³. Alors, la quantité d'éner-

gie de fréquence ν rayonnée par ces électrons en 1 s sera égale à $P(\nu, E)\, n(E)\, dE$. Le coefficient d'émission volumique sera donc déterminé par la formule:

$$\varepsilon_\nu = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty P(\nu, E)\, n(E)\, dE. \tag{31.8}$$

Adoptons que le nombre d'électrons $n(E)$ décroît avec l'augmentation de l'énergie E selon la loi exponentielle, c'est-à-dire

$$n(E) = \frac{K}{E^\gamma}, \tag{31.9}$$

où K et γ sont des constantes. En portant (31.5) et (31.9) dans (31.8) et en procédant à l'intégration, on obtient

$$\varepsilon_\nu = C(\gamma)\, K H^{\frac{\gamma+1}{2}} \nu^{\frac{1-\gamma}{2}}, \tag{31.10}$$

où $C(\gamma)$ est une constante qui dépend de γ.

La formule (31.10) montre que si $\gamma > 1$, le coefficient d'émission ε_ν décroît avec l'augmentation de la fréquence ν. Cette même dépendance par rapport à la fréquence doit être propre aussi à l'intensité rayonnée par un objet quelconque, s'il n'y a pas d'absorption sur le chemin entre cet objet et l'observateur. Nous avons retenu que la diminution de l'intensité avec la croissance de la fréquence est caractéristique également du rayonnement radio des restes des supernovae, la loi de cette décroissance étant donnée par la formule (31.1). De la sorte, le rayonnement radio des restes des supernovae peut être expliqué par une nature synchrotron et par la distribution des électrons relativistes selon les vitesses, donnée par la formule (31.9).

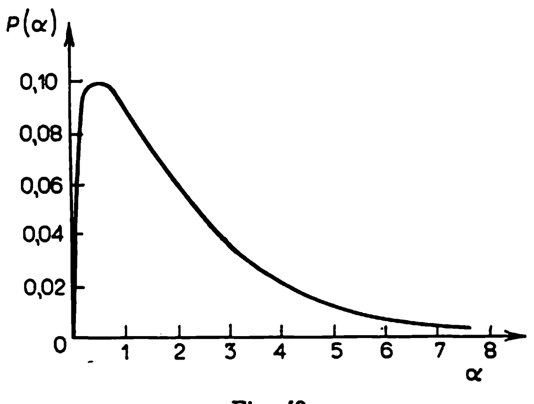


Fig. 42

En particulier, pour la Nébuleuse du Crabe il faut adopter que $\gamma = 1{,}4$, et pour les restes des supernovae 1572 et 1604, $\gamma = 2{,}6$.

En admettant qu'à l'origine du rayonnement radio émis par l'explosion d'une nova il y a un mécanisme synchrotron, nous obtenons l'expression suivante pour le flux de rayonnement radio qui en provient :

$$H_\nu = \frac{V}{r^2} C(\gamma) K H^{\frac{\gamma+1}{2}} \nu^{\frac{1-\gamma}{2}}, \tag{31.11}$$

où V est le volume de la nébuleuse; r, la distance qui nous en sépare. En considérant les quantités H_ν, V et r fournies par des observations, on peut d'après la formule (31.11) calculer la quantité $KH^{\frac{\gamma+1}{2}}$.

La connaissance de cette dernière permet de déterminer la concentration des électrons relativistes dans une nébuleuse. Evidemment, la brillance dans le domaine radio est due surtout aux électrons d'énergie comprise dans un intervalle défini. On peut considérer *grosso modo* que les électrons doivent avoir une énergie qui dépasse la quantité

$$E_1 = mc^2 \left(\frac{2\pi mc\nu}{eH}\right)^{1/2}. \tag{31.12}$$

Pour les ondes métriques avec une intensité du champ de l'ordre de 10^{-4} œrsteds il s'ensuit de (31.12) que $E_1 \approx 10^9$ eV.

Pour la concentration des électrons d'énergie $E > E_1$ on obtient la formule

$$n_1 = \int_{E_1}^{\infty} \frac{K}{E^\gamma} dE = \frac{K}{\gamma-1} \frac{1}{E_1^{\gamma-1}}, \tag{31.13}$$

où il faut porter la formule (31.12) de E_1. Nous voyons que $n_1 \sim KH^{\frac{\gamma-1}{2}}$; donc, pour la détermination de n_1, en plus de la quantité $KH^{\frac{\gamma+1}{2}}$ qui se trouve d'après les données d'observation, il faut connaître encore l'intensité du champ H. Ordinairement, la quantité H s'obtient d'après la condition de l'égalité entre l'énergie du mouvement turbulent et l'énergie magnétique. Pour les nébuleuses qui sont des restes des supernovae on obtient de cette façon que $H \approx 10^{-4}$ Œ. Dans ce cas l'estimation de la concentration des électrons d'énergie dépassant 10^9 eV conduit à des valeurs de l'ordre de 10^{-5} cm^{-3}. Cette concentration constitue une part infime de la concentration totale des électrons libres (qui est de l'ordre de 10^3 cm^{-3}) établie d'après la luminosité des nébuleuses dans les raies de Balmer.

Il convient pourtant de noter que la petitesse de la concentration des électrons relativistes n'autorise pas de conclure sur la petitesse de leur énergie totale dans la nébuleuse. En calculant cette quantité d'après la formule

$$U = V \int_{E_1}^{\infty} n(E)\, E\, dE, \tag{31.14}$$

on obtient qu'elle est de l'ordre de 10^{46} à 10^{47} ergs. Par conséquent, cette énergie peut constituer une part considérable de l'énergie totale émise par l'explosion d'une supernova.

3. Nébuleuse du Crabe. De tous les restes des supernovae la Nébuleuse du Crabe est le mieux étudiée. Elle est non seulement une forte source de rayonnement radio, mais encore elle est assez brillante dans le domaine visible du spectre (magnitude neuf).

Les photographies montrent que la nébuleuse est constituée de deux parties. La partie intérieure est une masse amorphe, et la partie extérieure, un ensemble de filaments minces. Dans la partie amorphe de la nébuleuse apparaît le spectre continu, alors que les filaments possèdent un spectre de raies brillant composé de raies de Balmer d'hydrogène, des raies interdites N II, O II, etc. Les raies sont dédoublées, ce qui est dû à l'expansion de la nébuleuse. Au centre de la nébuleuse on voit deux étoiles faibles dont l'une ne possède pas de raies d'absorption dans le spectre.

On suppose que c'est précisément cette étoile qui a explosé sous la forme d'une supernova.

Pour interpréter le rayonnement radio de la Nébuleuse du Crabe on a avancé l'hypothèse de son origine synchrotron. Par la suite plusieurs faits ont confirmé cette hypothèse. Il convient d'indiquer particulièrement que d'après la théorie le rayonnement synchrotron doit être polarisé, et pour la Nébuleuse du Crabe cette polarisation a été en effet observée.

Pendant un certain temps les astrophysiciens ne parvenaient pas à expliquer l'origine du fort spectre continu de la Nébuleuse du Crabe dans le domaine visible. En avançant l'hypothèse de son apparition sous l'action des mécanismes connus (c'est-à-dire des recombinaisons et des transitions free-free), il fallait affecter à la Nébuleuse des propriétés parfaitement insolites (masse de l'ordre de 20 $M_\odot$ et température électronique de l'ordre de centaines de milliers de degrés). Enfin, I. Chklovski [12] a supposé que le spectre continu dans le domaine visible, tout comme le spectre dans le domaine radio, est d'une origine synchrotron. Autrement dit, les deux spectres, analogues quant à leur nature, sont le prolongement l'un de l'autre. La figure 43 représente le spectre de la Nébuleuse du Crabe, les points marquant les résultats des observations.

Comme il s'ensuit de la formule (31.12), plus la fréquence du rayonnement est élevée, plus l'énergie de l'électron relativiste qui émet ce rayonnement doit être grande. Si le rayonnement radio est dû aux électrons d'énergie de l'ordre de 10^9 eV, pour la création de la luminosité dans le domaine visible du spectre sont donc nécessaires des électrons d'énergie de l'ordre de 10^{11} eV.

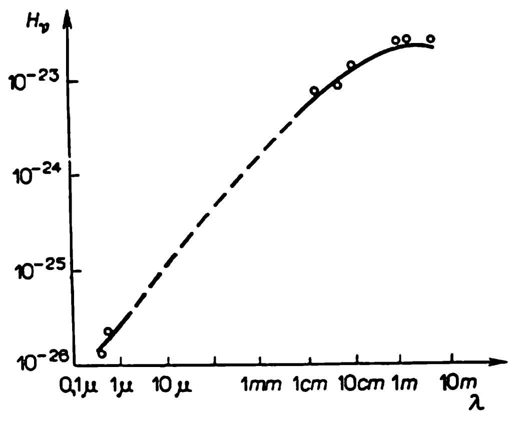


Fig. 43

La validité de l'explication proposée du spectre continu dans le domaine visible du spectre a été confirmée par les résultats des observations de la polarisation de la nébuleuse. De telles observations réalisées d'abord par V. Dombrovski, puis par d'autres chercheurs, ont montré que le degré de polarisation de son rayonnement est très élevé, atteignant 50 % dans ses parties isolées.

Les causes de l'apparition dans la Nébuleuse du Crabe et dans d'autres restes des supernovae des électrons relativistes présentent un grand intérêt. On pourrait penser que les électrons relativistes apparaissent au cours de l'explosion elle-même. Or, il faut prendre en considération que la durée de vie de tels électrons n'est pas longue, puisqu'ils perdent assez vite leur énergie. En particulier, une fraction importante d'énergie est débitée par les électrons pour l'émission lors de leur déplacement dans un champ magnétique. En utilisant la formule (31.5) on obtient que dans ces cas la variation avec le temps de l'énergie d'un électron est déterminée par l'équation :

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{16e^3H}{mc^2}\nu_m\int_0^\infty p(\alpha)\,d\alpha. \qquad (31.15)$$

En y portant l'expression (31.4), on obtient

$$\frac{dE}{dt} = -AH^2E^2, \qquad (31.16)$$

où A est une constante ($A \approx 2{,}4 \cdot 10^{-3}$ si E est exprimée en ergs, H, en œrsteds et t, en secondes). L'intégration de (31.16) donne

$$E = \frac{E_0}{1 + AH^2E_0t}, \tag{31.17}$$

où E_0 est l'énergie initiale de l'électron (pour $t = 0$). Il découle de (31.17) que l'énergie de l'électron diminue de deux fois en un temps

$$t_1 = \frac{1}{AH^2E_0}. \tag{31.18}$$

Pour $E_0 \approx 10^{11}$ eV et $H \approx 10^{-4}$ œrsted on trouve d'après la formule (31.18) que $t_1 = 10^4$ ans. Ce temps dépasse d'un ordre la durée de vie de la Nébuleuse du Crabe, pourtant il faut tenir compte de ce que les électrons peuvent perdre leur énergie encore par d'autres voies (par exemple, par ionisation). On a émis donc l'hypothèse suivant laquelle les électrons relativistes arrivent dans la nébuleuse en provenance de l'étoile encore pendant un certain temps après l'explosion. On a indiqué également les mécanismes éventuels de l'apparition des électrons relativistes dans la nébuleuse elle-même (à ce propos voir § 34).

Disons encore quelques mots sur la partie filamenteuse de la Nébuleuse du Crabe. La luminosité des filaments est produite soit par l'action du rayonnement ultraviolet de la partie amorphe, soit par chauffage lors des collisions avec les particules du milieu interstellaire. D'après l'intensité des raies brillantes on peut déterminer la concentration des électrons libres dans les filaments et leur masse. Il s'avère que la masse de la partie filamenteuse de la nébuleuse est assez grande, de l'ordre de 0,1 $M_\odot$. Probablement la masse de la partie amorphe ne dépasse pas cette quantité. Les estimations des masses des restes des Supernovae 1572 et 1604 (appartenant comme la supernova 1054 au type I) donnent des valeurs quelque peu plus petites. Cependant, on peut dire quand même que les explosions des supernovae projettent des masses bien plus grandes que les explosions des novae ordinaires.

Probablement, lors des explosions des supernovae du type II les masses éjectées sont encore plus grandes que dans les cas des supernovae du type I. D'après les estimations réalisées les masses des restes des supernovae du type II s'avèrent parfois de l'ordre de quelques dizaines de masses solaires. Il faut prendre en considération que les nébuleuses observées actuellement comportent non seulement de la matière éjectée par l'explosion, mais encore la matière du milieu interstellaire capturée par l'enveloppe en expansion. Compte tenu de ce fait pour les masses éjectées par les explosions des supernovae du type II on obtient des valeurs de l'ordre de 1 $M_\odot$. Si ces estimations sont correctes, la grande différence entre les masses des enve-

loppes des supernovae des types I et II témoigne encore des différences dans leur nature physique.

4. Supernovae et rayons cosmiques. Nous avons vu que les nébuleuses formées par les explosions des supernovae comportent un grand nombre d'électrons relativistes. A mesure de l'expansion de la nébuleuse les électrons relativistes se retrouvent dans le milieu interstellaire et commencent à s'y diffuser. En même temps dans le milieu interstellaire apparaissent des particules lourdes de hautes énergies (en particulier, les protons). Le nombre de particules lourdes doit être même plus grand que celui des électrons relativistes du fait que ces derniers, par suite des pertes par rayonnement, ont une durée de vie plus courte que les premiers.

D'autre part, nous pouvons juger de la présence dans l'espace interstellaire des particules de haute énergie d'après le phénomène des rayons cosmiques. On sait que les rayons cosmiques se composent des protons, des particules α et d'un petit nombre (de l'ordre de 1 %) de noyaux des atomes plus lourds. Une question se pose, si les explosions des supernovae ne peuvent-elles pas être à l'origine de la formation des rayons cosmiques?

Pour y répondre nous devons d'abord évaluer la densité d'énergie moyenne des rayons cosmiques dans la Galaxie. D'après le flux des rayons cosmiques frappant l'atmosphère terrestre on obtient pour la densité de leur énergie une valeur de l'ordre de 10^{-12} erg/cm^3. Il convient de noter que cette valeur est relativement grande: d'après l'ordre de grandeur elle coïncide avec la densité moyenne de l'énergie rayonnante dans l'espace interstellaire.

Voyons maintenant quelles densités de l'énergie des rayons cosmiques peuvent produire les explosions des supernovae. On peut admettre que dans la Galaxie les explosions des supernovae ont lieu environ une fois tous les 100 ans, et chaque explosion émet des rayons cosmiques d'une énergie de l'ordre de 10^{47} ergs. Les particules de haute énergie existent dans la Galaxie très longtemps, pendant une période de l'ordre de 10^8 ans (elle est définie par la probabilité des collisions avec les noyaux des atomes interstellaires). L'énergie totale des rayons cosmiques dans la Galaxie, émis par les explosions des supernovae, doit donc être de l'ordre de 10^{53} ergs. En divisant cette énergie par le volume de la Galaxie qui vaut environ 10^{66} cm^3, on obtient pour la densité énergétique une valeur de l'ordre de 10^{-13} erg/cm^3. Puisque cette valeur ne se distingue pas trop de la valeur de l'énergie des rayons cosmiques établie d'après leur flux sur la Terre, l'hypothèse de la production des rayons cosmiques due à l'explosion des supernovae semble très vraisemblable.

Il faut encore signaler un trait fort caractéristique des rayons cosmiques: leur isotropie. Si les rayons cosmiques nous parvenaient de leurs sources immédiates, il faudrait s'attendre que ces sources soient distribuées uniformément dans le ciel. Or, cet impératif est

inutile du fait que l'isotropie des rayons cosmiques est probablement due à la diffusion dans les champs magnétiques galactiques des particules qui les constituent.

D'autres objets encore (étoiles de différents types, sources métagalactiques) étaient envisagés comme sources éventuelles des rayons cosmiques. On a également proposé certains mécanismes d'accélération des particules jusqu'à de très grandes énergies lors de leur déplacement dans la Galaxie (voir en détail [12]).

5. Pulsars. Nous avons déjà dit que l'explosion de la supernova 1054 a donné naissance à la Nébuleuse du Crabe. Actuellement, le reste de la supernova est une étoile très faible à magnitude apparente de 17^m. On a établi récemment que cette étoile appartient à l'un des types les plus frappants des corps célestes, les pulsars.

Les premiers pulsars ont été découverts par le groupe de Hewish en 1967 à la station radioastronomique de Cambridge. Ces objets sont caractérisés par l'émission d'une énergie sur fréquences radio sous la forme d'impulsions séparées à périodicité régulière. Les périodes des pulsars varient de quelques centièmes de seconde à quelques secondes, et la durée des impulsions est des dizaines de fois plus petite.

Actuellement on connaît plus de 300 pulsars. Leur exploration poursuivie par des observatoires différents a conduit à des résultats très intéressants. Il s'avère que les périodes des pulsars ne sont pas constantes, mais augmentent très lentement en doublant en des milliers et des millions d'années. D'autre part, on observe des variations subites de la période (généralement dans le sens de la diminution). Quant à la forme de l'impulsion, elle change très fort d'une impulsion à l'autre, et parfois l'impulsion disparaît tout à fait. Il s'ensuit également des observations que le rayonnement radio des pulsars est sensiblement polarisé. La dépendance de l'intensité de ce rayonnement par rapport à la fréquence s'avère assez compliquée. Dans de différents domaines du spectre on peut la représenter par une loi exponentielle (31.1) à n exposants différents.

Le pulsar de la Nébuleuse du Crabe présente un intérêt particulier. Parmi les objets connus il possède l'une des plus courtes périodes (rien que 0,033 s) et un âge très petit (930 ans). Ce pulsar émet de l'énergie par impulsions non seulement sur fréquences radio, mais encore dans d'autres domaines du spectre, dans les domaines optique et X. La fraction principale de l'énergie est émise par le pulsar dans le domaine des rayons X. Sa luminosité en rayons X (à longueur d'onde depuis 1,2 à 8 Å) est de l'ordre de 10^{35} erg/s. Cette quantité est environ cent fois plus grande que la luminosité apparente d'un pulsar et dix mille fois plus grande que sa luminosité dans le domaine radio.

Probablement le pulsar de la Nébuleuse du Crabe est son « centre d'ctivité ». Une telle vue est confirmée par le mouvement observé

de la matière du centre de la nébuleuse vers la périphérie. On peut penser que le pulsar fournit à la nébuleuse des électrons relativistes nécessaires pour sa luminosité dans le spectre continu.

Puisque l'apparition du pulsar de la Nébuleuse du Crabe est attribuée à l'explosion de la supernova 1054, on a entrepris des tentatives de trouver des pulsars dans d'autres nébuleuses produites par des explosions des supernovae. Dans certains cas ces tentatives se sont couronnées de succès, tandis que dans d'autres on n'a pas décelé des pulsars, bien que les centres d'activité soient observés.

La conclusion sur les dimensions des pulsars qui doivent être très petites, présente un grand intérêt pour comprendre la nature de ces objets. Ceci se déduit de la brièveté observée des impulsions du rayonnement provenant des pulsars. Si Δt est la durée de l'impulsion et c, la vitesse de la lumière, la dimension linéaire de la région émettrice doit satisfaire à l'inégalité $R \leqslant c\Delta t$ (du fait que le rayonnement émis par la partie plus éloignée de la région retarde d'un temps R/c par rapport au rayonnement émis par la partie la plus proche). En adoptant $\Delta t \approx 0{,}01$ s, on obtient que la dimension de la région émettrice ne dépasse pas 1000 km. Cette même conclusion peut être tirée également de la petitesse des périodes des pulsars. Comme mécanisme responsable de la pulsation de l'éclat on peut envisager les oscillations d'un corps ou sa rotation. Dans les deux cas, avec la masse du corps proche de la masse du Soleil et la période d'environ 0,1 s, on obtient pour le rayon du corps des valeurs de l'ordre de 100 km.

La conclusion sur les dimensions extrêmement petites des pulsars a conduit à l'hypothèse d'après laquelle ce sont des étoiles à neutrons. La possibilité de l'existence de telles étoiles a été prédite par Landau dès 1932. Ces étoiles dans lesquelles la pression du gaz dégénéré nucléonique équilibre la force gravifique doivent avoir des rayons de l'ordre de 10 km.

Bien entendu le modèle d'un pulsar sous la forme d'une étoile à neutrons à émission thermique ne peut pas expliquer les caractéristiques observées des pulsars. De nos jours on considère que le modèle le plus acceptable est celui du pulsar proposé par Gold. Il représente une étoile à neutrons animée d'une rotation rapide à fort champ magnétique, l'axe magnétique formant un certain angle avec l'axe de rotation. Puisqu'on admet que la période d'un pulsar est égale à la période de rotation de l'étoile, la vitesse de rotation à son équateur doit être de l'ordre de 10^8 cm/s. Une étoile peut subir une telle rotation sans se désagréger. L'intensité probable du champ magnétique à la surface d'une telle étoile atteint des valeurs de l'ordre de 10^{12} œrsteds.

Un champ magnétique aussi fort assure une liaison rigide de l'étoile avec le plasma qui l'entoure et qui tourne avec elle. Cette rotation commune cesse à la frontière où la vitesse de rotation de-

vient de l'ordre de la vitesse de la lumière. Lorsque le plasma traverse cette frontière, apparaît le rayonnement de freinage magnétique tangent à la frontière. Pour expliquer le type impulsionnel du rayonnement, il faut admettre l'instabilité du plasma en un lieu donné. Lorsque ce plasma traverse la frontière citée, une certaine région peu grande s'illumine. La rotation de cette région et la directivité du rayonnement font qu'il se forme une espèce de phare.

D'après le modèle décrit c'est l'énergie de rotation qui est responsable de la luminosité d'un pulsar. Par conséquent, avec le temps, la vitesse de rotation de l'étoile doit diminuer. En connaissant l'énergie émise par un pulsar, ainsi que la masse et la vitesse de la rotation de l'étoile on peut calculer sans peine l'augmentation de la période par unité de temps. Les valeurs calculées de cette quantité sont en accord avec les données d'observation y décrites. Pour expliquer les oscillations subites de la période on a émis l'hypothèse qu'elles sont provoquées par la reconstruction de l'écorce solide de l'étoile à neutrons.

Les résultats des explorations des pulsars sont exposés avec force détails dans les ouvrages [14], [15], [16], etc.

Bibliographie du Chapitre VI

1. SOBOLEV V. Enveloppes en mouvement des étoiles. Léningrad, Editions de l'Université de Léningrad, 1947 (en russe).
2. GORBATSKI G., MININE I. Etoiles non stables. Moscou, Fizmatghiz, 1963 (en russe).
3. VORONTSOV-VÊLIAMINOV B. Nébuleuses gazeuses et novae. Moscou, Editions de l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S., 1948 (en russe).
4. AMBARTSOUMIAN V. Œuvres scientifiques, t. II. Erévan, Editions de l'Académie des Sciences de la R.S.S. d'Arménie, 1960 (en russe).
5. Etoiles éruptives. Erévan, Editions de l'Académie des Sciences de la R.S.S. d'Arménie, 1977 (en russe).
6. MIRZOYAN L. Non-stationnarité dans l'évolution des étoiles. Erévan, Editions de l'Académie des Sciences de la R.S.S. d'Arménie, 1981 (en russe).
7. GOURZADIAN G. Etoiles éruptives. Moscou, Naouka, 1973 (en russe).
8. GUERCHBERG R. Etoiles éruptives de petites masses. Moscou, Naouka, 1978 (en russe).
9. Etoiles, nébuleuses, galaxies. Erévan, Editions de l'Académie des Sciences de la R.S.S. d'Arménie, 1969 (en russe).
10. KRAFT R.P. Cataklismic Variables as Binary Stars. 1963.
11. GORBATSKI V. Novoïdes et novae. Moscou, Naouka, 1974 (en russe).
12. CHKLOVSKI I. Supernovae. Moscou, Naouka, 1966 (en russe).
13. GUINZBURG V., SYROVATSKI S. Origine des rayons cosmiques. Moscou, Editions de l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S., 1963 (en russe).
14. KAPLAN S., TSYTOVITCH V. Astrophysique plasmique. Moscou, Naouka, 1972 (en russe).
15. DYSON F., TER-HAAR D. Etoiles à neutrons et pulsars. Moscou, Mir, 1973.
16. SMITH F. G. Pulsars. Cambrige (U.K) : Cambrige University Press, 1977.

CHAPITRE VII

MILIEU INTERSTELLAIRE

Dans notre Galaxie la matière interstellaire se trouve aussi bien sous la forme de poussière que sous la forme de gaz. L'existence de la poussière interstellaire se découvre en premier lieu par l'absorption dans le spectre continu de la lumière des étoiles. Cette absorption est sélective : dans la partie rouge du spectre elle est plus faible que dans la partie violette, et pour cette raison les objets éloignés nous semblent légèrement « rougis ».

Dans certains secteurs du ciel l'absorption s'avère particulièrement forte. Elle est due aux nébuleuses de poussières sombres qui se trouvent relativement près de nous. On observe également dans la Galaxie des nébuleuses de poussières claires qui s'illuminent en reflétant le rayonnement des étoiles.

La présence de gaz dans l'espace interstellaire est révélée par les raies d'absorption qu'il provoque dans les spectres stellaires. Près des étoiles chaudes le gaz est fortement ionisé, il s'illumine grâce à l'énergie ultraviolette des étoiles. Le rayonnement interstellaire du gaz, aussi bien dans le spectre de raies que dans le spectre continu, est observé non seulement dans le domaine visible du spectre, mais aussi dans celui des fréquences radio.

La concentration de la matière interstellaire est particulièrement forte vers le plan de la Galaxie. En première approximation on admet qu'elle forme une couche homogène ou que sa densité décroît d'après une loi exponentielle avec l'éloignement du plan galactique.

En réalité, la matière interstellaire est très inhomogène, elle est caractérisée par des fluctuations très fortes de la densité. Quelquefois on admet qu'elle se compose de nuages isolés se déplaçant l'un par rapport à l'autre. Il convient de noter que si à un certain moment la matière interstellaire était homogène, alors après un certain temps, grâce aux mouvements des étoiles et à la pression de rayonnement produite, il se formerait des régions à densité réduite et accrue.

La quantité de matière interstellaire dans la Galaxie est très grande. Sa masse constitue probablement environ un centième de la masse des étoiles. Aussi, la matière interstellaire doit-elle jouer un grand rôle dans les processus aussi bien physiques que cosmogoniques dont la Galaxie est le siège.

§ 32. Poussière interstellaire

1. Liaison entre les étoiles et les nébuleuses. Comme nous l'avons déjà dit, la luminosité des nébuleuses est due à l'action du rayonnement des étoiles. On peut presque toujours indiquer exactement l'étoile, ou le groupe d'étoiles, responsable de la luminosité de la nébuleuse donnée. Comme le montrent les observations, la luminosité des nébuleuses gazeuses est produite par des étoiles très chaudes (des classes spectrales O et B0). On comprend sans peine qu'il en est ainsi du fait que l'énergie de l'ultraviolet des étoiles plus froides est trop faible pour assurer la luminosité perceptible d'une nébuleuse dans le domaine visible du spectre. Il s'ensuit des observations également que les nébuleuses de poussière s'illuminent surtout sous l'action du rayonnement des étoiles plus froides (des classes spectrales plus avancées que B1). A première vue l'absence de nébuleuses de poussière reflétant le rayonnement des étoiles chaudes semble étrange. Pour expliquer ce phénomène on a émis certaines hypothèses. D'après l'une d'elles les étoiles chaudes qui possèdent en même temps une luminosité élevée repoussent d'elles la poussière par la pression de rayonnement. D'après une autre hypothèse, sous l'action du rayonnement d'une étoile chaude la poussière se transforme en gaz. En réalité, les données d'observation mentionnées s'expliquent probablement par le fait que les nébuleuses de poussière contiennent toujours une certaine quantité de gaz. Si la nébuleuse se trouve près d'une étoile froide, la poussière s'illumine et le gaz ne s'illumine pas. Mais si près d'une nébuleuse se trouve une étoile chaude, alors la poussière et le gaz s'illuminent. Toutefois, le gaz s'illumine bien plus vivement que la poussière, car l'ultraviolet d'une étoile chaude est bien plus intense que son rayonnement dans le domaine visible du spectre.

Il est intéressant d'établir le caractère de la liaison entre une nébuleuse et l'étoile qui l'éclaire. L'étoile et la nébuleuse peuvent être liées entre elles de façon génétique (c'est-à-dire par une origine commune), mais peuvent également se rencontrer par hasard dans leur mouvement à travers la Galaxie. Ambartsoumian et Gordeladzé [1] ont résolu ce problème de la façon suivante.

Si la liaison entre la nébuleuse et l'étoile est aléatoire, les nombres de nébuleuses liées aux étoiles de différentes classes spectrales doivent être proportionnels aux parties de l'espace éclairées par les étoiles de ces classes. Voyons si cette proportionnalité est respectée dans la réalité.

Chaque étoile éclaire autour d'elle un volume V et l'éclairement à l'intérieur de ce volume dépasse une certaine valeur critique E. Lorsqu'une nébuleuse parvient dans ce volume, elle devient brillante, alors que hors de ce volume elle est obscure. Il est évident que pour une étoile de luminosité L le rayon r_0 du volume indiqué est

déterminé par la relation:

$$E = \frac{L}{4\pi r_0^2}, \tag{32.1}$$

alors que le volume lui-même vaut

$$V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{L}{4\pi E}\right)^{3/2}. \tag{32.2}$$

La luminosité L étant liée à la magnitude absolue M de l'étoile par la relation $L \sim 10^{-0,4M}$, au lieu de (32.2) on a

$$V = V_0 \cdot 10^{-0,6M}, \tag{32.3}$$

où V_0 est le volume V pour une étoile de magnitude absolue nulle.

Soit $\varphi(M)$ la fonction de luminosité des étoiles de la classe spectrale donnée, c'est-à-dire que $\varphi(M)\,dM$ est la probabilité que la magnitude absolue de l'étoile est comprise dans l'intervalle de M à $M + dM$. Alors, la valeur moyenne du volume V des étoiles de cette classe est

$$\overline{V} = V_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(M) \cdot 10^{-0,6M}\, dM. \tag{32.4}$$

Si nous désignons par n le nombre d'étoiles de la classe spectrale donnée dans une unité de volume, la quantité $n\overline{V}$ représente la part cherchée de l'espace éclairé par ces étoiles.

Pour calculer l'intégrale (32.4) Ambartsoumian a proposé d'utiliser l'équation intégrale fondamentale de la statistique stellaire:

$$N(m) = \Omega \int_0^{\infty} n(r)\, \varphi(M)\, r^2\, dr, \tag{32.5}$$

où $N(m)$ est le nombre d'étoiles de la classe spectrale envisagée de magnitude apparente de $m - 1/2$ à $m + 1/2$, comprises dans l'angle solide Ω. Admettons que la distribution des étoiles dans l'espace est régulière, c'est-à-dire $n = \text{const}$. Alors, compte tenu de la formule connue

$$M = m + 5 - 5 \lg r, \tag{32.6}$$

au lieu de (32.5) on obtient

$$N(m) = \frac{\Omega n}{5 \lg e} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(M) \cdot 10^{0,6(m-M)+3}\, dM. \tag{32.7}$$

Ici l'absorption de la lumière dans la Galaxie n'est pas prise en considération. En comparant les relations (32.4) et (32.7), on trouve :

$$n\overline{V} = \frac{N(m)\,V_0}{\Omega} \cdot 10^{-3-0,6m}\, 5 \lg e. \qquad (32.8)$$

La formule (32.8) permet de déterminer aisément la quantité $n\overline{V}$ d'après les données d'observation. Les valeurs de cette quantité pour les étoiles des classes spectrales différentes sont données dans le Tableau 49. Le même tableau donne à titre de comparaison le nombre de nébuleuses éclairées par les étoiles de ces classes.

Tableau 49

Comparaison des parts de l'espace éclairé par les étoiles de différentes classes avec les nombres de nébuleuses illuminées par l'action du rayonnement de ces étoiles

Classe spectrale	$n\overline{V}\cdot 10^4$	Nombre de nébuleuses	Classe spectrale	$n\overline{V}\cdot 10^4$	Nombre de nébuleuses
O	0,2	11	F	0,25	2
B0	0,6	7	G	0,18	1
B1-B9	2,9	54	K	0,25	2
A	0,8	5	M	0,02	0

On voit que dans les colonnes du Tableau 49 les nombres sont à peu près proportionnels entre eux. On peut en tirer la conclusion que la liaison entre les nébuleuses et les étoiles est aléatoire.

En toute rigueur, les données pour les étoiles des classes O et B0 ne devraient pas être portées dans le tableau du fait que ces étoiles sont liées aux nébuleuses de gaz et non pas aux nébuleuses de poussière. Le volume de l'espace éclairé par une telle étoile ne sera pas déterminé par la formule (32.2).

On peut tirer du tableau encore une conclusion importante. Si l'on additionne tous les nombres $n\overline{V}$, on obtient la part de l'espace éclairée par toutes les étoiles. Cette part est égale à $5\cdot 10^{-4}$. Puisque les seules nébuleuses qui se trouvent dans les parties éclairées de l'espace sont illuminées, on aboutit à la conclusion que le nombre de nébuleuses brillantes dans la Galaxie est environ 2000 fois plus petit que celui des nébuleuses obscures.

Ainsi le nombre de nébuleuses obscures dans la Galaxie est très grand. En l'évaluant et en adoptant une certaine valeur moyenne de l'épaisseur optique de la nébuleuse, obtenue d'après les observations des nébuleuses obscures connues, on peut déterminer la grandeur d'absorption moyenne due aux nébuleuses sur une unité de parcours. Cette grandeur est environ égale à la grandeur obtenue par observa-

tion de l'absorption totale de la lumière dans la Galaxie (de l'ordre d'une magnitude par kiloparsec dans le plan galactique). On peut donc admettre que l'absorption totale de la lumière dans la Galaxie est due surtout à la présence d'un grand nombre de nébuleuses de poussière. En raison de la distribution aléatoire des nébuleuses l'absorption de la lumière dans la Galaxie est très irrégulière. Si une nébuleuse se trouve près de nous et son épaisseur optique est relativement grande, sa présence est révélée par la diminution notable du nombre d'étoiles jusqu'à une magnitude définie dans la région donnée du ciel.

2. Fluctuations d'éclat de la Voie Lactée. La structure floconneuse du milieu interstellaire conduit à une grande différence dans l'éclat du ciel dans des directions différentes. En donnant le nombre de nébuleuses, ou comme on le dit parfois de nuages, par unité de parcours et leur pouvoir d'absorption, nous pouvons déterminer la probabilité de tels ou tels éclats. Faisons-le en suivant l'ouvrage d'Ambartsoumian [1].

Prenons pour simplifier le plan de la Galaxie et supposons que dans ce plan la distribution des étoiles est régulière. Désignons par ε le coefficient d'émission défini par les étoiles. Admettons que la transparence de toutes les nébuleuses est la même, égale à q. Notons $n(s)$ le nombre de nébuleuses situées dans la direction donnée à la distance s de nous. Alors, l'intensité de rayonnement qui nous parvient dans cette direction est

$$\varepsilon \int_0^\infty q^{n(s)}\, ds.$$

Le comportement de la fonction en nombres entiers $n(s)$ est différent dans les directions différentes, ce qui détermine justement l'apparition des fluctuations d'éclat dans le ciel.

Soit $f(I)$ la probabilité que l'intensité de rayonnement est inférieure à I, c'est-à-dire

$$f(I) = P\left(\varepsilon \int_0^\infty q^{n(s)}\, ds < I\right). \tag{32.9}$$

Pour calculer la fonction $f(I)$ appliquons le procédé suivant.

Récrivons la formule (32.9) sous la forme

$$f(I) = P\left(\varepsilon \int_0^a q^{n(s)}\, ds + \varepsilon q^{n(a)} \int_a^\infty q^{n(s)-n(a)}\, ds < I\right), \tag{32.10}$$

où a est une petite distance. On peut admettre que la quantité $n(a)$ acquiert soit la valeur $n(a) = 0$, soit $n(a) = 1$. Notons ν le nombre moyen de nuages par unité de chemin. Alors la probabilité de la

première des valeurs citées $n(a)$ sera $1 - \nu a$, et la probabilité de la deuxième, νa. Pour de petits a, on peut négliger les probabilités des autres valeurs. Evidemment, dans le premier des cas examinés l'intégrale $\int_0^a q^{n(s)}\,ds$ est égale à a, et dans le deuxième, à $a\vartheta$, où $0 < \vartheta < 1$. Au lieu de la relation (32.10) on obtient donc

$$f(I) = (1 - \nu a)\, P\left(\varepsilon \int_a^\infty q^{n(s)-n(a)}\,ds < I - a\varepsilon\right) +$$

$$+ \nu a P\left(\varepsilon \int_a^\infty q^{n(s)-n(a)}\,ds < \frac{I - a\vartheta\varepsilon}{q}\right). \qquad (32.11)$$

Puisqu'en changeant l'emplacement d'où se poursuit l'observation la probabilité de mesurer tel ou tel éclat ne doit pas changer, on a

$$P\left(\varepsilon \int_a^\infty q^{n(s)-n(a)}\,ds < I\right) = P\left(\varepsilon \int_0^\infty q^{n(s)}\,ds < I\right). \qquad (32.12)$$

I s'ensuit que l'équation (32.11) devient

$$f(I) = (1 - \nu a)\, f(I - a\varepsilon) + \nu a f\left(\frac{I - a\vartheta\varepsilon}{q}\right). \qquad (32.13)$$

En utilisant la petitesse de a, on trouve au lieu de (32.13)

$$f(I) = (1 - \nu a)\,[f(I) - a\varepsilon f'(I)] + \nu a f\left(\frac{I}{q}\right) \qquad (32.14)$$

ou

$$f(I) + \frac{\varepsilon}{\nu} f'(I) = f\left(\frac{I}{q}\right). \qquad (32.15)$$

Introduisons au lieu de I l'éclat adimensionnel u égal à

$$u = I\,\frac{\nu}{\varepsilon}. \qquad (32.16)$$

Alors, pour calculer la fonction $f(u)$ on a l'équation

$$f(u) + f'(u) = f\left(\frac{u}{q}\right). \qquad (32.17)$$

Désignons par $g(u)\,du$ la probabilité que l'éclat adimensionnel u est compris dans l'intervalle de u à $u + du$. Puisque $g(u) = f'(u)$, on obtient d'après l'équation (32.17)

$$g(u) + g'(u) = \frac{1}{q}\, g\left(\frac{u}{q}\right). \qquad (32.18)$$

L'équation (32.18) est l'équation cherchée. On peut aisément en tirer l'expression de la fonction $g(u)$ sous la forme d'une certaine série. L'équation (32.18) rend également possible le calcul des moments de la fonction $g(u)$, c'est-à-dire de la quantité

$$\overline{u^k} = \int_0^\infty u^k g(u)\,du \qquad (32.19)$$

sans calculer au préalable la fonction $g(u)$.

Cherchons, par exemple, les quantités $\overline{u}$ et $\overline{u^2}$ présentant de l'intérêt pour certaines applications de la théorie. En multipliant l'équation (32.18) par u, en intégrant sur u dans les limites de 0 à ∞ et en utilisant les conditions de normalisation de la fonction $g(u)$, on obtient

$$\overline{u} = \frac{1}{1-q}. \qquad (32.20)$$

Après la multiplication de (32.18) par u^2 et l'intégration on obtient d'une façon analogue

$$\overline{u^2} = \frac{2}{(1-q)(1-q^2)}. \qquad (32.21)$$

Les formules (32.20) et (32.21) permettent d'obtenir l'expression suivante de l'écart quadratique moyen relatif

$$\frac{\overline{(u-\overline{u})^2}}{\overline{u}^2} = \frac{\overline{u^2}}{\overline{u}^2} - 1 = \frac{1-q}{1+q}. \qquad (32.22)$$

Les résultats théoriques décrits peuvent être comparés avec les données d'observation. Pour ces dernières on prend les cartes photométriques de la Voie Lactée. Sur la base de ces cartes on trouve l'éclat moyen $\overline{I}$ et l'écart quadratique moyen relatif $\overline{(I-\overline{I})^2}/\overline{I}^2$. A l'aide des formules (32.16) et (32.20) on obtient

$$\overline{I} = \frac{\varepsilon}{\nu}\overline{u} = \frac{\varepsilon}{\nu}\,\frac{1}{1-q}. \qquad (32.23)$$

En utilisant également la formule (32.22), on trouve

$$\frac{\overline{(I-\overline{I})^2}}{\overline{I}^2} = \frac{1-q}{1+q}. \qquad (32.24)$$

Les premiers membres des relations obtenues étant fournis par les observations, ces relations rendent possible le calcul de q et de ε/ν.

Par la méthode décrite pour la transparence moyenne d'un nuage on a obtenu la valeur $q = 0,8$. Par conséquent, lorsque la lumière d'une étoile passe à travers un nuage, l'éclat de l'étoile faiblit de

0,25 magnitude. La formule (32.23) a permis également de trouver la valeur de la quantité ε/ν. La quantité ε étant connue des calculs stellaires, ceci a permis de déterminer la quantité ν. Il s'est avéré qu'en moyenne quatre nébuleuses se trouvent sur le chemin de 1 kiloparsec. De la sorte, dans la Galaxie, les nébuleuses de poussière réalisent une absorption égale à environ une magnitude par kiloparsec. Ce résultat concorde avec la grandeur d'absorption obtenue à partir des données d'observation sur l'affaiblissement de la lumière des objets éloignés dans le plan galactique.

La présence de matière sous forme de poussière dans la Galaxie définit l'absorption non seulement de la lumière des étoiles, mais encore de celle des nébuleuses extragalactiques, c'est-à-dire des autres galaxies. On sait que le nombre de nébuleuses extragalactiques N décroît jusqu'à une certaine magnitude avec la diminution de la latitude galactique b. De plus, la région du ciel au voisinage de l'équateur galactique est une « zone d'absence » pour les nébuleuses extragalactiques. Ceci s'explique par le fait qu'avec la diminution de b, le chemin optique du rayon dans la couche de matière absorbante croît. D'après la variation de la quantité N en fonction de b, on peut déterminer l'épaisseur optique de cette couche, qui s'avère de l'ordre de 0,5. On peut également examiner la variation de la quantité N en fonction de la longitude galactique l pour b constant. Avec la variation de l la quantité N manifeste des fluctuations importantes dues à la distribution aléatoire des nébuleuses de poussière dans la Galaxie. Ambartsoumian a élaboré une théorie des fluctuations du nombre de nébuleuses extragalactiques et sur la base de cette théorie il a déterminé l'épaisseur optique moyenne d'un nuage.

3. Luminescence des nébuleuses de poussière. Les nébuleuses de poussière sont illuminées par le rayonnement des étoiles qu'elles reflètent, si bien qu'on leur donne parfois le nom de nébuleuses à réflexion. D'après la luminescence d'une nébuleuse on peut juger de la nature des particules de poussière. Il est clair qu'à cette fin il faut associer les éclats observés des nébuleuses aux quantités caractéristiques du processus de diffusion de la lumière dans un volume élémentaire.

La détermination théorique des éclats des nébuleuses présente de grandes difficultés. L'une d'elles est due aux formes géométriques complexes. Une autre est due à ce que chaque volume élémentaire de la nébuleuse diffuse le rayonnement issu non seulement de l'étoile, mais aussi des autres parties de la nébuleuse. Autrement dit, les nébuleuses sont le siège d'une diffusion multiple de la lumière.

Cependant, pour résoudre le problème des propriétés optiques des grains de poussière nous n'avons aucun besoin d'examiner les formes complexes des nébuleuses, il suffit d'envisager des formes simples. Nous allons décrire une nébuleuse sphérique homogène avec une étoile en son centre. Certaines nébuleuses observées peuvent pro-

bablement être considérées comme sphériques du fait que leurs isophotes sont proches de cercles.

Supposons qu'une étoile de luminosité L se trouve au centre d'une nébuleuse sphérique de rayon r_0. Caractérisons les propriétés optiques de la matière de la nébuleuse par le coefficient d'absorption volumique α, la probabilité de la survie d'un quantum dans l'acte de diffusion élémentaire λ (cette quantité peut également être appelée albédo d'une particule) et l'indicatrice de diffusion $x(\gamma)$, où γ est l'angle entre la direction du rayonnement frappant le volume donné et la direction du rayonnement diffusé par ce volume. On sous-entend que les quantités α, λ et $x(\gamma)$ dépendent de la fréquence.

Considérons le processus de diffusion multiple de la lumière dans une nébuleuse. Notons I l'intensité cherchée du rayonnement diffusé. Elle dépend aussi bien de la distance r à l'étoile que de l'angle ϑ entre la direction du rayonnement et le rayon vecteur. Dans le cas de la symétrie sphérique l'équation de transfert du rayonnement, qui sert à déterminer la quantité I, s'écrit:

$$\cos\vartheta \frac{\partial I}{\partial r} - \frac{\sin\vartheta}{r} \frac{\partial I}{\partial\vartheta} = -\alpha I + \varepsilon, \tag{32.25}$$

où ε est le coefficient d'émission volumique. En introduisant les notations $\tau = \alpha r$ et $\varepsilon = \alpha S$, au lieu de l'équation (32.25) on obtient:

$$\cos\vartheta \frac{\partial I(\tau, \vartheta)}{\partial\tau} - \frac{\sin\vartheta}{\tau} \frac{\partial I(\tau, \vartheta)}{\partial\vartheta} = -I(\tau, \vartheta) + S(\tau, \vartheta). \tag{32.26}$$

La quantité S est définie par la diffusion de la lumière incidente sur le volume donné en provenance aussi bien de l'étoile que de la nébuleuse. Elle peut donc être mise sous la forme

$$S = \lambda \int I x(\gamma) \frac{d\omega}{4\pi} + \frac{\lambda x(\vartheta) L}{16\pi^2 r^2} e^{-\tau}, \tag{32.27}$$

où l'intégration se fait sur toutes les directions. En admettant qu'au point donné la direction du rayonnement est caractérisée par l'angle polaire ϑ et l'azimut φ, on obtient

$$\cos\gamma = \cos\vartheta\cos\vartheta' + \sin\vartheta\sin\vartheta'\cos(\varphi - \varphi') \tag{32.28}$$

et $d\omega = \sin\vartheta'\, d\vartheta'\, d\varphi'$. Introduisons les notations

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x(\gamma)\, d\varphi = p(\vartheta, \vartheta') \tag{32.29}$$

et

$$\frac{L\alpha^2}{16\pi^2} = A, \tag{32.30}$$

pour trouver au lieu de l'équation (32.27):

$$S(\tau, \vartheta) = \frac{\lambda}{2}\int_0^{\pi} I(\tau, \vartheta')\, p(\vartheta, \vartheta') \sin\vartheta'\, d\vartheta' + \lambda x(\vartheta)\frac{A}{\tau^2} e^{-\tau}. \quad (32.31)$$

De la sorte, pour établir les fonctions cherchées $S(\tau, \vartheta)$ et $I(\tau, \vartheta)$ on dispose des équations (32.26) et (32.31). Il faut encore y ajouter la condition aux limites qui traduit le fait qu'il n'y a pas de rayonnement incident sur la nébuleuse depuis l'extérieur.

D'après les équations (32.26) et (32.31) nous pouvons obtenir l'équation intégrale qui détermine la fonction $S(\tau, \vartheta)$. A cet effet il faut trouver d'abord la quantité $I(\tau, \vartheta)$ à partir de l'équation (32.26) et la porter dans l'équation (32.31).

Dans le cas d'une indicatrice de diffusion sphérique, c'est-à-dire avec $x(\gamma) = 1$, la quantité S dépend seulement de τ. Dans notre cas on déduit l'équation intégrale citée sous la forme

$$\tau S(\tau) = \frac{\lambda}{2}\int_0^{\tau_0} [E_1|\tau - \tau'| - E_1(\tau + \tau')]\, S(\tau')\, \tau'\, d\tau' + \frac{\lambda A}{\tau} e^{-\tau}, \quad (32.32)$$

où $\tau_0 = \alpha r_0$ est le rayon optique de la nébuleuse.

Avec $\tau_0 = \infty$ on trouve aisément la solution exacte de l'équation (32.32). En introduisant la fonction

$$U(\tau) = \int_\tau^\infty S(\tau)\, \tau\, d\tau, \quad (32.33)$$

on a pour sa détermination l'équation

$$U(\tau) = \frac{\lambda}{2}\int_0^\infty [E_1|\tau - \tau'| + E_1(\tau + \tau')]\, U(\tau')\, d\tau' + \lambda A E_1 \tau. \quad (32.34)$$

En désignant par $\Gamma(\tau, \tau')$ la résolvante de l'équation (32.34) et en admettant que $\Gamma(\tau, 0) = \Phi(\tau)$ on voit que $U(\tau) = A\Phi(\tau)$, et donc

$$S(\tau) = -\frac{A}{\tau}\Phi'(\tau). \quad (32.35)$$

Quant à la fonction $\Phi(\tau)$, elle a été déterminée précédemment par la formule (27.21). En l'utilisant on trouve

$$S(\tau) = \frac{A}{\tau}\left\{4\lambda \int_1^\infty \frac{x^2 e^{-x\tau}\, dx}{(\lambda\pi)^2 + \left(2x + \lambda \ln\frac{x-1}{x+1}\right)^2} + \frac{2k^2(1-k^2)}{\lambda + k^2 - 1} e^{-k\tau}\right\}, \quad (32.36)$$

où la quantité k est liée à λ par l'équation $\frac{\lambda}{2k} \ln \frac{1+k}{1-k} = 1$. La fonction $S(\tau)$ inclut sous la forme de terme la quantité

$$S_1(\tau) = \frac{\lambda A}{\tau^2} e^{-\tau}, \tag{32.37}$$

qui représente la fonction $S(\tau)$ due à la diffusion de premier ordre. Le Tableau 50 donne les valeurs du rapport $S(\tau)/S_1(\tau)$ calculées à l'aide des formules (32.36) et (32.37) pour des valeurs différentes de l'albédo de la particule λ.

Tableau 50

Valeurs de la quantité $S(\tau)/S_1(\tau)$

τ \ λ	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0	τ \ λ	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,0	1,47	2,00	2,92	4,89	8,92
0,1	1,07	1,12	1,17	1,24	1,29	1,5	1,65	2,47	4,11	8,50	20,9
0,2	1,12	1,23	1,35	1,51	1,65	2,0	1,80	2,94	5,50	13,8	45,0
0,4	1,22	1,43	1,70	2,14	2,66	2,5	1,95	3,42	7,11	21,4	92,0
0,6	1,31	1,62	2,08	2,90	4,11	3,0	2,08	3,91	8,98	32,1	181
0,8	1,40	1,82	2,49	3,81	6,13						

Le tableau montre clairement quel est le rôle de la diffusion des ordres supérieurs pour différents λ. Pour chaque λ il existe autour de l'étoile une région dans laquelle la diffusion des ordres supérieurs joue un rôle plus petit que la diffusion unitaire, mais hors de cette région la situation est inverse. Les dimensions de la région mentionnée sont d'autant plus grandes que λ est plus petit. Cependant il ne faut pas oublier que dans les nébuleuses réelles la quantité τ_0 est finie et l'indicatrice de diffusion se distingue de l'indicatrice sphérique. Les résultats portés dans le Tableau 50 n'ont donc qu'un caractère illustratif en ce qui concerne les nébuleuses.

Pour un rayon optique τ_0 quelconque de la nébuleuse et une indicatrice de diffusion $x(\gamma)$ arbitraire les équations (32.26) et (32.31) peuvent être résolues par une méthode approchée. Dans ce cas la quantité $S(\tau, \vartheta)$ s'écrit:

$$S(\tau, \vartheta) = \lambda x(\vartheta) \frac{A}{\tau^2} e^{-\tau} + \Delta S(\tau, \vartheta, x_1, \lambda, \tau_0), \tag{32.38}$$

où la prise en considération de la diffusion du premier ordre est exacte, alors que celle des ordres supérieurs est approchée. Dans ces conditions la quantité ΔS dépend non pas de toute l'indicatrice de diffusion, mais seulement du paramètre x_1 qui est le premier coefficient du développement de $x(\gamma)$ selon les polynômes de Legendre.

Si la fonction S (τ, ϑ) est connue, on peut trouver aisément la distribution de l'éclat selon le disque de la nébuleuse (fig. 44). Désignons par I (ρ) l'intensité du rayonnement issu de la nébuleuse à la distance ρ au centre du disque (noté précédemment I (τ_0, ϑ_0)).

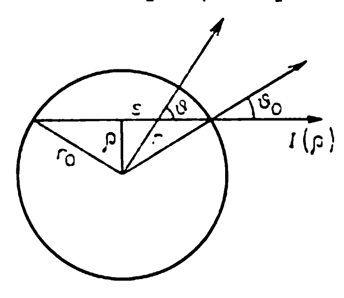


Fig. 44

Comme il s'ensuit de l'équation de transfert du rayonnement, la quantité I (ρ) vaut:

$$I(\rho) = \int_{-s_0}^{s_0} S(\tau, \vartheta)\, e^{-\alpha(s_0 - s)} \alpha\, ds, \qquad (32.39)$$

où $s_0 = \sqrt{r_0^2 - \rho^2}$. En passant ici à la nouvelle variable d'intégration ϑ à l'aide des relations $\tau = \alpha\rho/\sin \vartheta$ et $s = \rho \operatorname{cotg} \vartheta$, on obtient

$$I(\rho) = \int_{\vartheta_0}^{\pi-\vartheta_0} S\left(\frac{\alpha\rho}{\sin\vartheta}, \vartheta\right) e^{-\alpha\left(\sqrt{r_0^2-\rho^2} - \rho \operatorname{ctg}\vartheta\right)} \frac{\alpha\rho\, d\vartheta}{\sin^2\vartheta}, \qquad (32.40)$$

où $\sin \vartheta_0 = \rho/r_0$.

La connaissance de la quantité I (ρ) permet de calculer la luminosité de la nébuleuse qui, évidemment, vaut

$$L_n = 4\pi \cdot 2\pi \int_0^{r_0} I(\rho)\, \rho\, d\rho. \qquad (32.41)$$

Pour le rapport de la luminosité de la nébuleuse L_n à la luminosité observée de l'étoile L_* on trouve

$$\frac{L_n}{L_*} = \frac{8\pi^2 \int_0^{r_0} I(\rho)\, \rho\, d\rho}{Le^{-\tau_0}}. \qquad (32.42)$$

Les valeurs théoriques des quantités I (ρ) et L_n / L_* peuvent être comparées avec les résultats des observations. Par une telle comparaison on peut essayer de déterminer les propriétés optiques de la nébuleuse, c'est-à-dire les quantités τ_0, λ et x (γ).

L'obtention de certains renseignements sur ces quantités est particulièrement simple pour une nébuleuse de faible rayon optique ($\tau_0 \ll 1$). Dans ce cas la fonction $S(\tau, \vartheta)$ est déterminée par la formule

$$S(\tau, \vartheta) = \frac{\lambda L}{16\pi^2 r^2} x(\vartheta) \tag{32.43}$$

et au lieu de la relation (32.40), il vient

$$I(\rho) = \frac{\lambda L \alpha}{16\pi^2 \rho} \int_{\vartheta_0}^{\pi-\vartheta_0} x(\vartheta)\, d\vartheta. \tag{32.44}$$

Il en résulte

$$\frac{dI(\rho)\rho}{d\rho} = -\frac{\lambda L \alpha}{16\pi^2 \sqrt{r_0^2-\rho^2}} [x(\vartheta_0) + x(\pi-\vartheta_0)]. \tag{32.45}$$

On voit qu'il est impossible d'obtenir de la formule (32.45) toute l'indicatrice de diffusion $x(\vartheta)$, on peut obtenir seulement la somme $x(\vartheta) + x(\pi - \vartheta)$. Cependant, dans le cas de la diffusion de la lumière par les grains de poussière, la part de la lumière diffusée vers l'avant est ordinairement bien plus grande que celle diffusée vers l'arrière. Par conséquent, d'après cette somme aussi on peut se faire une idée plus ou moins correcte de l'indicatrice de diffusion.

Pour déterminer la quantité L_n/L_* avec $\tau_0 \ll 1$ il faut porter dans la formule (32.42) l'expression (32.44). Après cela on procède à l'intégration et on trouve

$$\frac{L_n}{L_*} = \lambda\tau_0. \tag{32.46}$$

Cette formule est parfaitement évidente, car pour $\tau_0 \ll 1$ la quantité d'énergie absorbée par la nébuleuse est $L(1 - e^{-\tau_0}) \approx L\tau_0$, et la part de cette énergie diffusée par la nébuleuse est λ.

L'application des formules (32.45) et (32.46) à la détermination des propriétés optiques des nébuleuses de poussière a été réalisée par I. Minine. Les valeurs de la quantité $x(\gamma) + x(\pi - \gamma)$ qu'il a obtenues pour les nébuleuses IC 431 et IC 435 sont consignées au Tableau 51. On a utilisé ici la normalisation usuelle de l'indicatrice de diffusion, c'est-à-dire $\int x(\gamma)\frac{d\omega}{4\pi} = 1$. Les nombres entre parenthèses sont établis par extrapolation.

On a obtenu également pour ces mêmes nébuleuses les valeurs de la quantité $\lambda\tau_0$ d'après la formule (32.46). Elles se sont avérées égales à 0,063 et 0,16 respectivement. Etant donné que $\tau_0 = \alpha r_0$, tandis que $\lambda\alpha$ représente le coefficient de diffusion volumique σ, on a $\lambda\tau_0 =$

Tableau 51

Valeurs de la quantité $x(\gamma) + x(\pi - \gamma)$ pour deux nébuleuses

γ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
IC 431	(35)	14	3,7	2,4	2,2	1,4	1,1	0,82	0,75	(0,69)
IC 435	(8,4)	7,3	6,4	3,8	2,5	1,4	0,96	0,79	0,73	(0,70)

$= \sigma r_0$. A l'aide de cette relation on a calculé pour les nébuleuses citées la quantité σ d'après les valeurs de la quantité $\lambda\tau_0$ et du rayon de la nébuleuse r_0.

Comme le montrent les observations, les nébuleuses dont les isophotes sont proches de la forme circulaire constituent une partie importante des nébuleuses diffuses luminescentes. Cependant, il est difficile d'admettre que chacune d'entre elles est à peu près sphérique et possède une étoile en son centre. La plupart de ces nébuleuses sont probablement simplement éclairées par des parties de nébuleuses plus étendues. Il est évident que la partie éclairée est presque sphérique même dans le cas d'une nébuleuse informe, si son épaisseur optique dépasse selon l'ordre l'unité et si la densité de la matière dans la nébuleuse ne varie pas très fortement. Pour déterminer la fonction $S(\tau, \vartheta)$ de ces nébuleuses on peut admettre en approximation que $\tau_0 = \infty$, ce qui simplifie sensiblement les calculs.

4. Nature des particules de poussière. Comme nous l'avons montré précédemment, l'étude de la luminescence des nébuleuses de poussière rend possible la détermination de certaines quantités caractéristiques de leurs propriétés optiques: coefficient d'absorption volumique α, albédo de la particule λ et indicatrice de diffusion $x(\gamma)$. La connaissance de ces quantités permet alors d'essayer de résoudre la question de la forme, des dimensions et de la concentration des particules de poussière, ainsi que de la nature de la matière qui les compose.

Pour résoudre ces questions on utilise les résultats de la théorie de la diffusion de la lumière sur des particules isolées (voir, par exemple, [2]). On a déjà réalisé de nombreux calculs des quantités α, λ et $x(\gamma)$ pour des particules de formes différentes (sphères, cylindres, disques) et à indices de réfraction différents. En général, l'indice de réfraction se présente sous une forme complexe. Pour les particules diélectriques la partie imaginaire de l'indice de réfraction est nulle, pour les particules métalliques elle est différente de zéro. Dans le premier cas les particules produisent une diffusion pure du rayonnement ($\lambda = 1$), et dans le deuxième, une diffusion aussi bien qu'une absorption vraie ($\lambda < 1$).

La diffusion de la lumière sur les particules sphériques est la mieux étudiée. Leurs propriétés optiques dépendent aussi bien de l'indice de réfraction que du rapport du rayon de la particule à la longueur d'onde du rayonnement.

L'application de la théorie mentionnée à l'étude des nébuleuses de poussière ne conduit pourtant pas à des résultats bien définis, car il faut alors avancer différentes hypothèses. D'habitude, on donne à l'avance la forme de la particule et l'indice de réfraction ; en comparant les propriétés optiques obtenues théoriquement et par observation, on trouve les dimensions des particules.

En examinant les deux nébuleuses mentionnées on a admis qu'elles se composent des particules diélectriques de forme sphérique. La comparaison des valeurs théoriques et observées de la quantité $x(\gamma) + x(\pi - \gamma)$, fournies par le Tableau 51, a donné pour le rayon moyen d'une particule la valeur $a = 6{,}7 \cdot 10^{-6}$ cm. A peu près les mêmes valeurs a pour les nébuleuses de poussière ont été trouvées par d'autres méthodes. On considère donc que les dimensions moyennes des particules de poussière interstellaire sont de l'ordre de 10^{-5} cm.

Pour le rayon de la particule a et l'indice de réfraction m déterminés la théorie donne la valeur du coefficient de diffusion k par particule. Et puisque le coefficient de diffusion volumique σ est fourni par des observations, on peut trouver d'après la relation $\sigma = nk$ la concentration des particules n. Ensuite, d'après la formule

$$D = \frac{4}{3}\pi a^3 \delta n, \tag{32.47}$$

où δ est le poids spécifique de la matière de la particule, on peut trouver la densité de la poussière dans la nébuleuse. A titre d'exemple indiquons que pour les nébuleuses IC 431 et IC 435 on a obtenu d'après la formule (32.47) les valeurs de la densité $2{,}1 \cdot 10^{-24}$ et $4{,}5 \cdot 10^{-24}$ g/cm^3 respectivement. On a posé aussi $\delta = 1$ g/cm^3, et pour l'indice de réfraction on a adopté la valeur $m = 1{,}33$, c'est-à-dire celle d'une goutte d'eau et d'un cristal de glace.

Certains renseignements sur les particules de poussière peuvent être obtenus également par l'étude de la polarisation de la lumière des nébuleuses. Les observations montrent que le degré de polarisation de la lumière des nébuleuses de poussière est assez grand, de l'ordre de 10 à 15 %. De plus, comme il se doit, lors de la réflexion de la lumière par de petites particules, la polarisation est radiale, c'est-à-dire que la direction préférentielle du vecteur électrique est perpendiculaire au rayon vecteur mené à partir de l'étoile éclairante. La présence d'une importante polarisation radiale du rayonnement témoigne du grand rôle de la diffusion du premier ordre dans les régions de la nébuleuse les plus proches de l'étoile (car la polarisation du rayonnement ayant subi une diffusion multiple est faible).

Des résultats particulièrement précieux sont fournis par l'interprétation des données d'observation sur la polarisation du rayonnement dans les divers domaines du spectre.

Nous savons que dans la Galaxie, outre les nébuleuses de poussière claires, il existe encore des nébuleuses obscures. L'étude de ces dernières d'après leur absorption de la lumière permet également de juger de la nature des particules de poussière interstellaire.

L'exploration de l'absorption interstellaire de la lumière a conduit à la conclusion que dans le domaine visible du spectre, le coefficient d'absorption est à peu près inversement proportionnel à la longueur d'onde. Par ailleurs, on a trouvé également la valeur du coefficient d'absorption. Dans le plan galactique dans le domaine visible du spectre l'absorption atteint en moyenne une magnitude par kiloparsec. Cela signifie qu'à un parcours de 1 kiloparsec correspond presque une distance optique unitaire. Pour les rayons visuels le coefficient d'absorption volumique de la poussière interstellaire constitue donc environ $\alpha \approx 3 \cdot 10^{-22}$ cm^{-1}.

D'autre part, d'après la théorie de la diffusion de la lumière par de petites particules, la relation entre le coefficient d'absorption et la longueur d'onde est déterminée par la donnée des dimensions des particules et de l'indice de réfraction. Si on prend les particules diélectriques à indice de réfraction $m = 1{,}33$, le coefficient d'absorption est inversement proportionnel à la longueur d'onde lorsque le rayon de la particule est $a \approx 5 \cdot 10^{-5}$ cm.

Pour de telles dimensions des particules le coefficient d'absorption par particule est d'environ $k \approx \pi a^2 \approx 10^{-8}$ cm^2. En utilisant la formule $\alpha = nk$ on obtient pour la concentration moyenne des particules de poussière la valeur $n \approx 3 \cdot 10^{-14}$ cm^{-3}. Dans ce cas la formule (32.47) (pour $\delta \approx 1$) donne que la densité moyenne de la matière de poussière au voisinage du plan de la Galaxie est $D \approx$ $\approx 10^{-26}$ g/cm^3.

Nous verrons par la suite que cette valeur de la densité de la poussière est d'environ deux ordres plus petite que la densité du gaz au voisinage du plan galactique. Il convient cependant de retenir que dans la Galaxie il peut exister de grosses particules qui ne produisent pas d'absorption perceptible de la lumière, mais qui dépassent d'après la masse totale les particules responsables de l'absorption dans le domaine visible du spectre. Il en résulte que la densité de la matière de poussière dans la Galaxie peut être légèrement plus grande que la valeur indiquée précédemment.

Des renseignements détaillés sur les particules de poussière dans la Galaxie sont fournis par plusieurs monographies (voir [3], [4], etc.).

5. Polarisation de la lumière stellaire. En passant à travers la matière de poussière interstellaire la lumière des étoiles subit non seulement une atténuation, mais devient encore polarisée. Ce phé-

nomène a été découvert par Dombrovski et, indépendamment de lui, par Hiltner et Hall, puis il a ensuite été étudié en détail par ces auteurs, ainsi que par d'autres chercheurs. Les observations montrent que le degré de polarisation de la lumière des étoiles n'est pas grand (fractions de pour cent ou quelques pour cent), mais dans certains cas il atteint 10 %. Le plan des oscillations du vecteur électrique s'avère proche du plan galactique. Pour deux tiers environ des étoiles dont la polarisation de la lumière a été mesurée l'angle entre ces plans ne faisait pas plus de 20°.

La polarisation de la lumière ne se découvre que dans des étoiles éloignées, et il existe une corrélation entre la polarisation et l'absorption de la lumière. Le Tableau 52 donne la relation entre le degré de

Tableau 52

Relation entre le degré de polarisation de la lumière des étoiles, le module de distance et l'excès de couleur

p, %	$\overline{m-M}$	$\overline{E}$	p, %	$\overline{m-M}$	$\overline{E}$
0,0-0,4	6,53	0,048	1,5-1,9	9,45	0,298
0,5-0,9	8,41	0,082	2,0-2,4	10,50	0,394
1,0-1,4	8,56	0,158			

polarisation p, le module de la distance $m - M$ et l'excès de couleur E. On voit que plus l'absorption est forte, plus la polarisation est forte elle aussi. Cependant il ne faut pas oublier que le tableau ne présente que les valeurs moyennes des quantités. Dans certaines régions du ciel cette dépendance est très faible.

La polarisation observée du rayonnement des étoiles peut être due à la forme allongée des particules de poussière interstellaires. Comme le montrent les calculs, la part du rayonnement absorbé par une telle particule dépend de l'angle entre son axe et la direction des oscillations du vecteur électrique (l'absorption est maximale lorsque cet angle est nul). Le rayonnement qui a traversé un nuage de particules orientées d'une certaine façon doit être polarisé. Pour expliquer l'orientation des grains de poussière on a émis l'hypothèse sur l'influence exercée par le champ magnétique de la Galaxie. L'intensité de champ doit alors être de l'ordre de 10^{-5} œrsted. En différents points de la Galaxie la direction du champ peut être différente, ce qui peut permettre d'expliquer l'image assez complexe de la distribution de la polarisation du rayonnement stellaire dans le ciel.

Pour que le champ magnétique puisse exercer son action sur les grains de poussière il faut admettre la présence d'une certaine

quantité de métaux dans ces grains. D'autre part, l'étude de la luminescence des nébuleuses de poussière conduit à la conclusion qu'elles comportent probablement des particules diélectriques. On considère donc actuellement que les grains de poussière interstellaires sont diélectriques avec une petite addition de métaux. Pour expliquer l'absorption interstellaire et la polarisation de la lumière on a émis également l'hypothèse de la présence dans la Galaxie de particules de graphite, lequel est proche des métaux d'après certaines propriétés (surtout d'après la conductivité électrique).

Il est curieux de noter que le phénomène de polarisation de la lumière des étoiles a assez longtemps été un des arguments principaux en faveur de l'existence des champs magnétiques dans la Galaxie. Par la suite d'autres arguments se sont présentés en faveur de ce phénomène et l'intensité du champ magnétique galactique a été mesurée directement (voir § 34).

La propagation du rayonnement polarisé dans le milieu interstellaire a été examinée en détail dans la monographie de A. Dolguinov, Y. Gnédine, N. Silantiev [5].

§ 33. Gaz interstellaire

1. Ionisation de l'hydrogène interstellaire. Les processus physiques dans les nébuleuses gazeuses ont déjà été examinés en détail au Chapitre V. Cependant, nous nous y sommes limités aux régions des nébuleuses, qui se trouvent au voisinage des étoiles chaudes. Essayons maintenant de se faire une idée générale du gaz interstellaire en examinant aussi bien les régions proches des étoiles chaudes que celles qui en sont éloignées.

D'abord, envisageons l'ionisation de l'hydrogène interstellaire. L'hydrogène étant l'élément le plus abondant dans la Galaxie, de nombreux processus dépendent notablement de l'état de l'hydrogène dans la région considérée : état ionisé ou neutre.

Supposons que l'ionisation est produite par une étoile à rayon r_* et à température T_*. Alors, à la distance r de l'étoile la part des atomes ionisés x est déterminée par la formule :

$$\frac{x^2}{1-x} = \frac{W}{n} f(T_*)\, e^{-\tau}, \tag{33.1}$$

où

$$f(T_*) = \left(\frac{T_e}{T_*}\right)^{1/2} \frac{g^+}{g_1} \frac{2\,(2\pi m k T_*)^{3/2}}{h^3}\, e^{-\frac{\chi_1}{kT_*}}. \tag{33.2}$$

n étant la concentration des atomes d'hydrogène ; W, le facteur de dilution ; τ, la distance optique de l'étoile au point donné au-delà

de la limite de la série de Lyman. On a

$$W=\frac{1}{4}\left(\frac{r_*}{r}\right)^2 \tag{33.3}$$

et

$$\tau = k\int_{r_*}^{r} n(1-x)\,dr, \tag{33.4}$$

où k est le coefficient d'absorption moyen dans le continuum de Lyman par atome.

La formule (33.1) a été obtenue au § 23. C'est là aussi qu'a été trouvée la relation explicite entre x et r en supposant que $W/n =$ $=$ const. Maintenant nous admettrons que W est donné par la formule (33.3) et que $n =$ const. En fait, le gaz interstellaire est très inhomogène et l'hypothèse sur la constance de n n'est qu'une approximation grossière.

Les relations mentionnées permettent d'obtenir aisément l'équation suivante déterminant la dépendance de x par rapport à r :

$$\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{1-x}\right)\frac{dx}{dr}+(1-x)\,nk+\frac{2}{r}=0. \tag{33.5}$$

De plus, près de la surface de l'étoile il faut que $x = x_*$. Pour les étoiles à température suffisamment élevée la quantité x_* est proche de l'unité.

La résolution de l'équation (33.5), tout comme celle de (23.17) du Chapitre V, montre que la quantité x reste proche de l'unité jusqu'à une certaine valeur $r = r_0$, puis décroît rapidement jusqu'à zéro. Par conséquent, il existe autour de l'étoile une région de rayon r_0 à l'intérieur de laquelle l'hydrogène est presque complètement ionisé. alors que hors de cette région, il est presque complètement neutre.

Le passage d'une région à une autre est effectué là où la distance optique devient égale à l'unité. En partant de là, il est facile de calculer le rayon r_0. D'après la relation (33.4) on a

$$kn\int_{r_*}^{r_0}(1-x)\,dr=1. \tag{33.6}$$

Mais pour $r < r_0$ la formule (33.1) donne approximativement :

$$1-x=\frac{n}{Wf(T_*)}. \tag{33.7}$$

En portant donc (33.7) dans (33.6) et en utilisant la formule (33.3), on obtient :

$$r_0=\left[\frac{3r_*^2 f(T_*)}{4kn^2}\right]^{1/3}. \tag{33.8}$$

On sait que la région où l'hydrogène est ionisé presque complètement s'appelle d'après l'usage région H II, et la région où il est presque neutre, région H I. La formule (33.8) détermine le rayon de la région H II autour de l'étoile donnée.

Pour obtenir la quantité r_0 nous pouvons également déduire une formule quelque peu différente. A cet effet rappelons-nous que dans la région r_0 tous les quanta au-delà de la limite de la série de Lyman sont absorbés. L'absorption de chaque quantum L_c produit l'ionisation d'un atome d'hydrogène, suivie d'une recombinaison. Le processus étant stationnaire, on peut égaler le nombre de quanta L_c de l'étoile au nombre de recombinaisons qui se produisent dans la région considérée. De plus, il est clair qu'il ne faut pas tenir compte des recombinaisons vers le premier niveau du fait que les quanta L_c dus aux recombinaisons provoquent de nouveau l'ionisation.

Désignons par I_ν^* l'intensité de rayonnement de l'étoile. Alors, pour le nombre total de quanta L_c émis par l'étoile on a l'expression :

$$4\pi r_*^2 \int_{\nu_1}^{\infty} \pi I_\nu^* \frac{d\nu}{h\nu},$$

où ν_1 est la fréquence de la limite de la série de Lyman. D'autre part, le nombre total de recombinaisons vers tous les niveaux depuis le deuxième produisant dans la région de rayon r_0 vaut

$$4\pi \sum_2^{\infty} C_i \int_{r_*}^{r_0} n_e n^+ r^2 \, dr,$$

où n^+ est le nombre de protons et n_e, le nombre d'électrons libres dans 1 cm³. En égalant l'une à l'autre les deux dernières expressions et en utilisant le fait que dans la région considérée $n_e = n^+ \approx n$, on obtient

$$r_0^3 n^2 \sum_2^{\infty} C_i = 3r_*^2 \int_{\nu_1}^{\infty} \pi I_\nu^* \frac{d\nu}{h\nu}. \tag{33.9}$$

On voit sans peine que lorsque l'intensité de rayonnement de l'étoile I_ν^* est donnée par la formule de Planck à température T_*, la formule (33.9) se transforme en formule (33.8).

L'ionisation de l'hydrogène interstellaire a été pour la première fois étudiée par Strömgren. Le Tableau 53 donne les valeurs de la quantité r_0 calculée d'après la formule (33.8) pour les étoiles de différentes classes spectrales. Le même tableau indique les valeurs des températures de l'étoile utilisées pour les calculs de sa magnitude visuelle absolue.

Le tableau montre que l'ionisation de l'hydrogène interstellaire est produite surtout par les étoiles les plus chaudes, des classes spec-

Tableau 53

Rayons de la région H II autour des étoiles de différentes classes spectrales

Spectre	T_*	M_{vis}	r_0	Spectre	T_*	M_{vis}	r_0
O5	79 000	−4,2	140 $pc \times n^{-2/3}$	B1	23 000	−2,5	17 $pc \times n^{-2/3}$
O6	63 000	−4,1	110	B2	20 000	−1,8	11
O7	50 000	−4,0	87	B3	18 600	−1,2	7,2
O8	40 000	−3,9	66	B4	17 000	−1,0	5,2
O9	32 000	−3,6	46	B5	15 500	−0,8	3,7
B0	25 000	−3,1	26	A0	10 700	+0,9	0,5

trales O et B. La part des étoiles de la classe A dans l'ionisation de l'hydrogène est déjà petite. Par exemple, une étoile de la classe O5 ionise l'hydrogène dans une même région de l'espace que 22 millions d'étoiles de la classe A0. Quant aux étoiles froides, elles ne participent pas du tout à l'ionisation de l'hydrogène interstellaire, et même dans les couches externes de leurs propres atmosphères l'hydrogène est essentiellement neutre. *Grosso modo*, les limites des régions de l'hydrogène ionisé se situent dans les atmosphères de ces étoiles.

Les régions H II qui entourent les étoiles chaudes sont le siège de photo-ionisations des atomes d'hydrogène et de recombinaisons ultérieures. Ensuite les électrons effectuent des transitions en cascade d'un niveau vers un autre, dont il résulte des quanta dans les raies spectrales. C'est ainsi, en particulier, qu'apparaît la luminosité observable de la région H II dans les raies de Balmer. Initialement, c'est précisément cette luminosité qui a été découverte dans certaines régions du ciel, suite à quoi Strömgren a proposé la théorie ci-dessus pour l'expliquer.

D'après les observations de la luminosité dans les raies de Balmer on peut trouver le rayon de la région H II autour de l'étoile donnée. En le comparant avec la valeur théorique de la quantité r_0 on peut évaluer la concentration moyenne des atomes d'hydrogène dans l'espace interstellaire. Les observations montrent que le rayon de la région H II autour d'une étoile de la classe O est de l'ordre de 100 parsecs. Sur la base du Tableau 53 on peut donc conclure que la concentration moyenne des atomes d'hydrogène est environ $n \approx 1$ cm^{-3}. On en tire pour la densité moyenne du gaz interstellaire la valeur $\rho \approx 10^{-24}$ g/cm^3.

La valeur indiquée de ρ concerne les régions proches du plan galactique. Au fur et à mesure de l'éloignement de ce plan, la densité du gaz décroît. Par ailleurs, on découvre de très fortes fluctuations des densités du gaz interstellaire. Lorsque dans la région H II la densité du gaz dépasse d'après l'ordre de grandeur la densité moyen-

ne, on observe une nébuleuse diffuse brillante. Comme nous l'avons établi au Chapitre V, la concentration des atomes d'hydrogène dans les nébuleuses diffuses atteint des valeurs de l'ordre de 10^3 cm^{-3}.

D'après les estimations réalisées les régions H II occupent à peu près une dixième partie de l'espace galactique. La partie restante est occupée par les régions H I dans lesquelles l'hydrogène est surtout neutre. L'établissement de la division de la Galaxie en régions H II et H I a une très grande importance pour la physique du gaz interstellaire.

2. Ionisation d'autres atomes. Après avoir examiné l'ionisation de l'hydrogène dans l'espace interstellaire, passons à la détermination du degré d'ionisation d'autres atomes. A cet effet nous devons tenir compte de la grande différence entre les conditions d'ionisation dans les régions H II et H I. Elle est due au fait que le rayonnement au-delà des limites de la série de Lyman ne sort pas de la région H II. Aussi, dans la région H I l'ionisation peut-elle intervenir seulement dans les atomes dont l'énergie d'ionisation est plus faible que celle de l'hydrogène (égale à 13,6 eV). Par ailleurs, si la température du milieu ionisant est assez élevée, dans la région H II les atomes à énergie d'ionisation plus grande peuvent également être ionisés.

Dans la région H II l'ionisation de tous les atomes est produite ordinairement par la même étoile que l'ionisation des atomes d'hydrogène. Dans ce cas le degré d'ionisation est déjà déterminé par la formule connue (33.1). En particulier, lorsque la valeur de T_* est suffisamment grande, les atomes de He et He^+ peuvent également subir l'ionisation. Leur ionisation et leur luminosité due aux recombinaisons ont lieu dans les zones correspondantes à l'intérieur de la région H II. Toutes ces questions ont déjà été traitées en détail au Chapitre V.

Dans la région H I le degré d'ionisation des atomes est déterminé d'une toute autre façon. Un volume élémentaire arbitraire de cette zone se trouve ordinairement très loin d'une étoile chaude, et l'ionisation des atomes de ce volume est réalisée par un grand nombre d'étoiles différentes. Pour se faire une idée du degré d'ionisation moyen d'un atome quelconque, il faut d'abord déterminer la densité moyenne du rayonnement ρ_ν dans l'espace galactique. Or, pour calculer la quantité ρ_ν il faut connaître la distribution des étoiles des classes spectrales différentes dans la Galaxie, ainsi que la distribution de la matière de poussière qui absorbe le rayonnement dans le spectre continu.

La détermination de la densité moyenne du rayonnement dans la Galaxie a été réalisée dans de nombreux ouvrages. Nous allons chercher la quantité ρ_ν en nous fondant sur l'ouvrage de S. Kaplan (voir [3]) et en nous bornant, pour simplifier, au plan galactique.

Désignons par $\varepsilon_\nu(z)$ le coefficient d'émission volumique à la hauteur z au-dessus du plan de la Galaxie, et par $\alpha_\nu(z)$, le coefficient

d'absorption volumique à la même hauteur. Le premier de ces coefficients est dû aux étoiles, et le deuxième, à la poussière. Admettons que ces quantités diminuent avec l'augmentation de z d'après les formules

$$\alpha_\nu(z)=\alpha_\nu(0)\,e^{-\frac{z}{\beta}},\quad \varepsilon_\nu(z)=\varepsilon_\nu(0)\,e^{-\frac{z}{\beta_*}}. \tag{33.10}$$

On sait d'après les observations que $\beta \approx 100$ parsecs et les valeurs de β_* sont différentes pour des étoiles de classes différentes (de l'ordre de 50 à 500 parsecs).

L'intensité du rayonnement I_ν dépend de la latitude galactique b et se calcule d'après la formule:

$$I_\nu(b)=\int_0^\infty \varepsilon_\nu(z)\,e^{-\frac{\tau_\nu(z)}{\sin b}}\,\frac{dz}{\sin b}, \tag{33.11}$$

où $\tau_\nu(z)$ est la distance optique du point de coordonnée z au plan galactique. En utilisant les formules (33.10) on obtient

$$\tau_\nu(z)=\alpha_\nu(0)\,\beta\left(1-e^{-\frac{z}{\beta}}\right) \tag{33.12}$$

et

$$I_\nu(b)=\varepsilon_\nu(0)\int_0^\infty e^{-\frac{z}{\beta_*}-\frac{\alpha_\nu(0)\beta}{\sin b}\left(1-e^{-z/\beta}\right)}\,\frac{dz}{\sin b}. \tag{33.13}$$

Le coefficient d'émission volumique est évidemment

$$\varepsilon_\nu(z)=\frac{L_\nu}{4\pi}\,n_*(z), \tag{33.14}$$

où L_ν est la luminosité de l'étoile sur la fréquence ν et $n_*(z)$, le nombre d'étoiles dans une unité de volume à la hauteur z. Cette relation peut également s'écrire

$$\varepsilon_\nu(z)=r_*^2\pi I_\nu^* n_*(z), \tag{33.15}$$

où I_ν^* est l'intensité moyenne du rayonnement issu de l'étoile.

En tenant compte des relations (33.15) et en effectuant la substitution $1-e^{-\frac{z}{\beta}}=y$, au lieu de la formule (33.13), on obtient:

$$I_\nu(b)=\pi I_\nu^* r_*^2 n_*(0)\,\beta\int_0^1 (1-y)^{\frac{\beta}{\beta_*}-1}\,e^{-\frac{\alpha_\nu(0)\beta y}{\sin b}}\,\frac{dy}{\sin b}. \tag{33.16}$$

Dans le cas considéré la densité du rayonnement vaut

$$\rho_\nu=\frac{4\pi}{c}\int_0^{\pi/2} I_\nu(b)\cos b\,db. \tag{33.17}$$

En portant ici l'expression (33.16), il vient

$$\rho_\nu = \frac{4\pi}{c} r_*^2 \pi I_\nu^*(0)\,\beta \int_0^1 (1-y)^{\frac{\beta}{\beta_*}-1} E_1[\alpha_\nu(0)\,\beta y]\,dy. \qquad (33.18)$$

Tout comme dans le cas de l'action d'une étoile unitaire, pour la caractéristique de la densité du rayonnement ρ_ν nous pouvons introduire le facteur de dilution W, déterminé par la relation

$$\rho_\nu = W\rho_\nu^* = W\frac{4\pi}{c} I_\nu^*. \qquad (33.19)$$

En utilisant la formule (33.18), on obtient

$$W = \pi r_*^2 n_*(0)\,\beta \int_0^1 (1-y)^{\frac{\beta}{\beta_*}-1} E_1[\alpha_\nu(0)\,\beta y]\,dy. \qquad (33.20)$$

Les formules (33.18) et (33.20) déterminent la densité cherchée du rayonnement ρ_ν et le facteur de dilution W qui lui correspond. Cette densité est définie par les étoiles d'une classe spectrale déterminée (caractérisées par les quantités r_*, I_ν^* et n_*). Pour trouver la densité totale du rayonnement il faut sommer l'expression (33.18) sur toutes les classes spectrales.

Tableau 54

Intensité du rayonnement moyenne dans l'espace interstellaire

Spectre	W	WI_ν^*		
		912 Å	1500 Å	2000 Å
O5	$2\cdot10^{-21}$			
O6-O8	$3\cdot10^{-20}$	$5{,}7\cdot10^{-22}$	$4{,}4\cdot10^{-22}$	$3{,}5\cdot10^{-22}$
B0-B2	10^{-17}	$4{,}1\cdot10^{-20}$	$3{,}2\cdot10^{-20}$	$2{,}5\cdot10^{-20}$
B3-B9	$4\cdot10^{-17}$	$4\cdot10^{-20}$	$4\cdot10^{-20}$	$4\cdot10^{-20}$
A0-A9	10^{-15}	$1{,}2\cdot10^{-20}$	$1{,}5\cdot10^{-20}$	$1{,}3\cdot10^{-20}$
F-M	$2\cdot10^{-13}$			
Somme		$1{,}0\cdot10^{-19}$	$0{,}9\cdot10^{-19}$	$0{,}8\cdot10^{-19}$

Le Tableau 54 donne les valeurs du facteur de dilution W calculées d'après la formule (33.20), ainsi que les valeurs de la quantité WI_ν^*, qui représente l'intensité du rayonnement dans l'espace interstellaire, moyennée selon les directions. Les valeurs de la quantité WI_ν^* sont données pour trois longueurs d'ondes dans l'ultraviolet. Pour

les calculs on a utilisé les données théoriques sur la répartition de l'énergie dans le spectre de l'étoile obtenues par les calculs des modèles de photosphères stellaires. Nous avons déjà dit (au § 6) que ces données se distinguent légèrement des résultats des observations effectuées à partir des fusées. Les valeurs données de la quantité WI_ν^* ont besoin d'une certaine révision.

Les valeurs de la quantité WI_ν^* ont été calculées pour le rayonnement dans un intervalle des longueurs d'onde de 912 à 2000 Å, parce que c'est précisément ce rayonnement qui ionise les atomes dans la région H I. Rappelons que pour $\lambda < 912$ Å le rayonnement dans la région H I est pratiquement absent du fait qu'il est absorbé par l'hydrogène dans les régions H II.

Si au point donné la densité du rayonnement ρ_ν est connue, on peut déterminer aisément le degré d'ionisation d'un atome quelconque. A cet effet il faut utiliser la relation qui exprime l'égalité entre le nombre d'ionisations et le nombre de recombinaisons. Cette relation est de la forme:

$$\frac{n_e n^+}{n_1} \sum_1^\infty C_i = \int_{\nu_1}^{\nu_1(\mathrm{H})} k_{1\nu} \frac{c\rho_\nu}{h\nu}\, d\nu, \qquad (33.21)$$

où ν_1 est la fréquence de l'ionisation de l'atome considéré et ν_1 (H), la fréquence de l'ionisation de l'hydrogène. La quantité ρ_ν qui figure dans (33.21) est donnée par la formule (33.19).

La densité du rayonnement ρ_ν dans l'espace interstellaire est très petite. Mais la concentration des électrons libres n_e est petite elle aussi. Le degré d'ionisation de nombreux atomes dans l'espace interstellaire est donc bien plus grand que l'unité. Par exemple, les calculs d'après la formule (33.21) donnent pour le calcium (potentiel d'ionisation 6,1 eV) une quantité n^+/n_1 de l'ordre de 10^5. Même pour le calcium ionisé (potentiel d'ionisation 11,9 eV) le degré d'ionisation, c est-à-dire la quantité n^{++}/n^+, est de l'ordre de 10^2.

Il convient de noter que la concentration des électrons libres dans les régions H I est bien inférieure à celle dans les régions H II (environ de trois ordres). Ceci est dû au fait que l'hydrogène, qui est l'élément le plus abondant dans la Galaxie, n'est pas ionisé dans la région H I. Il en est de même pour l'hélium, l'élément suivant quant à l'abondance. Les électrons libres apparaissent dans la région H I seulement lors de l'ionisation des éléments dont la teneur relative n'est pas grande (carbone, sodium, etc.).

3. Raies d'absorption interstellaires. La présence du gaz dans l'espace interstellaire est décelée non seulement par la luminosité, mais encore d'après les raies d'absorption dans les spectres des étoiles, qui apparaissent lors du passage du rayonnement stellaire à travers le gaz interstellaire. Les raies d'absorption interstellaire (H et K du

calcium ionisé) ont été observées pour la première fois dans le spectre de la binaire spectrale δ Orion par Hartmann en 1904. Ces raies ne changeaient pas de position dans le spectre, alors que d'autres raies se déplaçaient périodiquement du fait de la rotation de l'une des étoiles autour de l'autre. Par la suite les raies d'absorption interstellaires ont été observées dans les spectres des étoiles unitaires. On a pensé d'abord que les étoiles sont entourées d'un nuage de calcium ionisé. Mais plus tard on a découvert l'effet de l'augmentation de l'intensité des raies d'absorption interstellaires avec l'augmentation de la distance à l'étoile. Ceci a permis d'élaborer un point de vue correct qui consiste en ce que le gaz remplit l'espace interstellaire tout entier. Quant à l'effet cité il est utilisé pour la détermination approchée de la distance des étoiles.

Les raies d'absorption interstellaires découvertes dans le domaine visible du spectre ne sont pas nombreuses. Outre les raies H et K du calcium ionisé déjà mentionnées on observe encore les raies D_1 et D_2 du sodium et quelques autres. Parmi les raies moléculaires on a enregistré seulement la raie de la molécule CH neutre et ionisée et la raie du cyane CN. Toutes ces raies apparaissent à partir des états fondamentaux des atomes et des molécules.

Ce type de spectre d'absorption du gaz interstellaire est dû au fait que le degré d'excitation des atomes et des molécules dans l'espace interstellaire est très bas. Les raies qui apparaissent à partir des états excités sont faibles à l'extrême et donc inobservables. Le spectre d'absorption du gaz interstellaire doit se composer seulement des séries principales, et nous découvrons celles d'entre elles qui appartiennent au domaine visible du spectre. Les raies des séries principales de nombreux éléments abondants se situent dans l'ultraviolet ($912 \text{ Å} < \lambda < 2000 \text{ Å}$) et on peut les observer à partir des appareils cosmiques. Les raies qui se situent au-delà de la limite de la série de Lyman ($\lambda < 912 \text{ Å}$) ne peuvent pas être observées, car elles sont absorbées par l'hydrogène interstellaire.

Il convient de souligner la grande différence entre le degré d'ionisation et le degré d'excitation des atomes dans l'espace interstellaire. Nous avons vu que le degré d'ionisation du gaz interstellaire est assez grand. Il en est ainsi parce que la petitesse de la densité de rayonnement est compensée par la petitesse de la concentration des électrons libres. Autrement dit, la photo-ionisation des atomes est rare, mais les processus inverses que sont les recombinaisons sont rares eux aussi. Il en est tout autrement dans le cas de l'excitation des atomes. Les atomes à l'état excité (soit par rayonnement des étoiles, soit par collisions) sont aussi très rares. Mais les transitions spontanées à partir des états excités se produisent très vite (à la différence des recombinaisons elles ne dépendent pas des conditions physiques). Le degré d'excitation des atomes dans l'espace interstellaire s'avère donc très faible.

L'étude des raies d'absorption interstellaires permet de déterminer de nombreuses caractéristiques du gaz interstellaire en comparant les profils théoriques et observés des raies et de leurs largeurs équivalentes.

L'obtention des profils théoriques des raies d'absorption interstellaires ne présente pas de grandes difficultés, puisqu'à cet effet on peut ne pas prendre en considération le rayonnement diffusé dans la raie. Désignons par I_0 l'intensité du rayonnement de l'atmosphère de l'étoile. et par I_λ, l'intensité du rayonnement de longueur d'onde λ qui parvient jusqu'à l'observateur. Dans notre cas ces quantités sont associées par une relation simple:

$$I_\lambda = I_0 e^{-\tau_\lambda}, \tag{33.22}$$

où τ_λ est la distance optique entre l'étoile et l'observateur. La quantité I_0 peut être considérée comme ne dépendant pas de λ si la raie d'absorption interstellaire ne se superpose pas sur la raie d'absorption qui apparaît dans l'atmosphère de l'étoile. La largeur équivalente d'une raie d'absorption interstellaire est donnée par la formule:

$$W_\lambda = \int \frac{I_0 - I_\lambda}{I_0}\, d\lambda = \int (1 - e^{-\tau_\lambda})\, d\lambda. \tag{33.23}$$

Pour calculer les quantités I_λ et W_λ d'après les formules (33.22) et (33.23) il faut connaître le coefficient d'absorption de la raie spectrale. Pour les atmosphères stellaires il est déterminé par l'amortissement du rayonnement et le mouvement thermique des atomes. Cependant, dans le cas du gaz interstellaire on peut ne pas tenir compte de l'amortissement du rayonnement car l'absorption a lieu surtout dans les parties centrales de la raie. Pour le coefficient d'absorption par atome on peut donc prendre l'expression:

$$k_\lambda = k_0 e^{-\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda_D}\right)^2}, \tag{33.24}$$

où k_0 est le coefficient d'absorption au centre de la raie, et $\Delta\lambda_D$, la demi-largeur dopplérienne. En partant de la formule (12.6) on a

$$k_0 = \frac{\sqrt{\pi}\, e^2 \lambda_0^2}{mc^2 \Delta\lambda_D} f, \tag{33.25}$$

où f est la force de l'oscillateur. Nous verrons par la suite que les vitesses thermiques des atomes sont bien inférieures aux vitesses de l'agitation chaotique du gaz interstellaire. Il s'ensuit que dans l'expression connue de la demi-largeur dopplérienne

$$\Delta\lambda_D = \lambda_0 \frac{v}{c} \tag{33.26}$$

on doit entendre par v la vitesse moyenne de l'agitation chaotique.

Si la quantité k_λ est donnée, la distance optique τ_λ peut être calculée d'après la formule

$$\tau_\lambda = k_\lambda \int_0^{r_0} n\,dr = k_\lambda N, \tag{33.27}$$

où n est le nombre d'atomes absorbants dans 1 cm^3 et r, la distance entre l'étoile et l'observateur. Pour la largeur équivalente de la raie on obtient maintenant

$$W_\lambda + \Delta\lambda_D \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 - e^{-k_0 N e^{-x^2}}\right) dx, \tag{33.28}$$

où l'on a introduit la notation $x = \frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda_D}$.

Pour de petites valeurs de la quantité $\tau_0 = k_0 N$ on trouve d'après la formule (33.28)

$$W_\lambda = \sqrt{\pi}\,\Delta\lambda_D \tau_0 \left(1 - \frac{\tau_0}{2\sqrt{2}} + \frac{\tau_0^2}{6\sqrt{3}} - \ldots\right). \tag{33.29}$$

Pour de grandes valeurs de τ_0 on a le développement asymptotique

$$W_\lambda = 2\Delta\lambda_D \sqrt{\ln \tau_0} \left[1 + \frac{0{,}2886}{\ln \tau_0} - \frac{0{,}1355}{(\ln \tau_0)^2} + \ldots\right]. \tag{33.30}$$

Si la dépendance entre W_λ et N donnée par la relation (33.28) est visualisée sur un graphique, on obtient la courbe de croissance de la raie d'absorption interstellaire. Pour $k_0 N \ll 1$ la quantité W_λ est proportionnelle à N et ne dépend pas de $\Delta\lambda_D$. Avec $k_0 N \gg 1$, la quantité W_λ dépend très faiblement de N, mais elle est à peu près proportionnelle à $\Delta\lambda_D$. Il est évident que pour de très grandes valeurs de $k_0 N$ (pour $k_0 N > 10^3$ environ), la formule (33.28) est inapplicable du fait que dans ce cas il faut tenir compte de l'amortissement du rayonnement.

En utilisant les valeurs de la largeur équivalente de la raie et de la courbe de croissance obtenues par observation, on peut déterminer la valeur des quantités N et $\Delta\lambda_D$. En général, on a une équation à deux inconnues, mais pour $k_0 N \ll 1$ on peut trouver N sans connaître $\Delta\lambda_D$. En divisant N par la distance à l'étoile r_0 on obtient la concentration moyenne des atomes absorbants n. En passant d'un stade d'ionisation à un autre, on trouve à l'aide de la formule d'ionisation la concentration moyenne des atomes de l'élément donné. De cette façon on détermine la composition chimique du gaz interstellaire.

Les observations des raies de résonance de différents atomes et ions dans l'ultraviolet réalisées depuis les appareils cosmiques ont fournis des résultats particulièrement précieux. Il s'est avéré que dans les nuages interstellaires le nombre d'atomes de nombreux

éléments (C, N, O, etc.) par rapport au nombre d'atomes d'hydrogène est environ 10 fois plus petit que dans l'atmosphère du Soleil.

Le calcul de la quantité $\Delta\lambda_D$ d'après les valeurs observées de W_λ et de la courbe de croissance peut se faire lorsqu'on a évalué à l'avance la quantité N. Il existe également une méthode de détermination commune des quantités $\Delta\lambda_D$ et N. Elle est fondée sur le fait que les raies de résonance de Na I et de Ca II sont des doublets avec un rapport des forces d'oscillateur connu et égal à 2. Si pour une composante du doublet la distance optique entre l'étoile et l'observateur est égale à τ_0, pour l'autre composante elle est donc égale à $2\tau_0$. Evidemment, le rapport des largeurs équivalentes des composantes du doublet permet d'obtenir la quantité τ_0. Ensuite, d'après la formule (33.28), on calcule la quantité $\Delta\lambda_D$ et d'après la formule (33.27), la quantité N.

La connaissance de la demi-largeur dopplérienne de la raie $\Delta\lambda_D$ rend possible le calcul de la quantité v d'après la formule (33.26), c'est-à-dire de la vitesse moyenne du mouvement chaotique du gaz interstellaire. Pour cette quantité on a obtenu la valeur $v \approx 10$ km/s.

Comme nous l'avons déjà dit la structure du gaz interstellaire en première approximation est nuageuse. Les raies d'absorption interstellaires comportent parfois plusieurs composantes qui rendent évidente cette structure. Il en est ainsi parce que sur le chemin de l'étoile vers l'observateur se trouvent plusieurs nuages à vitesses radiales différentes. D'après le décalage de l'une des composantes des raies par rapport à l'autre on peut déterminer les vitesses relatives du mouvement des nuages. Cette méthode a permis d'obtenir aussi pour la vitesse v des valeurs de l'ordre de 10 km/s.

En déterminant ci-dessus les largeurs équivalentes des raies d'absorption interstellaires nous avions admis que les vitesses du mouvement chaotique du gaz interstellaire sont distribuées selon la loi de Maxwell. Or, l'examen des profils des raies d'absorption conduit à d'autres expressions de la fonction de distribution des vitesses (qui avec l'augmentation de la vitesse décroît plus lentement que la fonction de Maxwell). Quelquefois ces expressions empiriques sont également utilisées pour dresser les courbes de croissance théoriques.

Il faut encore noter que le gaz interstellaire participe à la rotation galactique. Cet effet intervient dans les profils des raies d'absorption interstellaires dans le cas de grandes distances aux étoiles; de plus, il varie en fonction des directions. Il faut également en tenir compte en établissant les courbes de croissance théoriques.

4. Etat physique du gaz interstellaire. Nous avons vu précédemment que le gaz interstellaire est extrêmement raréfié. D'après la luminescence du gaz dans les régions H II on a trouvé que 1 cm³ de l'espace interstellaire compte en moyenne un seul atome d'hydrogène. On obtient à peu près le même résultat si l'on examine les raies d'absorption interstellaires. Il est vrai que dans ce cas on trou-

ve la concentration d'autres atomes (en particulier, du sodium et du calcium) directement à partir des observations, et en passant à la concentration des atomes d'hydrogène il faut faire des hypothèses sur la teneur relative en éléments dans l'espace interstellaire. Des renseignements très détaillés sur la concentration de l'hydrogène interstellaire et sa distribution dans l'espace sont fournis par les observations du rayonnement radio galactique de 21 cm de longueur d'onde, dont nous traiterons au paragraphe suivant.

Considérons maintenant en bref la question de la température du gaz interstellaire. Dans les régions H II la température est déterminée par les méthodes décrites au Chapitre V ; elle est de l'ordre de 10 000 K. Pour trouver la température dans la région H I on peut également appliquer l'une des méthodes citées fondée sur l'examen du bilan énergétique du gaz. Cependant, dans la région H I le gaz reçoit et émet l'énergie d'une façon autre que dans la région H II. Nous avons retenu que dans la région H II le gaz est chauffé surtout par photo-ionisation des atomes d'hydrogène et, en partie, des atomes d'hélium. Mais dans la région H I seuls les atomes à potentiel d'ionisation inférieur à 13.6 eV sont ionisés. De plus, comme le montrent des estimations fort simples, le gaz reçoit le plus d'énergie lors de l'ionisation des atomes de carbone, dont le potentiel d'ionisation est de 11.3 eV. Et puisque le nombre des atomes de carbone est environ 10^4 fois plus petit que celui des atomes d'hydrogène, dans la région H I le volume unitaire de gaz reçoit bien moins d'énergie que dans la région H II. Il s'ensuit que dans la région H I les responsables du refroidissement du gaz sont des mécanismes qui n'ont aucune importance dans la région H II. Parmi eux jouent un rôle primordial les collisions électroniques excitant les niveaux de la structure fine des termes fondamentaux de certains ions (en particulier, C II et Fe II). Il s'ensuit de ce qui vient d'être dit que la température du gaz dans la région H I doit être basse.

Une étude détaillée de la question montre que le chauffage du gaz dans la région H I est assuré non tant par le rayonnement des étoiles que par les rayons cosmiques et le rayonnement X émis par différentes sources. La prise en considération de ces mécanismes de chauffage dans l'équation du bilan énergétique conduit à une température du gaz de l'ordre de 30 à 80 K. Cette température concerne les nuages de gaz interstellaire, alors qu'entre les nuages, où la densité est considérablement plus faible, la température doit être de l'ordre de 5000 à 7000 K. Ces conclusions théoriques sont confirmées par les mesures des profils des raies interstellaires de l'hydrogène de 21 cm de longueur d'onde.

Dans les conditions qui existent dans les régions d'hydrogène neutre, celles-ci doivent contenir un nombre considérable de molécules différentes. En équilibre thermodynamique la concentration des molécules est déterminée par la formule (14.20). Puisqu'un tel

équilibre n'existe pas dans l'espace interstellaire, pour établir la concentration des molécules il convient d'utiliser les conditions d'égalité entre le nombre de molécules en formation et le nombre de molécules soumises à la dissociation. On a notamment trouvé de cette façon que les nuages interstellaires doivent comporter un grand nombre de molécules H_2. Toutefois, on n'est pas longtemps parvenu à déceler ces molécules, car toutes leurs raies apparaissant depuis l'état fondamental se situent dans l'ultraviolet. Seule l'observation extra-atmosphérique à l'aide d'appareils embarqués sur des vaisseaux cosmiques a permis d'enregistrer ces raies. D'après leurs largeurs équivalentes on a découvert que les molécules d'hydrogène H_2 constituent une part notable de la quantité des atomes d'hydrogène H (de l'ordre de 5 à 50 %).

En plus de la molécule H_2 les observations dans le domaine visible du spectre et dans l'ultraviolet ont permis de découvrir également des molécules CH, CH^+, C_2, CO dans l'espace interstellaire. Les raies de très nombreuses molécules sont observées dans le domaine radio (à ce propos voir plus loin).

5. **Mouvement du gaz interstellaire.** Comme le montrent les observations des raies d'absorption, les nuages de gaz dans l'espace interstellaire se déplacent à des vitesses de l'ordre de 10 km/s. Les observations des nuages de gaz brillants aboutissent à peu près aux mêmes résultats. Dans ce cas les vitesses du mouvement des nuages sont déterminées d'après le décalage des raies d'émission dans leurs spectres. D'autre part, à l'intérieur des nuages il existe également des mouvements désordonnés (turbulents). Ceci se manifeste en ce que les vitesses radiales de différents éléments du nuage de gaz sont différentes. En particulier, pour le cas de la nébuleuse d'Orion on a étudié en détail les mouvements internes. Il s'est avéré que la vitesse moyenne de ces mouvements est de 7 km/s.

Le mouvement du gaz interstellaire est étudié à l'aide des méthodes de la dynamique des gaz (voir [6] et [7]). Nous n'en signalons ici que certains résultats.

Si un nuage de gaz se trouve dans le vide, il doit naturellement se dilater. Comme l'a montré Riemann, la vitesse de la dilatation est:

$$v = \frac{2v_s}{\gamma - 1}, \tag{33.31}$$

où v_s est la vitesse du son et γ, l'indice adiabatique.

On sait que la vitesse du son est donnée par la formule

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma k T}{\mu m_H}}, \tag{33.32}$$

où μ est la masse moléculaire moyenne. Le gaz interstellaire est surtout monoatomique, et donc $\gamma = {}^5/_3$. On peut admettre que $\mu = 1$

et T = 100 K dans la région H I et que $\mu = 1/2$ et $T = 10\,000$ K dans la région H II. Pour la vitesse du son dans ces zones on obtient donc respectivement $v_s = 1{,}2$ km/s et $v_s = 19$ km/s.

Pour les valeurs citées de γ et v_s la formule (33.31) entraîne qu'un nuage d'hydrogène ionisé doit se dilater dans l'espace à une vitesse de l'ordre de 60 km/s. Evidemment, le nuage se dilatera aussi à peu près à la même vitesse si sa densité est bien plus grande que celle du milieu ambiant. D'habitude la densité de la région H II ne se distingue pas sensiblement de celle de la région H I adjacente. Dans ce cas la région H II se dilatera moins vite, mais se dilatera quand même par suite de la grande différence des pressions dans ces régions due à la différence des températures. La dilatation du gaz chaud de la région H II met en mouvement le gaz froid de la région H I et le comprime. Par ailleurs, la densité du gaz chaud diminue et il devient plus transparent à l'émission de l'étoile dans le continuum de Lyman. Ce rayonnement pénètre dans le gaz froid comprimé et provoque l'ionisation. Grâce à ce processus le gaz de la couche externe de la région H II doit être plus dense et rayonner plus fort que le gaz des parties intérieures. Comme le montrent les observations, les régions H II sont en effet délimitées par des bordures claires.

Un trait caractéristique du mouvement du gaz interstellaire est la formation des ondes de choc. Ceci s'explique par le fait que les vitesses du gaz dans l'espace interstellaire sont souvent supérieures à la vitesse du son (surtout dans les régions H I). Les ondes de choc peuvent être produites par des processus différents : lors de la dilatation de la région H II (ou, comme on le dit parfois, lors du déplacement du front d'ionisation), lors des rencontres des nuages interstellaires, lors des mouvements des enveloppes éjectées par les explosions des novae et des supernovae.

Voici quelques formules qui décrivent les phénomènes dont s'accompagne la propagation de l'onde de choc. Soit un nuage dense (ou une enveloppe) se déplaçant à la vitesse v dans le gaz interstellaire non ionisé. Le gaz comprimé se trouve devant le nuage et se déplace à la même vitesse v. La limite entre le gaz comprimé et non comprimé s'appelle *front de choc* et se déplace à une vitesse V supérieure à v. Si l'onde de choc se propage dans un gaz monoatomique parfait, d'après les calculs

$$V = \frac{4}{3} v. \tag{33.33}$$

alors que la densité du gaz comprimé est quatre fois plus élevée que celle du gaz non comprimé. La compression du gaz fait augmenter également sa température jusqu'à la valeur déterminée par la formule

$$\frac{3}{2} kT = \frac{\mu m_H v^2}{2}. \tag{33.34}$$

Il est clair que le chauffage du gaz et le mouvement qui lui est communiqué sont dus à l'énergie cinétique du nuage progressivement freiné. Cependant, les formules mentionnées ne tiennent pas compte du fait que le gaz comprimé chauffé peut se refroidir. Ce refroidissement est dû au fait que les atomes sont excités par collisions avec les électrons libres et émettent ensuite des quanta dans les raies spectrales, qui sortent du gaz. Ce processus est celui de la désexcitation du gaz. La structure des ondes de choc à désexcitation a été examinée pour la première fois par Pickelner [3], puis par d'autres auteurs. Les résultats de cette théorie se distinguent de ceux exposés plus haut. En particulier, on a établi que la densité du gaz comprimé peut dépasser de dizaines de fois sa densité initiale. Il se peut que la luminosité de certaines nébuleuses diffuses s'explique par la désexcitation du gaz après le passage d'une onde de choc.

Les mouvements turbulents du gaz qui existent dans la Galaxie sont étudiés par des méthodes statistiques particulières. Dans le cas le plus simple on admet que le mouvement turbulent est caractérisé par le mouvement chaotique des masses de gaz dans lequel l'énergie des mouvements de grande échelle est complètement transmise aux mouvements de plus petite échelle en se transformant finalement en énergie thermique. Dans ce cas, d'après Kolmogorov, la vitesse relative du mouvement des masses turbulentes v est liée à la distance l entre elles par la relation

$$v \approx (\varepsilon l)^{1/3}, \tag{33.35}$$

où ε est l'énergie reçue par un gramme de matière en 1 s à partir des sources de turbulence. L'analyse des données d'observation du mouvement du gaz interstellaire conduit à la conclusion que la loi (33.35) est observée *grosso modo* jusqu'à la valeur $l \approx 100$ pc. De plus, pour l'énergie reçue par le gaz il faut adopter la valeur $\varepsilon \approx 10^{-3}$ erg/g·s. Une exploration plus rigoureuse de la turbulence doit tenir compte de l'influence exercée sur elle par lè champ magnétique (voir [3]).

Le mouvement du gaz et de la poussière dans la Galaxie peut avoir plusieurs causes. L'une d'elles est la pression de rayonnement des étoiles, qui exerce une action assez forte sur les particules de poussière. Comme une autre cause on peut citer l'expansion des enveloppes des novae et des supernovae. Mais le principal phénomène communiquant le mouvement au gaz et à la poussière de l'espace interstellaire est probablement la dilatation des régions d'hydrogène ionisé entourant les étoiles de la classe O.

§ 34. Rayonnement radiocosmique

1. Rayonnement de la région H II. Le rayonnement du milieu interstellaire est observé aussi bien dans le domaine optique du spectre que dans celui des ondes radio. Les observations dans le domaine

radio fournissent des renseignements précieux non seulement sur l'état physique du milieu interstellaire, mais encore sur sa structure et son mouvement. Il est particulièrement important que nous pouvons observer le rayonnement radio provenant des parties très éloignées de la Galaxie, tout à fait inaccessibles aux observations optiques. Ceci s'explique par le fait que la poussière interstellaire est pratiquement transparente sur les fréquences radio.

Considérons d'abord le rayonnement radio provenant des régions d'hydrogène ionisé. Un tel rayonnement, observé sur ondes centimétriques et décimétriques, est un rayonnement thermique (à la gamme métrique s'ajoute encore un rayonnement non thermique dont on traitera plus loin). Le rayonnement radio du Soleil calme ayant également une nature thermique, en examinant le rayonnement radio des régions H II nous pouvons utiliser les formules données au § 18.

Supposons que le rayonnement radio nous parvient d'un nuage d'hydrogène ionisé et sur le chemin du nuage vers l'observateur il n'y a pas d'absorption. Désignons par ε_ν le coefficient d'émission volumique et par α_ν, le coefficient d'absorption volumique dans le nuage. Si le rayonnement est thermique, on a

$$\frac{\varepsilon_\nu}{\alpha_\nu} = B_\nu(T_e) = \frac{2\nu^2}{c^2} kT_e, \tag{34.1}$$

où T_e est la température du gaz électronique. Nous avons établi précédemment que dans les régions H II la quantité T_e est presque constante et proche de 10 000 K. Nous pouvons donc écrire pour l'intensité du rayonnement issu d'un nuage:

$$I_\nu = B_\nu(T_e)(1 - e^{-\tau_\nu^0}), \tag{34.2}$$

où τ_ν^0 est le chemin optique du rayon dans le nuage. Pour calculer la quantité τ_ν^0 il faut utiliser la formule (18.9), d'après laquelle on obtient

$$\tau_\nu^0 = \int_0^{s_0} \alpha_\nu\, ds = \frac{2^4\pi^2 e^6}{3\sqrt{3}\, c\,(2\pi m k T_e)^{3/2}} \frac{g_\nu}{\nu^2} \int_0^{s_0} n_e n^+\, ds, \tag{34.3}$$

où s_0 est l'« épaisseur » géométrique du nuage.

On sait qu'il est d'usage d'exprimer l'intensité du rayonnement I_ν par l'intermédiaire de la température de brillance T_ν à partir de la relation (18.2). Aussi la formule (34.2) peut-elle se récrire sous la forme:

$$T_\nu = T_e(1 - e^{-\tau_\nu^0}). \tag{34.4}$$

Considérons deux cas particuliers de la formule (34.4). Avec $\tau_\nu^0 \gg \gg 1$ cette formule entraîne

$$T_\nu \approx T_e, \tag{34.5}$$

et avec $\tau_\nu^0 \ll 1$,

$$T_\nu \approx T_e \tau_\nu^0 \sim \nu^{-2}. \tag{34.6}$$

D'après la dépendance observée de la température de brillance T_ν par rapport à la fréquence ν, on peut distinguer sans peine un cas de l'autre. Si les observations révèlent que T_ν ne dépend pas de ν, l'épaisseur optique du nuage est grande ($\tau_\nu^0 \gg 1$). Dans ce cas la température de brillance mesurée est simplement égale à la température électronique du nuage, qui est justement déterminée de cette façon. Mais si d'après les observations $T_\nu \sim \nu^{-2}$, l'épaisseur optique du nuage est petite ($\tau_\nu^0 \ll 1$). Dans ce cas, d'après la température de brillance mesurée on peut déterminer la valeur de l'intégrale $\int_0^{s_0} n_e n^+ \, ds$ appelée parfois *mesure d'émission*. La connaissance de la valeur de cette intégrale et de l'épaisseur du nuage s_0 permet d'évaluer la concentration moyenne des électrons libres dans le nuage, car approximativement $n^+ = n_e$.

La formule (34.3) montre que l'épaisseur optique d'une nébuleuse décroît avec l'augmentation de la fréquence. Pour les observations dans le domaine radio il peut donc s'avérer que la température de brillance dans le domaine des basses fréquences est constante, alors que dans le domaine des hautes fréquences elle est proportionnelle à ν^{-2}. Autrement dit, pour une certaine fréquence que nous noterons ν_1, on peut observer un pic dans le spectre radio de la nébuleuse. Il est évident que la fréquence ν_1 est définie par la condition :

$$\nu_1^2 = \frac{2^4 \pi^2 e^6 g_{\nu_1}}{3\sqrt{3}\, c\, (2\pi m k T_e)^{3/2}} \int_0^{s_0} n_e n^+ \, ds. \tag{34.7}$$

Approximativement (pour $T_e \approx 10^4$), au lieu de (34.7) on a

$$\nu_1^2 \approx 10^{-7} \int_0^{s_0} n_e n^+ \, ds. \tag{34.8}$$

La formule (34.8) permet d'obtenir la mesure de l'émission d'après la fréquence ν_1 observée.

Les formules données ne peuvent être appliquées qu'aux nébuleuses dont l'intensité du rayonnement radio I_ν a été mesurée. Or, pour la plupart des nébuleuses on mesure non pas l'intensité, mais le

flux H_ν. Pour obtenir l'expression théorique de H_ν, il faut intégrer l'expression (34.2) de I_ν sur les coordonnées dans le plan tangent au ciel. Dans ces conditions on suppose ordinairement que la nébuleuse a une forme sphérique.

Les méthodes mentionnées, ou leurs diverses variantes, ont permis de déterminer les valeurs des températures électroniques et des concentrations de nombreuses nébuleuses diffuses. A titre d'exemple on peut citer l'ouvrage de Pariïski qui a étudié en détail le rayonnement radio de la nébuleuse d'Orion. En particulier, pour la température électronique de la nébuleuse il a obtenu une valeur de 11 750 K. La valeur de la masse de la nébuleuse a également été déterminée et s'est avérée égale à 116 $M_\odot$.

2. Rayonnement non thermique. La formule (34.4) montre que dans le cas du rayonnement thermique la température de brillance T_ν ne peut pas dépasser la température du gaz électronique T_e. Mais si les observations révèlent que $T_\nu > T_e$, il faut en conclure qu'on est en présence d'un rayonnement non thermique.

On sait que dans les régions H II la température électronique est d'environ 10 000 K. Or, dans la gamme métrique la température de brillance du rayonnement radio de la Galaxie est bien plus élevée et atteint des valeurs de l'ordre de centaines de milliers de degrés. Il faut donc admettre que dans le spectre continu une partie du rayonnement radio galactique est d'une origine non thermique.

Cette conclusion est confirmée par la dépendance établie d'après les observations entre l'intensité du rayonnement radio et la fréquence. D'ordinaire, l'intensité du rayonnement radio et sa température de brillance sont de la forme

$$I_\nu \sim \nu^{-n}, \quad T_\nu \sim \nu^{-n-2}, \tag{34.9}$$

où n est une certaine constante. Pour le rayonnement thermique, $n \leqslant 0$ (si la couche émettrice est opaque, I_ν décroît avec la croissance de la longueur d'onde, et si elle est transparente, $I_\nu = \text{const}$). Cependant, pour le rayonnement radiogalactique dans la gamme métrique on a trouvé que $n \approx 0{,}5$, c'est-à-dire que l'intensité augmente avec la croissance de la longueur d'onde.

De la sorte, le rayonnement radio galactique compte deux composantes, thermique et non thermique. Sur ondes métriques le rayonnement non thermique prédomine. Mais à mesure que la longueur d'onde diminue, l'intensité du rayonnement non thermique faiblit, et sur les ondes décimétriques elle est du même ordre que l'intensité du rayonnement thermique. Dans la gamme centimétrique prédomine déjà le rayonnement thermique, qui provient, comme nous l'avons établi, des régions d'hydrogène ionisé.

Il convient de noter que les nuages d'hydrogène ionisé sont parfois observés également sur les ondes métriques, mais ceci d'après leur absorption et non leur émission. Ceci a lieu lorsque le nuage H II

se projette sur une région de la Galaxie qui émet sur les ondes métriques avec une très grande température de brillance.

Des observations nombreuses ont permis d'établir des cartes détaillées du rayonnement radio de la Galaxie. On y voit que le rayonnement sur les ondes centimétriques provient d'une bande étroite située le long de l'équateur galactique. Il apparaît dans les régions H II qui se trouvent dans les bras spiraux. Quant au rayonnement sur les ondes métriques, il provient aussi bien de l'étroite bande galactique que d'une région très étendue, dont l'intensité de rayonnement décroît lentement avec l'éloignement du plan galactique. La forme de cette région est à peu près sphérique et constitue la couronne de la Galaxie.

Il convient d'admettre que le rayonnement radio non thermique de la Galaxie est le rayonnement de freinage des électrons relativistes dans le champ magnétique (c'est-à-dire qu'il est défini par un mécanisme synchrotron). Cette idée a été avancée pour la première fois en 1950 par Alfvén et Herlofson et, indépendamment d'eux, par Kippenhoyer. Comme argument ces auteurs ont avancé que dans l'espace galactique il doit exister un nombre énorme de particules de haute énergie qui provoquent le phénomène des rayons cosmiques observé sur la Terre.

Les formules essentielles du calcul de l'intensité du rayonnement synchrotron ont été données au § 31 lorsqu'on a examiné le rayonnement radio des sources discrètes que sont les restes des supernovae. Ces formules peuvent être appliquées également au rayonnement radio non thermique de la Galaxie. Etant donné que la relation observée entre l'intensité du rayonnement radio et la fréquence est exprimée par la formule (34.9) dans laquelle $n \approx 0.5$, le spectre énergétique des électrons relativistes est déterminé par la formule (31.9) dans laquelle $\gamma \approx 2$. Ensuite, d'après l'intensité du rayonnement I_ν et la longueur du parcours d'un rayon dans la Galaxie r_0 on peut trouver le coefficient d'émission volumique ε_ν d'après la relation:

$$I_\nu = \varepsilon_\nu r_0. \qquad (34.10)$$

La comparaison de cette valeur de ε_ν avec la valeur théorique donnée par la formule (31.10) permet d'évaluer soit la concentration des électrons relativistes dans la Galaxie, soit l'intensité du champ magnétique (si l'une de ces quantités est donnée, on trouve l'autre). Admettons que le nombre des électrons relativistes est environ 1 % du nombre des particules de haute énergie (évalué d'après le flux observé des rayons cosmiques). Alors, pour l'intensité du champ magnétique dans la Galaxie on obtient des valeurs de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-5} Œ. De plus, dans la couronne l'intensité du champ magnétique s'avère 2 à 3 fois plus faible que dans le disque de la Galaxie.

Si le rayonnement non thermique de la Galaxie est d'origine synchrotron, il faut alors expliquer comment apparaissent les élec-

trons relativistes. Nous avons déjà dit au § 31 que les électrons relativistes peuvent être produits par les explosions des supernovae. Toutefois, dans la Galaxie il existe également d'autres mécanismes de formation des particules de haute énergie. L'un d'eux est le « mécanisme statistique » indiqué par Fermi. Il consiste en l'accélération des particules chargées par collision avec le nuage aimanté de gaz interstellaire. Une telle collision peut conduire aussi bien à l'accélération qu'au ralentissement de la particule, mais les calculs montrent que l'accélération est plus fréquente, et elle est d'autant plus efficace que l'énergie de la particule est plus grande. Il se peut que les particules de haute énergie produites par les explosions des supernovae soient encore accélérées par l'action du processus de Fermi.

3. Rayonnement radio monochromatique. Dans le domaine radio le milieu interstellaire émet de l'énergie non seulement dans le spectre continu, mais encore dans les raies spectrales. Ces raies apparaissent dans les transitions entre niveaux discrets très proches l'un de l'autre. La raie qui présente le plus d'intérêt appartient à l'hydrogène et sa longueur d'onde est $\lambda = 21$ cm. Elle apparaît lors des transitions entre les sous-niveaux de la structure superfine de l'état fondamental de l'atome. Le premier à indiquer qu'elle peut être observée fut Van de Hulst, puis la raie a été enregistrée en réalité. Par la suite de nombreux astrophysiciens ont poursuivi l'étude du rayonnement radio galactique dans cette raie. Il convient de souligner que de telles recherches sont une principale source de nos renseignements sur l'hydrogène neutre dans l'espace interstellaire (du fait qu'il se trouve essentiellement dans les régions H I, où il ne donne pas de rayonnement dans le domaine visible du spectre).

Les calculs ont montré que le coefficient d'Einstein de la transition spontanée dans la raie $\lambda = 21$ cm vaut

$$A = 2{,}85 \cdot 10^{-15}\ \text{s}^{-1}. \tag{34.11}$$

On voit qu'il est très petit et donc la durée de vie moyenne d'un atome au sous-niveau excité de l'état fondamental est extrêmement grande: 10^7 ans environ.

L'excitation du sous-niveau supérieur a lieu par collisions entre atomes. Dans les conditions du milieu interstellaire ces collisions sont extrêmement rares, mais elles sont quand même plus fréquentes que les transitions spontanées entre sous-niveaux. On peut donc admettre que la distribution des atomes selon les sous-niveaux est donnée par la formule de Boltzmann à la température cinétique du gaz T_{cin}. Dans ce cas le rapport du coefficient d'émission au coefficient d'absorption dans la raie $\lambda = 21$ cm est égal à la valeur de la fonction de Planck à la même température, c'est-à-dire à la quantité $B_\nu(T_{\text{cin}})$.

En partant de ce qui vient d'être dit. l'intensité de rayonnement dans la raie considérée est donnée par la formule:

$$I'_\nu = B_\nu(T_{\text{cin}})(1 - e^{-t^0_\nu}) + I''_\nu, \qquad (34.12)$$

où t^0_ν est le parcours optique total du rayon sur la fréquence ν à l'intérieur de la raie pour une direction donnée dans la Galaxie, et I''_ν, l'intensité du rayonnement galactique dans le spectre continu sur les fréquences de la raie.

La quantité I''_ν (due surtout au rayonnement non thermique de la Galaxie) est déterminée par la formule:

$$I''_\nu = \int_0^\infty \varepsilon_\nu e^{-\sigma_\nu r}\,dr = \frac{\varepsilon_\nu}{\sigma_\nu}(1 - e^{-t^0_\nu}), \qquad (34.13)$$

où ε_ν est le coefficient d'émission volumique dans le spectre continu et σ_ν, le coefficient d'absorption volumique dans la raie. Soit I_ν l'intensité de rayonnement dans le spectre continu en l'absence d'absorption dans la raie. Le coefficient d'émission ε_ν est exprimé par l'intermédiaire de I_ν à l'aide de la formule (34.10). En utilisant également la formule $t^0_\nu = \sigma_\nu r_0$, on obtient au lieu de (34.13)

$$I''_\nu = I_\nu \frac{1 - e^{-t^0_\nu}}{t^0_\nu}. \qquad (34.14)$$

En dehors des limites de la raie, c'est-à-dire pour $t^0_\nu \to 0$, on a, comme il se doit, $I'_\nu \to I_\nu$. La quantité I_ν peut s'obtenir d'après les observations du secteur du spectre continu voisin de la raie.

Le coefficient d'absorption dans la raie $\lambda = 21$ cm étant très petit (il est proportionnel à la petite quantité A), la quantité t^0_ν est inférieure à l'unité pour la plupart des directions dans la Galaxie. Ce n'est que dans certaines régions du ciel (en particulier dans la direction du centre galactique) que $t^0_\nu \gg 1$. Dans ce dernier cas, d'après les observations de l'intensité de la raie qui est maintenant proche de la quantité $B_\nu(T_{\text{cin}})$, on peut déterminer la température du gaz dans les régions H I. De cette façon on obtient pour cette température la valeur $T_{\text{cin}} \approx 125$ K.

Mais lorsque $t^0_\nu \ll 1$, au lieu de (34.12) on a

$$I'_\nu - I_\nu = B_\nu(T_{\text{cin}})\, t^0_\nu. \qquad (34.15)$$

En utilisant cette formule on peut trouver la quantité t^0_ν d'après l'intensité de rayonnement observée dans la raie $\lambda = 21$ cm. Ceci permet de parvenir à une conclusion sur la distribution et le mouve-

ment de l'hydrogène interstellaire. Par exemple, la quantité t_ν^0 peut s'écrire:

$$t_\nu^0 = \int_0^\infty n_1(r)\, k(\nu - \nu_0')\, dr, \qquad (34.16)$$

où n_1 (r) est la concentration des atomes d'hydrogène à la distance dans la direction considérée et k ($\nu - \nu_0'$), le coefficient d'absorption par atome. Ici par ν_0' on entend la fréquence centrale de la raie, qui correspond à la vitesse radiale v (r) du volume donné par rapport à l'observateur, c'est-à-dire

$$\nu_0' = \nu_0 + \nu_0 \frac{v(r)}{c}. \qquad (34.17)$$

Supposons qu'à une certaine distance dans la direction considérée se trouve un nuage d'hydrogène interstellaire qui se déplace par rapport à l'observateur à la vitesse v. Alors, pour les fréquences ν proches de la fréquence ν_0' déterminée par la formule (34.17), la quantité t_ν^0 aura un maximum et le profil de la raie doit enregistrer un pic. D'après l'intensité de ce pic on peut trouver le nombre d'atomes dans le nuage, et d'après le décalage du pic par rapport à la fréquence centrale ν_0, la vitesse de déplacement du nuage. Cependant, en réalité le long de la ligne de visée se trouve un grand nombre de nuages se déplaçant à des vitesses différentes. D'autre part, le gaz interstellaire participe à la rotation galactique. Les profils de la raie sont donc fort compliqués.

Pour analyser les profils de la raie 21 cm il faut tenir compte de ce que le rayonnement dans cette raie nous atteint depuis des parties très éloignées de la Galaxie. Donc de tous les mouvements du gaz interstellaire, c'est la rotation galactique qui intervient le plus fortement dans le profil de la raie. On trouve aisément que dans ce cas la vitesse radiale d'un certain volume par rapport à l'observateur se calcule d'après la formule:

$$v(r) = R_0 [\omega(R) - \omega(R_0)] \sin(l - l_0), \qquad (34.18)$$

où R et R_0 sont les distances respectives du volume donné et du Soleil au centre galactique; ω (R), la vitesse angulaire de la rotation; $l - l_0$, la différence des longitudes du volume donné et du centre de la Galaxie (fig. 45). Si la fonction ω (R) est connue, en appliquant la formule (34.15) on peut trouver d'après les profils observés la distribution de l'hydrogène dans la Galaxie. Un tel travail a été réalisé par Oort et ses collaborateurs, qui en ont conclu à la présence préférentielle de l'hydrogène dans les bras spiraux. De nos jours il existe des cartes détaillées de la distribution de l'hydrogène dans le plan galactique.

Si on intègre les deux membres de la formule (34.15) sur toutes les fréquences, on obtient:

$$\int_0^\infty (I'_\nu - I_\nu)\, d\nu = \frac{h\nu_0}{4\pi} A \int_0^\infty n_1(r)\, dr, \qquad (34.19)$$

où A est donné par la formule (34.11). Pour déduire la formule (34.19) on a utilisé la relation (8.12) en tenant compte de l'absorption négative. On voit qu'à l'aide de la formule (34.19) on peut déterminer d'après l'intensité totale observée de la raie le nombre total

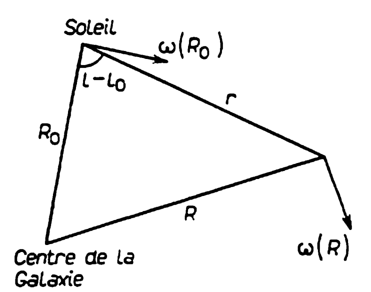


Fig. 45

d'atomes d'hydrogène dans une colonne de 1 cm^2 de section située le long de la ligne de visée. Ceci permet de trouver, si l'on donne les dimensions de la Galaxie, la concentration moyenne des atomes d'hydrogène. Pour cette quantité on obtient, tout comme par d'autres méthodes, la valeur $\bar{n}_1 \approx 1$ atome/cm^{-3}.

D'après les profils de la raie 21 cm on peut également déterminer la vitesse de rotation galactique en fonction de R. Evidemment, pour le rayon donné la vitesse radiale maximale est celle du volume qui se trouve à la plus petite distance au centre de la Galaxie, égale à $R_0 \sin(l - l_0)$. D'autre part, la vitesse de ce volume est déterminée par le déplacement de l'aile de la raie par rapport à la fréquence centrale ν_0. La comparaison de ces quantités fournies par les observations dans des directions différentes permet d'obtenir la fonction $\omega(R)$.

De la sorte, l'analyse des profils de la raie 21 cm fournit des résultats très importants. Dans une grande mesure ceci s'explique par la présence dans le milieu interstellaire de grands gradients de vitesse dus à la rotation galactique. Grâce à l'effet Doppler le rayonnement dans la raie issu de différentes parties de la Galaxie a une fréquence différente et le rayonnement n'est pas absorbé sur le chemin jusqu'à l'observateur. Il s'ensuit que chaque élément du profil de la raie caractérise le rayonnement en provenance d'une partie défi-

nie de la Galaxie. Cela facilite sensiblement l'analyse du profil de la raie.

Outre la raie $\lambda = 21$ cm, le milieu interstellaire émet également d'autres raies dans le domaine radio. En particulier, l'hydrogène donne de telles raies lors des transitions entre les niveaux de la structure fine. Par exemple, la transition $2^2P_{3/2} - 2^2S_{1/2}$ fait apparaître une raie de longueur d'onde de 3 cm. Toutefois, l'intensité de cette raie est faible. L'hydrogène émet également des raies dans le domaine radio lors de la transition entre niveaux élevés dont les principaux nombres quantiques sont voisins. On voit sans peine que dans les transitions $n \to n - 1$ se forment des raies dont la longueur d'onde $\lambda > 1$ cm si $n > 60$. Comme l'ont montré les calculs de Kardachev, les intensités de ces raies sont assez grandes et décelables. Par la suite elles ont été réellement observées et ceci a permis d'évaluer la population des niveaux élevés des atomes d'hydrogène.

Outre les raies d'hydrogène, le spectre radio du milieu interstellaire comporte également des raies d'émission de nombreuses molécules: hydroxyle OH, ammoniac NH_3, eau H_2O, formaldéhyde H_2CO, etc. La question de l'apparition de certaines de ces raies sera examinée en détail plus loin.

La présence de différents types de molécules (en particulier, de la molécule organique de formaldéhyde) dans l'espace interstellaire témoigne de l'évolution chimique complexe du milieu interstellaire.

4. Raies d'absorption dans le domaine radio. L'hydrogène interstellaire sur l'onde $\lambda = 21$ cm peut donner non seulement une raie d'émission, mais aussi une raie d'absorption. Cette dernière se forme lorsque la ligne de visée passe par une forte source de rayonnement radio dans le spectre continu. En général l'intensité rayonnée dans la raie est donnée par la formule:

$$I'_\nu = B_\nu(T_k)(1 - e^{-t_\nu^0}) + I''_\nu + I_\nu^0 e^{-t_\nu^0}, \qquad (34.20)$$

où I_ν^0 est l'intensité rayonnée par la source, et t_ν^0, la distance optique de la source à l'observateur. Si la source est absente, la formule (34.20) se transforme en (34.12), formule examinée précédemment. Mais si la source est très forte, alors au lieu de (34.20) on obtient

$$I'_\nu = I_\nu^0 e^{-t_\nu^0}. \qquad (34.21)$$

La formule (34.21) détermine justement le profil d'une raie d'absorption.

La raie d'absorption $\lambda = 21$ cm a été observée dans les spectres des sources galactiques très brillantes: Cassiopée A, Taureau A, Sagittaire A. La figure 46 schématise la disposition de ces sources et des bras spiraux dans lesquels se trouve préférentiellement l'hy-

drogène. D'après les profils observés et les intensités des raies on a déterminé à l'aide de la formule (34.21) la concentration des atomes d'hydrogène dans les bras spiraux, ainsi que la température cinétique du gaz interstellaire.

Ce qui présente un intérêt particulier, c'est que d'après la raie d'absorption 21 cm on peut établir l'intensité du champ magnétique de la Galaxie. Ceci est possible du fait que le sous-niveau supérieur de l'état fondamental de l'hydrogène est un triplet et la raie 21 cm

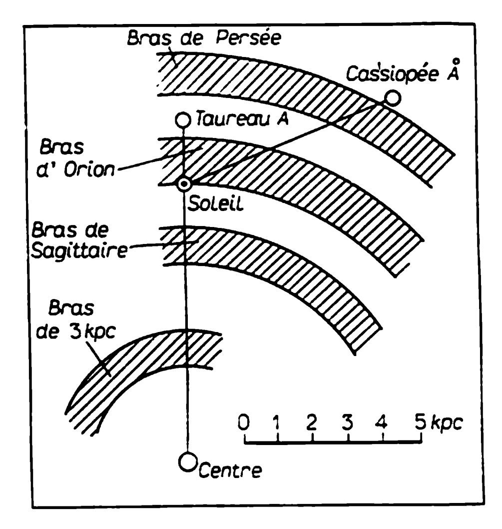


Fig. 46

se divise dans le champ magnétique en trois composantes (effet Zeeman). Cependant, le champ magnétique de la Galaxie étant faible, la distance entre les composantes extrêmes est très petite (pour $H \approx 10^{-5}$ Œ elle est de l'ordre de 30 Hz, alors que la largeur dopplérienne de la raie est de l'ordre de 10^4 Hz). On peut quand même tenter de mesurer la valeur de la division en utilisant à cet effet la polarisation des composantes extrêmes. Une telle tentative a été entreprise dans l'observatoire radioastronomique de Jodrell Bank. Les recherches ont permis d'établir que dans les régions de la Galaxie qui se situent dans les directions des trois radiosources précitées, l'intensité du champ magnétique est de 10^{-6} à 10^{-5} Œ.

Outre la raie d'absorption $\lambda = 21$ cm dans le domaine radio on observe également des raies d'absorption interstellaires de certaines molécules. Les premières à avoir été découvertes sont les molécules OH. La mesure des profils et des intensités de ces raies dans la direction du centre galactique a permis de déterminer les vitesses du déplacement des nuages de gaz interstellaire et la concentration des molécules OH dans les nuages.

5. Masers cosmiques. Considérons maintenant les raies d'émission des molécules dans le spectre du milieu interstellaire. Comme le montrent les observations dans le domaine radio, le rayonnement dans les raies de certaines molécules provient de très petits secteurs du ciel ; il est caractérisé par une température de brillance très élevée atteignant 10^{12} à 10^{15} K. D'autre part, les largeurs des raies sont très petites. Ces raies appartiennent surtout à l'hydroxyle OH et à l'eau H_2O.

Pour expliquer l'origine de ces raies on admet que les nuages interstellaires sont le siège de l'effet maser, qui est le renforcement des raies par absorption négative (appelée autrement *rayonnement induit*). Nous avons déjà dit (§ 8) que l'absorption négative consiste en ce que le rayonnement incident sur un atome ou sur une molécule provoque une transition du niveau supérieur vers un niveau inférieur, pendant laquelle apparaissent deux quanta au lieu d'un seul se déplaçant dans la même direction. Pour que l'absorption négative domine sur l'absorption ordinaire il faut que soit observée l'inégalité $n_1 < \frac{g_1}{g_2} n_2$ (si l'on admet que la raie est produite par la transition $2 \rightarrow 1$). Dans ce cas l'intensité de rayonnement dans le sens du rayon ne diminue pas, mais augmente.

Or, pour que l'inégalité citée soit respectée, il faut qu'il existe un mécanisme de pompage assurant au deuxième niveau un nombre de molécules assez grand, supérieur à leur nombre dans la distribution de Balmer relative à une température infiniment grande. Un tel mécanisme peut être l'excitation des niveaux plus élevés par rayonnement dans d'autres raies avec transition spontanée ultérieure vers le deuxième niveau.

Ecrivons l'expression de l'intensité du rayonnement issu du nuage interstellaire sur les fréquences de la raie. Soit un nuage frappé par un rayonnement d'intensité I_ν^0 et sur son parcours l'énergie rayonnante est absorbée et émise avec les coefficients volumiques correspondants σ_ν et ε_ν. Alors, l'intensité du rayonnement issu du nuage est

$$I_\nu = I_\nu^0 e^{-t_\nu^0} + \frac{\varepsilon_\nu}{\sigma_\nu}\left(1 - e^{-t_\nu^0}\right), \tag{34.22}$$

où $t_\nu^0 = \sigma_\nu s_0$ est le parcours optique du rayon dans le nuage et s_0, son chemin géométrique.

Compte tenu du rayonnement induit on a pour le coefficient d'absorption volumique :

$$\sigma_\nu = \left(n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2\right) k_\nu, \tag{34.23}$$

où k_ν est le coefficient d'absorption par molécule. Nous admettrons que le coefficient d'émission ε_ν est aussi proportionnel à la quantité

k_ν. Alors, en utilisant la formule

$$4\pi \int \frac{\varepsilon_\nu}{h\nu}\, d\nu = n_2 A_{21}$$

et la relation (8.12) on trouve

$$\varepsilon_\nu = n_2 A_{21} \frac{c k_\nu}{4\pi B_{12}}. \qquad (34.24)$$

En portant les expressions (34.23) et (34.24) dans la formule (34.22) on obtient

$$I_\nu = I_\nu^0 e^{-t_\nu^0} + \frac{2h\nu_0^3}{c^2} \frac{g_1}{g_2} \frac{n_2}{n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2} (1 - e^{-t_\nu^0}), \qquad (34.25)$$

où l'on a tenu compte de la relation (8.5) entre les coefficients d'Einstein A_{21} et B_{12} et où ν_0 désigne la fréquence centrale de la raie.

En exprimant les intensités du rayonnement I_ν et I_ν^0 par l'intermédiaire des températures de brillance T_ν et T_ν^0 d'après la formule (18.2), et le rapport n_2/n_1, par l'intermédiaire de la température d'excitation T_1 d'après la formule

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{h\nu_0}{kT_1}}, \qquad (34.26)$$

au lieu de la relation (34.25) il vient

$$T_\nu = T_\nu^0 e^{-t_\nu^0} + T_1 (1 - e^{-t_\nu^0}). \qquad (34.27)$$

La relation (34.27) est justifiée aussi bien lorsque le rôle du rayonnement induit est petit que lorsqu'il est grand. Si ce rôle est grand, c'est-à-dire si $\frac{g_1}{g_2} n_2 > n_1$, les quantités T_1 et t_ν^0 sont négatives. Dans ce cas, avec la condition que $|t_\nu^0| \gg 1$, la relation (34.27) peut s'écrire :

$$T_\nu \approx |T_1|\, e^{|t_\nu^0|}. \qquad (34.28)$$

La formule (34.28) montre que pour $|t_\nu^0| \approx 20$ à 30, la température de brillance atteint les mêmes valeurs énormes que celles qu'on obtient par observation.

Il est facile de voir également qu'à l'aide de la formule (34.28) on peut expliquer une autre observation importante : l'étroitesse extrême des raies spectrales. Supposons que le coefficient d'absorption possède un profil dopplérien, c'est-à-dire

$$k_\nu = k_0 e^{-x^2}, \qquad (34.29)$$

où $x = (\nu - \nu_0)/\Delta\nu_D$ et $\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c}\sqrt{\frac{2kT}{M}}$ est la demi-largeur dopplérienne (M est la masse de la molécule et T, la température ciné-

tique du nuage). En tenant compte de (34.29) on trouve au lieu de (34.28):

$$T_\nu \approx |T_1|\, e^{t_0 e^{-x^2}}, \qquad (34.30)$$

où l'on a noté $t_0 = k_0 s_0 \left(\frac{g_1}{g_2} n_2 - n_1\right)$. Soit $\Delta\nu$ la demi-largeur de la raie spectrale, c'est-à-dire la distance au centre de la raie à laquelle l'intensité ou la température de brillance qui la remplace est à peu près deux fois inférieure à sa valeur centrale. En utilisant la formule (34.30) on obtient pour la demi-largeur de la raie

$$\Delta\nu \approx \frac{\Delta\nu_D}{\sqrt{t_0}}. \qquad (34.31)$$

La demi-largeur dopplérienne $\Delta\nu_D$ étant petite par suite de la petitesse de la température cinétique et la quantité t_0 étant grande (disons, de l'ordre de 25), la demi-largeur de la raie $\Delta\nu$ doit en effet être extrêmement petite.

En appliquant la formule (34.28) il faut tenir compte de ce qu'elle n'est valable que lorsque la population du deuxième niveau est déterminée surtout par le mécanisme de pompage. Cependant, lorsque l'intensité de rayonnement dans la raie devient assez grande, ce rayonnement commence à intervenir fortement dans les populations des niveaux. Pour un tel maser (dit *saturé*) la croissance de la température de brillance avec l'épaisseur optique est plus lente que d'après la formule (34.28) (plus en détail, voir [8]).

Les observations des masers cosmiques montrent qu'ils sont disposés dans les parties extérieures d'énormes nébuleuses de gaz et de poussière. D'après le rayonnement maser on a tiré la conclusion qu'il provient des nuages de taille modeste et relativement denses (d'une étendue d'environ 10^{16} cm et d'une densité de l'ordre de 10^{-18} g/cm^3). On suppose que ces nuages sont des étoiles en germe.

6. **Rayonnement radio de la Métagalaxie.** Jusqu'à présent nous n'avons parlé que du milieu interstellaire de notre Galaxie. Or, pour comprendre la nature du milieu interstellaire les résultats de l'étude des autres galaxies sont du plus grand intérêt. Ces résultats se fondent sur l'observation des autres galaxies aussi bien dans le domaine optique du spectre que dans le domaine radio (voir [9]).

Les galaxies les plus proches de nous sont les Nuages de Magellan. On y a découvert de nombreuses nébuleuses gazeuses et les étoiles chaudes qui déclenchent leur luminosité. La nébuleuse S Poisson d'Or est particulièrement grande, sa masse atteint probablement près d'un million de masses solaires. Cette nébuleuse émet un fort rayonnement radio dans le spectre continu d'origine thermique. Mais la partie principale du rayonnement radio des Nuages de Magellan dans le spectre continu est de nature non thermique (c'est probablement un rayonnement synchrotron). Les observations du

rayonnement des Nuages de Magellan dans la raie 21 cm ont fourni des résultats importants. En particulier, d'après l'intensité de ce rayonnement on a réussi à déterminer la masse de l'hydrogène interstellaire qu'ils contiennent (environ $6 \cdot 10^8$ $M_{\odot}$ dans le Grand Nuage et $4 \cdot 10^8$ $M_{\odot}$, dans le Petit Nuage de Magellan).

La galaxie M 31 (Nébuleuse d'Andromède) est également très proche de nous; elle ressemble sous de nombreux rapports à la Voie Lactée. L'étude de sa luminosité dans la raie 21 cm a permis d'établir la vitesse de rotation à différentes distances au centre et la distribution de l'hydrogène interstellaire. Le rayonnement radio de la galaxie dans le spectre continu provient d'une région plus étendue que le rayonnement optique. Ceci témoigne de la présence d'une couronne analogue à la couronne de notre Galaxie. L'intensité du rayonnement varie avec la fréquence d'après la loi $\nu^{-0,7}$, ce qui peut s'expliquer par le caractère synchrotron du rayonnement.

Différents observateurs ont mesuré également des flux de rayonnement radio provenant de nombreuses autres galaxies. La quantité d'hydrogène interstellaire déterminée d'après le flux de rayonnement dans la raie 21 cm dépend fortement de la structure des galaxies. Ce fait présente un grand intérêt du point de vue de la théorie de leur évolution.

La grande majorité des galaxies émettent dans le domaine radio à peu près la même quantité d'énergie que la Voie Lactée. On y rapporte en particulier les Nuages de Magellan et la Nébuleuse d'Andromède. Cependant, la quantité d'énergie émise sur les fréquences radio par certaines galaxies est de quelques ordres plus grande. D'après l'usage ces galaxies s'appellent *radiogalaxies*. Un exemple typique en est fourni par le Cygne A qui émet dans le domaine radio à peu près un million de fois plus d'énergie que notre Galaxie. Sur les photographies cette source représente une galaxie très insolite à double noyau. Son rayonnement dans le domaine visible du spectre se concentre dans les raies brillantes interdites (O I, O II, O III, Ne II, Ne III, etc.). La largeur de ces raies témoigne de mouvements internes à des vitesses de l'ordre de 400 km/s. Baade et Minkowski qui ont étudié en détail la radiosource Cygne A ont émis l'hypothèse qu'il s'agit d'une collision de deux galaxies. Par la suite cette hypothèse a été appliquée aussi à d'autres radiogalaxies. Ambartsoumian a présenté des objections convaincantes pour la réfuter. D'après son point de vue les galaxies à double noyau subissent un processus de division, et à une étape définie ce processus s'accompagne d'une forte émission radio, ainsi que de la formation d'une émission dans le domaine visible du spectre.

Un autre exemple de radiogalaxie est l'objet Vierge A qui représente dans les rayons visuels une galaxie géante de forme presque sphérique. Dans le spectre de son noyau on a décelé une forte raie d'émission λ 3727 [O II] qui apparaît, comme il faut croire, dans

les nébuleuses de gaz de faible densité. La particularité frappante de cette galaxie consiste en ce que son noyau émet un jet brillant de couleur bleue. L'émission du jet est polarisée (avec un degré de polarisation d'environ 30 %), et son spectre est purement continu. On peut supposer que la luminosité du jet dans le domaine visible du spectre est identique à la luminosité de la Nébuleuse du Crabe, c'est-à-dire qu'elle est d'une nature synchrotron.

Une étude détaillée des radiogalaxies montre que l'apparition de leur rayonnement radio est probablement liée à l'activité impétueuse de leurs noyaux. Cette activité consiste en l'éjection de la matière à partir du noyau, qui fait apparaître dans la galaxie des électrons relativistes, des nuages de gaz et des étoiles non stables. Il en résulte qu'on observe un fort rayonnement radio, la luminosité des jets bleus et des raies d'émission dans les spectres des galaxies.

D'après les observations, en plus du rayonnement radio issu des galaxies isolées, il nous parvient un rayonnement radio émis par toute la Métagalaxie. Le trait caractéristique de ce rayonnement est l'indépendance de son intensité par rapport à la direction. Le rayonnement mentionné a été découvert par hasard en 1965, bien que son existence ait été prédite vingt ans auparavant. Les observations réalisées sur différentes longueurs d'onde ont montré que ce rayonnement est bien décrit par la courbe de Planck à une température d'environ 3 K. Son intensité est maximale sur une longueur d'onde de 0,15 cm. D'habitude ce *rayonnement* est dit *cosmologique*, car on estime qu'il s'est conservé depuis le stade auquel l'Univers était plus dense et plus chaud. Mais au fur et à mesure de l'expansion de l'Univers, la température de son rayonnement a diminué pour atteindre trois degrés absolus à l'époque actuelle.

7. Quasars. En 1963 parmi les sources du rayonnement radio cosmiques on a découvert des objets qui dans les rayons visuels se sont avérés semblables aux étoiles. On leur a donné le nom d'objets quasi stellaires ou, en abrégé, *quasars*. Leur observation dans le domaine visible du spectre et dans le domaine radio a abouti à des résultats du plus grand intérêt (voir [10], [11], etc.).

Les spectres des quasars, constitués de raies brillantes sur un fond continu, sont particulièrement insolites. Pendant un certain temps on n'est pas parvenu à les identifier, mais par la suite Schmidt a montré que ces raies appartiennent à des atomes connus (H, Mg II, O III, etc.), mais sont fortement décalées vers le rouge. Si λ_0 est la longueur d'onde de la raie dans un système de laboratoire et $\Delta\lambda$, le décalage de la raie, alors la quantité $z = \Delta\lambda/\lambda_0$ obtenue pour les quasars est de l'ordre de l'unité. Pour le quasar le plus brillant 3C 273, à magnitude apparente $12^m,8$, $z = 0,16$. Pour de nombreux quasars la quantité z atteint 2 et plus. Dans le spectre de tels quasars la raie L_α de longueur d'onde $\lambda_0 = 1216$ Å passe dans le domaine visuel.

On sait que les raies des spectres des galaxies sont également décalées vers le rouge, et ce décalage est dû à ce que les galaxies s'éloignent de nous à des vitesses énormes. Il est naturel d'adopter cette même interprétation du décalage pour les quasars. Puisque ce décalage est très grand, pour déterminer la vitesse de fuite v il faut appliquer la formule suivante donnée par la théorie de la Relativité:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}=\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}-1, \qquad (34.32)$$

où c est la vitesse de la lumière. Pour le quasar 3C 273 on trouve d'après cette formule que $v = 45\,000$ km/s. Pour un quasar à $z = 2$ on obtient $v = 240\,000$ km/s.

D'après la loi de Hubble les vitesses avec lesquelles les galaxies s'éloignent de nous sont proportionnelles à leurs distances. En admettant que cette loi est vérifiée également pour les quasars, il devient possible de déterminer la distance aux quasars d'après les décalages des raies dans leurs spectres. A l'heure actuelle on a établi par cette méthode les distances d'environ un millier de quasars. Ces *distances* dites *cosmologiques* sont très grandes, la lumière des quasars met des milliards d'années pour venir jusqu'à nous. En moyenne, les quasars se trouvent plus loin de nous que les galaxies.

La connaissance des distances aux quasars et de leurs magnitudes apparentes permet de déterminer leurs luminosités. Pour ces quantités on obtient des valeurs énormes, de l'ordre de 10^{45} à 10^{47} erg/s, c'est-à-dire dépassant de quelques ordres les luminosités des galaxies.

D'après les distances connues aux quasars et leurs diamètres angulaires on peut trouver leurs dimensions linéaires. Les diamètres angulaires de nombreux quasars ont été mesurés en fréquences radio. Ceci a permis d'établir que les diamètres des régions émettrices du rayonnement radio sont de l'ordre de 100 parsecs.

Pour déterminer les dimensions des enveloppes dans lesquelles apparaissent des raies spectrales il faut suivre une voie plus compliquée. Les spectres de raies des quasars étant semblables à ceux des nébuleuses gazeuses, pour élucider les conditions physiques dans les enveloppes on peut employer les méthodes exposées au Chapitre V. D'après les intensités relatives des raies d'émission on a trouvé que dans les enveloppes des quasars $T_e \approx 20\,000$ K et $n_e \approx 10^7$ cm^{-3}. Les valeurs trouvées de T_e et n_e peuvent être portées dans la formule (24.14) qui exprime l'énergie émise par l'enveloppe dans les raies de Balmer. Cette énergie étant connue d'après les observations, à l'aide de la formule citée on détermine le volume de l'enveloppe V. Pour le diamètre de l'enveloppe on a obtenu de cette façon des valeurs de l'ordre de quelques parsecs.

Une certaine idée des dimensions des quasars est donnée par la découverte d'un phénomène très important, celui de la variabilité

de son éclat. Comme l'a montré l'analyse d'anciennes observations, l'éclat du quasar 3C 273 varie perceptiblement avec une période approchée de 10 ans. Cela signifie que ses dimensions ne peuvent pas être supérieures à 10 années de lumière. Une telle conclusion se déduit du fait que le rayonnement issu simultanément de différentes parties d'un objet étendu nous atteint à des instants différents, c'est-à-dire qu'il est « étalé ». Les observations ont également enregistré des variations d'éclat à courte période (aussi bien dans le domaine optique que dans le domaine radio). On peut probablement les attribuer aux explosions dans des parties isolées des quasars.

Sur la base de ce qui vient d'être dit on admet qu'un quasar se compose d'un petit noyau entouré d'une enveloppe (avec un diamètre de l'ordre de 10^{18} cm), dans laquelle apparaissent des raies d'émission, et d'une région étendue (avec un diamètre de l'ordre de 10^{21} cm) émettant l'énergie sur les fréquences radio. Les mécanismes de l'apparition des raies d'émission sont les photo-ionisations et les collisions, alors que le rayonnement radio est produit par le déplacement des particules relativistes dans le champ magnétique. D'après les observations la distribution du rayonnement radio selon le spectre est donnée par la formule (34.9), où en moyenne $n \approx 0{,}7$.

La masse de l'enveloppe d'un quasar est déterminée d'une façon bien simple, puisque nous connaissons le volume de l'enveloppe V et la concentration électronique n_e. Cette masse est de l'ordre de 10^6 à 10^7 masses du Soleil. Il est bien plus difficile d'établir la masse du noyau d'un quasar, selon diverses considérations physiques elle doit être de deux à trois ordres plus grande que la masse de l'enveloppe.

Si l'on admet que la masse d'un quasar est de l'ordre de 10^6 masses du Soleil, alors l'énergie qui correspond à cette masse (c'est-à-dire calculée d'après la formule $E = Mc^2$) est de l'ordre de 10^{62} ergs. Il est intéressant de comparer cette quantité à l'énergie émise par un quasar au cours de sa vie. La durée de vie des quasars peut être évaluée sur la base de la présence près de certains quasars des caillots de matière autrefois éjectés par eux. Même si on admet que le caillot s'éloigne du quasar à la vitesse de la lumière, le temps qui a passé depuis l'instant de l'éjection n'est pas inférieur à un million d'années. Cet intervalle de temps peut justement être pris comme l'âge du quasar. La luminosité d'un quasar étant de l'ordre de 10^{47} erg/s, pendant la durée de sa vie il doit émettre une énergie de l'ordre de 10^{60} ergs. On voit que cette quantité est loin d'être une très petite part d'énergie, elle est équivalente à la masse au repos d'un quasar.

Des tentatives d'expliquer la structure des quasars et l'origine des sources de leur immense énergie ont été entreprises par de nombreux auteurs. Certains d'entre eux supposaient qu'un quasar présente un amas stellaire compact, où l'énergie est libérée soit par collisions des étoiles entre elles, soit par explosions des supernovae.

Cependant, ce point de vue ne peut pas être partagé, ne serait-ce que parce qu'il n'explique pas les variations d'éclat quasi périodiques des quasars.

Plus naturelle semble l'opinion d'après laquelle les quasars sont des corps massifs unitaires, quelquefois appelés « superétoiles ». De tels corps peuvent se trouver en équilibre plus ou moins stable sous l'action de la gravitation, de la pression de rayonnement, de la rotation et des forces magnétiques. L'une des sources du rayonnement des quasars peut être l'énergie gravifique libérée par la compression. D'après une autre hypothèse, au centre d'un quasar se trouve un trou noir massif, et l'accrétion de gaz sur ce trou est responsable du rayonnement observé du quasar.

Pour comprendre la nature des quasars il importe de relever que par de nombreuses caractéristiques ils ressemblent aux noyaux des galaxies actives (dites galaxies de Seyfert ou galaxies N), bien qu'ils les dépassent fortement en puissance du rayonnement. On peut donc penser que les quasars constituent une certaine étape brève dans l'évolution des noyaux galactiques.

Nous avons déjà dit que du fait de leurs luminosités énormes les quasars sont observés à de très grandes distances. La lumière qu'ils rayonnent met des milliards d'années pour venir à nous, et en moyenne bien plus que dans les cas des galaxies ordinaires. Par conséquent, les quasars sont les témoins du passé très lointain de l'Univers.

Bibliographie du Chapitre VII

1. AMBARTSOUMIAN V. Travaux scientifiques. t. I. Erévan. Editions de l'Académie des Sciences de la R.S.S. d'Arménie, 1960 (en russe).
2. VAN DE HULST H. C. Light Scattering by Small Particles. New York, 1957.
3. KAPLAN S., PICKELNER S. Milieu interstellaire. Moscou, Fizmathghiz, 1963 (en russe).
4. GREENBERG J. M. Interstellar Grains. Chicago, 1968.
5. DOLGHINOV A., GNÉDINE Y., SILANTIEV P. Propagation et polarisation du rayonnement dans le milieu cosmique. Moscou, Naouka, 1979 (en russe).
6. SPITZER L. Yr. Physical Processes in the Interstellar Medium. 1978.
7. GORBATSKI V. Gazodynamique cosmique. Moscou, Naouka, 1977 (en russe).
8. Frontiers of Astrophysics/E. Avrett ed., 1976.
9. PACHOLCZYK A. G. Radiogalaxies. 1977.
10. WEEKES T. C. High-Energy Astrophysics. 1969.
11. HEY J. S. The Radio Universe. 1975.

CHAPITRE VIII

STRUCTURE INTERNE DES ÉTOILES

La théorie de la structure interne des étoiles se distingue sensiblement des sections de l'astrophysique théorique exposées précédemment. En premier lieu ceci est dû aux conditions physiques inhabituelles à l'intérieur de l'étoile, caractérisées par des températures très élevées et de grandes densités. Le comportement de la matière et de l'énergie dans ces conditions n'est pas encore suffisamment élucidé. Aussi, la théorie des structures internes des étoiles peut-elle encore connaître de nombreuses surprises.

Une autre particularité de l'intérieur stellaire consiste en ce qu'il ne peut pas être observé avec les moyens astrophysiques usuels. Les conclusions de la théorie ne peuvent donc être vérifiées que par des considérations indirectes et non par des mesures immédiates. Il est vrai qu'il est possible en principe d'obtenir une information directe sur les processus se déroulant à l'intérieur d'une étoile. Cette possibilité consiste à mesurer le flux de neutrinos issu de l'étoile. Grâce à leur pouvoir de pénétration énorme, ces particules s'échappent sans obstacle de l'intérieur stellaire vers l'extérieur. Mais il est très difficile de les capturer, et l'élaboration de l'« astronomie des neutrinos » ne fait que débuter.

Le problème fondamental de la théorie de la structure interne des étoiles s'énonce de la façon suivante. On donne une étoile de rayon R, de masse M et de luminosité L, avec une composition chimique définie. On connaît les conditions aux limites du problème, c'est-à-dire les conditions dans les couches superficielles. On peut admettre que l'étoile se trouve à l'état stable (ce qui est vrai pour la grande majorité des objets). Il faut établir la distribution de la température et de la densité à l'intérieur de l'étoile.

Toutefois, la théorie doit non seulement élucider la structure d'une étoile isolée, elle doit encore expliquer les différentes lois statistiques établies par l'examen de l'ensemble des étoiles. Voici parmi ces lois celles qui sont les plus importantes: 1) relation masse-luminosité; 2) relation spectre-luminosité, qui peut être présentée également comme relation luminosité-rayon.

Pour résoudre ce problème fondamental il faut bien entendu faire appel aux renseignements tirés de la physique théorique. Nous avons déjà dit que ces renseignements peuvent être insuffisants. Cependant, l'étude même de l'intérieur stellaire peut les développer. A titre d'exemple indiquons que la recherche des sources de l'énergie stellaire a contribué à la découverte des réactions nucléaires associées à la libération de grandes quantités d'énergie. Sans aucun doute, des découvertes analogues auront lieu dans l'avenir.

La théorie de la structure interne des étoiles a franchi de nombreuses étapes dans son développement. Initialement elle n'envisageait que l'équilibre mécanique sous l'action de deux forces, la gravitation et la pression du gaz. De plus, on considérait que la pression est proportionnelle à un certain degré de densité. Cette théorie a trouvé son achèvement dans l'ouvrage d'Emden [1]. Par la suite on a introduit la pression de rayonnement dans l'équation d'équilibre mécanique pour explorer dès lors l'équilibre radiatif de l'étoile. Les recherches d'Eddington [2] avaient une grande importance à cette étape. Cependant la question fondamentale de la théorie, celle des sources de l'énergie stellaire, est longtemps restée sans réponse. Ce n'est que dans les années 1940 qu'il a été établi que la source principale de l'énergie stellaire réside dans les réactions nucléaires qui transforment l'hydrogène en hélium. Cette découverte a ouvert l'étape actuelle de la théorie.

A cette étape l'élaboration de la théorie de la structure interne des étoiles est très étroitement associée au problème de l'évolution stellaire. Cette liaison est parfaitement naturelle, puisque la structure d'une étoile dépend de la composition chimique; or, celle-ci change au cours des réactions nucléaires.

Dans le présent chapitre la théorie de la structure interne des étoiles est exposée dans l'ordre de son développement. L'examen des étapes initiales de la théorie est très sommaire, du fait que peu des résultats obtenus autrefois ont gardé leur intérêt à l'époque actuelle.

§ 35. Equation d'équilibre d'une étoile

1. Equation d'équilibre mécanique. Admettons qu une étoile possède une symétrie sphérique et se trouve en équilibre sous l'action de la force gravifique et de la force de pression du gaz. Soient P la pression et ρ, la densité à l'intérieur de l'étoile. Ces quantités dépendent de la distance r au centre de l'étoile.

L'équation d'équilibre sous l'action des forces indiquées (c'est-à-dire l'équation d'équilibre hydrostatique) s'écrit:

$$dP = - g\rho \, dr, \tag{35.1}$$

où g est l'accélération de la pesanteur au point donné de l'étoile. On sait que dans le cas de la symétrie sphérique la quantité g est déter-

minée par la formule:

$$g = G\frac{M_r}{r^2}, \tag{35.2}$$

où G est la constante de la gravitation et M_r, la masse contenue à l'intérieur d'une sphère de rayon r, c'est-à-dire

$$M_r = 4\pi \int_0^r \rho r^2 \, dr. \tag{35.3}$$

En portant (35.2) dans (35.1) on obtient

$$\frac{dP}{dr} = -G\frac{M_r}{r^2}\rho. \tag{35.4}$$

En introduisant ici l'expression de M_r on aboutit à l'équation d'équilibre mécanique sous la forme

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{\rho}\frac{dP}{dr}\right) = -4\pi G\rho. \tag{35.5}$$

(35.5) est l'une des équations principales de la théorie de la structure interne des étoiles.

Dans l'équation (35.5) figurent deux quantités inconnues, la pression P et la densité ρ. Nous avons déjà dit qu'à la première étape du développement de la théorie on admettait que ces quantités sont liées par la relation :

$$P = C\rho^k, \tag{35.6}$$

où C et k sont des constantes. Une telle relation entre P et ρ est dite *polytropique*. Ainsi les étoiles étaient envisagées initialement comme des sphères de gaz polytropiques.

A l'aide de (35.6) on trouve

$$\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dr} = \frac{Ck}{k-1}\frac{d\rho^{k-1}}{dr}. \tag{35.7}$$

En portant (35.7) dans (35.5) et en utilisant la notation

$$\rho^{k-1} = u, \tag{35.8}$$

on obtient

$$C(1+n)\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{du}{dr}\right) = -4\pi G u^n, \tag{35.9}$$

où $n = 1/(k-1)$. La grandeur n s'appelle *indice polytrope*.

L'équation (35.9) où figure la fonction inconnue $u(r)$ peut être légèrement simplifiée en introduisant de nouvelles variables adimensionnelles. Posons notamment

$$u = u_0 y, \quad x = \lambda r \tag{35.10}$$

et admettons que u_0 est la valeur de u au centre de l'étoile (pour $r = 0$). Quant à la quantité λ, choisissons-la de façon que toutes les constantes se conservent lorsqu'on porte (35.10) dans (35.9). Alors, pour calculer λ on obtient la relation :

$$C(1+n)\lambda^2 = 4\pi G u_0^{n-1}, \tag{35.11}$$

et l'équation (35.9) devient :

$$\frac{1}{x^2}\frac{d}{dx}\left(x^2\frac{dy}{dx}\right) = -y^n. \tag{35.12}$$

Il est clair que la fonction $y(x)$ doit satisfaire aux deux conditions suivantes au centre de l'étoile :

$$y = 1; \quad y' = 0 \quad \text{pour} \quad x = 0. \tag{35.13}$$

L'équation (35.12) appelée *équation d'Emden* a joué un très grand rôle à la première étape de l'étude de la structure des étoiles. L'analyse de cette équation a été entreprise par de nombreux auteurs. Cependant, sous une forme explicite on a réussi à obtenir une solution de l'équation d'Emden seulement pour trois valeurs de l'indice polytrope ($n = 0, 1, 5$). Ces solutions avec les conditions aux limites (35.13) s'écrivent :

$$y = 1 - \frac{x^2}{6} \quad \text{pour} \quad n = 0, \tag{35.14}$$

$$y = \frac{\sin x}{x} \quad \text{pour} \quad n = 1, \tag{35.15}$$

$$y = \frac{1}{\left(1+\frac{x^2}{3}\right)^{1/2}} \quad \text{pour} \quad n = 5. \tag{35.16}$$

Pour d'autres valeurs de n l'équation (35.12) avec les conditions aux limites (35.13) a été résolue numériquement. La littérature astrophysique (par exemple [1]) fournit des tableaux détaillés des solutions de l'équation d'Emden.

2. Densité, pression et température interne d'une étoile. Si l'on admet qu'une étoile est une sphère polytropique à indice polytropique n donné, alors en utilisant la solution correspondante de l'équation d'Emden on peut trouver aisément la distribution de la densité, de la pression et de la température à l'intérieur de l'étoile.

En partant des formules (35.8) et (35.10) on a

$$\rho(r) = u_0^n y^n(\lambda r). \tag{35.17}$$

Par conséquent pour trouver la fonction $\rho(r)$ il faut connaître les constantes u_0 et λ. Elles se calculent en recourant aux conditions à la limite de l'étoile.

Désignons par x_1 la valeur de x pour $r = R$. La quantité x_1 s'obtient en partant de la condition qu'à la surface de l'étoile la

fonction $y(x)$ s'annule, c'est-à-dire $y(x_1) = 0$. En appliquant la deuxième des formules (35.10) à la surface de l'étoile on obtient

$$x_1 = \lambda R. \tag{35.18}$$

Pour la limite de l'étoile écrivons ensuite l'équation d'équilibre hydrostatique. Les équations (35.1) et (35.2) entraînent

$$\left(\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dr}\right)_{r=R} = -G\frac{M}{R^2}, \tag{35.19}$$

où M est la masse de l'étoile. En utilisant les formules (35.7), (35.8) et (35.10), au lieu de (35.19) on trouve

$$C(1+n)\,u_0\lambda y'(x_1) = -G\frac{M}{R^2}. \tag{35.20}$$

En portant dans (35.20) l'expression de C tirée de (35.11) et l'expression de λ tirée de (35.18), il vient

$$u_0^n = -\frac{x_1 M}{4\pi R^3 y'(x_1)}. \tag{35.21}$$

Ainsi les quantités cherchées λ et u_0 sont données par les formules (35.18) et (35.21). Après leur calcul, comme nous l'avons déjà dit, on peut établir la densité en un point quelconque de l'étoile d'après la formule (35.17).

La quantité u_0^n représente évidemment la densité au centre de l'étoile, c'est-à-dire $\rho_c = u_0^n$. En désignant par $\bar{\rho}$ la densité moyenne de l'étoile, on a

$$\bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}. \tag{35.22}$$

La formule (35.21) peut donc se récrire sous la forme :

$$\rho_c = -\frac{x_1}{3y'(x_1)}\bar{\rho}. \tag{35.23}$$

Le Tableau 55 tiré de l'ouvrage de S. Chandrasekhar [3] donne les valeurs des quantités x_1, $x_1^2 y'(x_1)$ et $\rho_c/\bar{\rho}$ pour différentes valeurs de l'indice polytropique n.

Tableau 55

Relations entre certains paramètres de l'étoile et l'indice polytrope

n	0	1	2	3	4	5
x_1	2,45	3,14	4,35	6,90	15,0	
$-x_1^2 y'(x_1)$	4,90	3,14	2,41	2,02	1,80	1,73
$\rho_c/\bar{\rho}$	1,00	3,29	11,4	54,2	622	

A titre d'exemple cherchons à l'aide du Tableau 55 la densité au centre du Soleil en adoptant $n = 3$. Puisque la densité moyenne du Soleil est $\bar{\rho} = 1{,}41$ g/cm³, pour la densité en son centre on obtient $\rho_c = 54{,}2\ \bar{\rho} = 76{,}5$ g/cm³.

La pression à l'intérieur d'une étoile peut être trouvée d'après la formule (35.6); à cet effet il faut calculer la quantité C qui est considérée comme constante, mais inconnue à l'avance. A l'aide des formules (35.11), (35.18) et (35.21) on a

$$C = \frac{4\pi G}{1+n} \frac{R^2}{x_1^2} \left[-\frac{x_1 M}{4\pi R^3 y'(x_1)} \right]^{\frac{n-1}{n}} \tag{35.24}$$

Pour la pression au centre de l'étoile on trouve

$$P_c = \frac{G}{4\pi(1+n)} \left[\frac{M}{R^2 y'(x_1)} \right]^2. \tag{35.25}$$

Pour obtenir la température à l'intérieur d'une étoile il faut donner l'équation d'état de la matière stellaire, qui relie entre elles la température, la densité et la pression. Nous admettons que l'étoile est composée d'un gaz parfait. Dans ce cas, comme équation d'état on a

$$P = \frac{R_*}{\mu} \rho T, \tag{35.26}$$

où R_* est la constante des gaz et μ, la masse moléculaire moyenne.

D'après l'équation (35.26), à l'aide des relations (35.6) et (35.8) on trouve pour la température T:

$$T = \frac{\mu}{R_*} Cu. \tag{35.27}$$

De la sorte, la température s'avère proportionnelle à la quantité u introduite ci-dessus.

On trouve sans peine qu'au centre de l'étoile la température est égale à

$$T_c = -\frac{\mu G}{(1+n) R_* x_1 y'(x_1)} \frac{M}{R}. \tag{35.28}$$

Pour le Soleil, avec $n = 3$ on obtient d'après la formule (35.28): $T_c = 2 \cdot 10^7$ kelvins (si l'on admet que $\mu = 1$). Bien entendu cette estimation de T_c, tout comme celle de ρ_c réalisée précédemment, est très grossière. Cependant, nous verrons par la suite que des modèles d'étoiles plus corrects, calculés sans l'hypothèse sur la dépendance polytropique entre la pression et la densité, conduisent aussi selon l'ordre aux mêmes résultats.

3. Energie gravifique d'une étoile. Pour une étoile qui représente une sphère polytropique la formule déterminant l'énergie gra-

vifique s'obtient d'une façon fort simple. Nous désignerons l'énergie gravifique d'une étoile par E. Cette quantité est négative et numériquement égale au travail à dépenser pour éloigner toutes les couches de l'étoile vers l'infini, c'est-à-dire

$$E = -G \int \frac{M_r}{r} \, dM_r, \tag{35.29}$$

où l'intégration porte sur toute l'étoile.

La formule (35.29) peut se récrire sous la forme :

$$E = -\frac{G}{2} \int \frac{dM_r^2}{r} = -\frac{GM^2}{2R} - \frac{G}{2} \int M_r^2 \frac{dr}{r^2}. \tag{35.30}$$

Sur la base des relations (35.4) et (35.7) on obtient

$$G \int M_r^2 \frac{dr}{r^2} = -\int \frac{M_r}{\rho} \, dP = -\frac{Ck}{k-1} \int M_r \, d\rho^{k-1}. \tag{35.31}$$

En procédant ici à l'intégration par parties et en appliquant les formules (35.5) et (35.6), on trouve

$$G \int M_r^2 \frac{dr}{r^2} = -4\pi \frac{Ck}{k-1} \int \rho^k r^2 \, dr = 4\pi \frac{k}{k-1} \int Pr^2 \, dr. \tag{35.32}$$

En portant (35.32) dans (35.30), il vient

$$E = -\frac{GM^2}{2R} - 2\pi \frac{k}{k-1} \int Pr^2 \, dr. \tag{35.33}$$

D'autre part, la formule (35.29) peut être transformée de la façon suivante :

$$E = \int \frac{r}{\rho} \frac{dP}{dr} \, dM_r = 4\pi \int r^3 \, dP = -12\pi \int Pr^2 \, dr. \tag{35.34}$$

Les formules (35.33) et (35.34) entraînent :

$$E = -\frac{GM^2}{2R} + \frac{k}{6(k-1)} E, \tag{35.35}$$

d'où l'on a

$$E = -\frac{3}{5-n} \frac{GM^2}{R}. \tag{35.36}$$

Cette formule détermine justement l'énergie gravifique d'une étoile à indice polytropique n.

Comme le montre la formule (35.36), l'énergie E n'est négative que pour $n < 5$. L'analyse de l'équation d'Emden montre que pour $n \geqslant 5$ les sphères polytropiques possèdent des rayons infiniment grands.

Il convient de noter que l'énergie gravifique d'une étoile est liée par une relation simple à son énergie thermique. Dans le but d'obtenir cette relation, considérons la formule (35.34) de l'énergie

gravifique E d'une étoile. Cette formule a été déduite directement de l'équation d'équilibre mécanique (soulignons que ceci a été fait sans supposer que l'étoile est une sphère polytropique). D'autre part, l'énergie thermique d'une étoile que nous désignerons par Q est donnée par la formule évidente :

$$Q = 6\pi \int_0^R Pr^2\,dr, \qquad (35.37)$$

où $^3/_2\,P$ est l'énergie thermique d'une unité de volume. En comparant entre elles les formules (35.34) et (35.37), on obtient

$$E + 2Q = 0. \qquad (35.38)$$

La relation (35.38) est un cas particulier du théorème de viriel selon lequel dans un système gravifique stable l'énergie potentielle est égale en valeur absolue à la double énergie cinétique. En astronomie ce théorème est souvent appliqué aux systèmes stellaires. Dans le cas considéré d'une étoile unitaire, on entend par énergie cinétique d'une étoile son énergie thermique.

A l'aide du théorème de viriel on peut obtenir sans peine l'estimation de la température interne de l'étoile. L'énergie gravifique de celle-ci peut s'écrire sur la base de la formule (35.29) :

$$E = -\gamma \frac{GM^2}{R}, \qquad (35.39)$$

où γ est un facteur adimensionnel qui dépend de la structure de l'étoile. Quant à l'énergie thermique de celle-ci, elle peut être représentée par la formule :

$$Q = \frac{3}{2} k\overline{T} \frac{M}{\mu m_{\mathrm{H}}}, \qquad (35.40)$$

où $M/\mu m_{\mathrm{H}}$ est le nombre de particules dans l'étoile et $\overline{T}$, sa température moyenne. En portant les deux dernières expressions dans la relation (35.38), il vient

$$\overline{T} = \frac{\gamma\mu m_{\mathrm{H}}}{3k} \frac{GM}{R}. \qquad (35.41)$$

En appliquant la formule (35.41) au Soleil, on trouve $\overline{T} \approx$ $\approx 8\cdot 10^6\,\gamma\mu$. Si on adopte à titre d'exemple $\gamma = {}^3/_2$ et $\mu = 1$, on aura $T \approx 1{,}2\cdot 10^7$ kelvins. De la sorte, les estimations les plus simples montrent que les températures internes des étoiles sont très élevées.

Nous avons déjà dit que l'énergie égale à E doit être débitée pour dissiper l'étoile dans l'espace. Or, cette énergie doit être libérée si la nébuleuse se comprime jusqu'à l'état d'une étoile. D'après le

théorème de viriel, la moitié de l'énergie libérée par la compression est absorbée par l'échauffement de l'étoile, tandis que l'autre moitié est débitée par l'étoile pour émettre le rayonnement.

On considérait autrefois que les étoiles apparaissent à partir des nébuleuses et la luminosité d'une étoile pendant toute sa vie est due à l'énergie gravifique libérée par la compression. Or, on a établi par la suite que l'énergie gravifique est insuffisante pour assurer cet effet.

A titre d'exemple considérons encore le Soleil. En adoptant $n = 3$ on trouve d'après la formule (35.36) que l'énergie gravifique du Soleil est $E = -6 \cdot 10^{48}$ ergs. La luminosité du Soleil constitue $4 \cdot 10^{33}$ erg/s. Il s'ensuit que l'énergie gravifique (plus exactement sa moitié) pourrait alimenter la luminosité constante du Soleil pendant $2{,}5 \cdot 10^{7}$ ans au plus. Or, d'après les données géologiques, la Terre existe depuis au moins $2 \cdot 10^{9}$ ans; de plus, pendant ce temps la luminosité du Soleil n'a pas changé notablement. Par conséquent, le Soleil possède des sources d'énergie bien plus puissantes que son énergie gravifique.

Toutefois, pour certaines étoiles l'énergie gravifique libérée par compression peut représenter une importante source de leur luminosité. Parmi ces étoiles on range les naines blanches qui sont encore susceptibles de compression. On sait que les masses des naines blanches sont selon l'ordre de grandeur égales à celle du Soleil, tandis que leurs rayons constituent quelques centièmes du rayon solaire. L'énergie gravifique d'une naine blanche est donc de l'ordre de 10^{50} ergs. Or, la luminosité des naines blanches est environ cent fois plus faible que celle du Soleil, c'est-à-dire de l'ordre de 10^{32} erg/s. La comparaison de ces chiffres montre que dans le cas de la compression d'une naine blanche l'énergie libérée doit être susceptible de maintenir la luminosité pendant un temps très long. Bien entendu ceci ne résout pas le problème des sources énergétiques réelles des naines blanches.

4. Equation du bilan énergétique. Nous avons obtenu précédemment l'équation d'équilibre mécanique (35.5), une des équations principales de la théorie de la structure interne des étoiles. Maintenant nous allons écrire la deuxième équation principale, celle du bilan énergétique d'une étoile. Elle doit traduire la condition suivant laquelle la quantité d'énergie élaborée dans un volume élémentaire quelconque d'une étoile doit être égale à la quantité d'énergie provenant de ce volume.

Soient ε la quantité d'énergie élaborée par un gramme de matière stellaire et L_r, la quantité d'énergie élaborée à l'intérieur d'une sphère de rayon r en 1 s. On a

$$L_r = 4\pi \int_0 \varepsilon \rho r^2 \, dr. \qquad (35.42)$$

Désignons par H_r le flux d'énergie dans la direction radiale à la distance r au centre de l'étoile. En partant de la condition citée on obtient

$$4\pi r^2 H_r = L_r. \qquad (35.43)$$

L'expression de la quantité H_r est définie par le mécanisme de transfert d'énergie à l'intérieur de l'étoile. Les recherches ont montré que parmi ces mécanismes le principal est le rayonnement (bien que dans certains cas il faille tenir compte de la convection et de la conductivité thermique).

Si l'on admet qu'à l'intérieur de l'étoile l'énergie est transportée seulement par rayonnement, on trouve d'après l'équation de transfert du rayonnement:

$$\frac{dP_R}{dr} = -\frac{\varkappa\rho}{c} H_r, \qquad (35.44)$$

où P_R est la pression de rayonnement; $\varkappa$, le coefficient d'absorption par unité de masse et c, la vitesse de la lumière.

D'après (35.43) et (35.44)

$$\frac{dP_R}{dr} = -\frac{\varkappa\rho}{c} \frac{L_r}{4\pi r^2}. \qquad (35.45)$$

En portant (35.42) dans (35.45) on obtient

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{\varkappa\rho} \frac{dP_R}{dr}\right) = -\frac{\varepsilon}{c}\rho. \qquad (35.46)$$

Ceci est justement l'équation cherchée du bilan énergétique.

En déduisant l'équation d'équilibre mécanique nous entendons par P la pression du gaz. Dans ce qui suit nous entendons par P la somme des pressions du gaz et du rayonnement. Autrement dit, nous admettons que

$$P = P_G + P_R, \qquad (35.47)$$

où

$$P_G = \frac{R_*}{\mu} \rho T \qquad (35.48)$$

et

$$P_R = \frac{1}{3} a T^4. \qquad (35.49)$$

Si les expressions des pressions mentionnées sont portées dans les équations (35.5) et (35.46), on obtient un système de deux équations pour le calcul de deux fonctions inconnues de r: la densite ρ et la température T. Les quantités ε, $\varkappa$ et μ qui figurent dans ces équations doivent être considérées comme des fonctions connues de ρ et T.

5. Modèle standard d'une étoile. Avant la découverte des réactions nucléaires en tant que source d'énergie stellaire, la quantité ε n'était pas connue. La théorie de la structure interne des étoiles devait donc avancer des hypothèses différentes sur cette quantité, dont résultaient des modèles stellaires différents. Un rôle important dans la théorie a été joué par le modèle proposé par Eddington. On lui donne ordinairement le nom de modèle d'étoile standard ou initial.

Comme équations d'équilibre mécanique et du bilan énergétique d'une étoile prenons (35.4) et (35.45). En divisant la deuxième de ces équations par la première, on obtient

$$\frac{dP_R}{dP} = \frac{\varkappa L_r}{4\pi c G M_r}. \tag{35.50}$$

Introduisons la notation:

$$\frac{L_r}{M_r} = \eta \frac{L}{M}. \tag{35.51}$$

En portant (35.51) dans (35.50), il vient

$$\frac{dP_R}{dP} = \frac{\varkappa\eta}{4\pi c G} \frac{L}{M}. \tag{35.52}$$

Eddington a émis l'hypothèse qu'à l'intérieur d'une étoile

$$\varkappa\eta = \text{const.} \tag{35.53}$$

Dans cette hypothèse, le deuxième membre tout entier de (35.52) est constant. Donc, en notant

$$\frac{\varkappa\eta}{4\pi c G} \frac{L}{M} = 1 - \beta, \tag{35.54}$$

on trouve d'après (35.47):

$$P_R = (1 - \beta) P, \tag{35.55}$$

et donc

$$P_G = \beta P. \tag{35.56}$$

On voit que si l'hypothèse (35.53) est observée, dans une étoile le rapport de la pression du gaz à la pression de rayonnement ne change pas.

Les formules (35.48), (35.49), (35.55) et (35.56) entraînent que

$$(1 - \beta) P = \frac{1}{3} a T^4, \quad \beta P = \frac{R_*}{\mu} \rho T. \tag{35.57}$$

En éliminant T de ces relations on obtient

$$P = C\rho^{4/3}, \tag{35.58}$$

où

$$C = \left[\frac{3(1-\beta) R_*^4}{a\beta^4\mu^4}\right]^{1/3}. \tag{35.59}$$

Si l'on admet que le poids moléculaire moyen μ de l'étoile est constant, alors la quantité C est constante elle aussi. Pour $k = {}^4/_3$ l'équation (35.58) traduit la dépendance polytropique entre P et ρ. Autrement dit, le modèle standard de l'étoile représente une sphère polytropique à $n = 3$. Par conséquent, la distribution de la densité, de la pression et de la température dans le modèle standard est donnée par les formules précitées, fondées sur la résolution de l'équation d'Emden. En particulier, les estimations de la densité et de la température au centre du Soleil effectuées ci-dessus pour $n = 3$ correspondent au modèle standard.

Plus haut nous avons déterminé par la formule (35.24) la constante C en fonction de M, R et n pour une sphère polytropique. Maintenant, en utilisant cette formule, nous pouvons calculer la quantité β à l'intérieur de l'étoile. En égalant les expressions de C données par la formule (35.24) pour $n = 3$ et par la formule (35.59), on trouve que la quantité β est déterminée par l'équation

$$1 - \beta = C_1\mu^4 M^2\beta^4, \tag{35.60}$$

où

$$C_1 = \frac{\pi G^3 a}{48 R_*^4 \left[x_1^2 y'(x_1)\right]^2}. \tag{35.61}$$

L'équation (35.60) montre que la part de la pression de rayonnement $1 - \beta$ croît avec la masse de l'étoile ($\beta = 1$ lorsque $M = 0$ et $\beta = 0$ lorsque $M = \infty$).

Tableau 56

Caractéristiques des étoiles d'après le modèle standard

Etoile	$\frac{M}{M_\odot}$	$\frac{R}{R_\odot}$	$\frac{L}{L_\odot}$	$1-\beta$	ρ_c	T_c
Soleil	1,00	1,00	1,00	0,003	76,5	$20\cdot10^6$
Sirius A	2,34	1,78	38,9	0,016	31,7	$26\cdot10^6$
Capella A	4,18	15,9	120	0,045	0,080	$5\cdot10^6$

Le Tableau 56, emprunté à S. Chandrasekhar [3] consigne les résultats des calculs de certaines caractéristiques de trois étoiles, obtenues en admettant que leur structure correspond au modèle

standard. Pour les calculs, les valeurs de M, L, R ont été données et on a adopté $\mu = 1$.

En se fondant sur son modèle d'étoile, Eddington en a conclu à l'existence d'une dépendance entre les masses et les luminosités. Considérons les relations (35.54) et (35.60). En éliminant la quantité β de ces relations on aboutit à une relation entre les quantités M, L, $\varkappa\eta$ et μ. Admettons que les quantités $\varkappa\eta$ et μ sont les mêmes pour toutes les étoiles. On obtient alors la dépendance entre M et L. De plus, pour de petits M, c'est-à-dire pour des valeurs de β proches de 1, les relations (35.54) et (35.60) donnent

$$L \sim M^3, \tag{35.62}$$

et pour de grands M, c'est-à-dire pour de petites valeurs de β, (35.49) entraîne

$$L \sim M. \tag{35.63}$$

Eddington a comparé ces conclusions théoriques avec les données d'observation sur les masses et les luminosités des étoiles et a établi qu'il existe un accord entre elles. Bien entendu, cet accord ne peut pas être envisagé comme une justification de la théorie considérée, car pour l'établir on a fait plusieurs hypothèses injustifiées, dont la plus importante est celle qu'à l'intérieur de l'étoile la quantité $\varkappa\eta$ est constante. Cependant, ce qui présente de l'intérêt, c'est que dans ses recherches Eddington a obtenu pour la première fois à partir des données d'observation la dépendance entre les masses et les luminosités des étoiles. On sait que cette dépendance est l'une des relations fondamentales de l'astronomie stellaire.

§ 36. Processus physiques à l'intérieur des étoiles

1. Equation d'état de la matière stellaire. Au paragraphe précédent nous avons établi *grosso modo* les conditions physiques à l'intérieur des étoiles, c'est-à-dire évalué les valeurs de la densité, de la température et de la pression. Maintenant nous passerons à l'examen des processus physiques qui ont lieu dans ces conditions. Ceci nous permettra en particulier de déduire les expressions des paramètres qui figurent dans les équations fondamentales de la théorie de la structure interne des étoiles.

Les résultats donnés (par exemple, la formule (35.27)) entraînent qu'avec la profondeur la température de l'étoile enregistre une augmentation importante. Ceci définit une forte ionisation des atomes à l'intérieur de l'étoile. On sait (voir § 13) que le rapport du

nombre d'atomes ionisés n^+ au nombre d'atomes neutres n_1 est donné par la formule:

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = \frac{g^+}{g_1} \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}}, \qquad (36.1)$$

où χ_1 est l'énergie d'ionisation depuis l'état fondamental. Le rapport du nombre d'atomes ionisés s fois au nombre d'atomes ionisés $s - 1$ fois est donné par une formule analogue. La formule (36.1) montre que le degré d'ionisation dépend notablement du quotient χ_1/kT et, *grosso modo*, les atomes passent au stade d'ionisation suivant lorsque ce quotient devient de l'ordre de l'unité. Les atomes légers qui possèdent de faibles énergies d'arrachement du dernier électron (en particulier, l'hydrogène et l'hélium) deviennent donc déjà complètement ionisés dans les couches superficielles de l'étoile. Et à mesure qu'on pénètre en profondeur dans l'étoile, un nombre de plus en plus grand d'électrons se détachent des atomes lourds.

De la sorte, le gaz à l'intérieur de l'étoile, qui se présente sous forme de plasma à haute température, se compose d'un grand nombre d'électrons libres, de noyaux « nus » des atomes légers et d'atomes lourds privés d'une partie notable de leurs nuages électroniques. Cette composition du gaz à l'intérieur de l'étoile doit être prise en considération pour déduire l'équation d'état du gaz, et notamment, pour déterminer son poids moléculaire moyen.

En examinant les atmosphères stellaires nous avons utilisé comme équation d'état de la matière l'équation d'état d'un gaz parfait ordinaire. On aurait pu penser qu'en s'enfonçant dans l'étoile le gaz cesse d'être parfait, puisque sa densité enregistre un fort accroissement. Or, en réalité l'ionisation presque totale des atomes entraîne une diminution brusque des dimensions des particules (depuis les dimensions des atomes de l'ordre de 10^{-8} cm à des dimensions des noyaux de l'ordre de 10^{-13} cm). Il en résulte qu'à l'intérieur de l'étoile le gaz reste également parfait, c'est-à-dire que son équation d'état peut s'écrire:

$$P = nkT, \qquad (36.2)$$

où n est le nombre de particules dans 1 cm³. En passant ici de la concentration n à la densité ρ à l'aide de la relation

$$n = \frac{\rho}{\mu m_H}, \qquad (36.3)$$

où μ est la masse moléculaire moyenne et m_H, la masse d'un atome d'hydrogène, au lieu de (36.2) on obtient

$$P = \frac{k}{\mu m_H} \rho T, \qquad (36.4)$$

c'est-à-dire une équation qui coïncide avec l'équation (35.26) déjà utilisée (du fait que $R_* = k/m_H$).

La quantité μ qui figure dans l'équation d'état (36.4) est d'un grand intérêt pour la théorie de la structure interne des étoiles. Cherchons cette quantité en appliquant la formule (36.3) et en tenant compte du fait que la densité ρ est définie surtout par les atomes, tandis que la concentration n est déterminée aussi bien par les atomes que par les électrons libres. A titre de première approximation considérons qu'à l'intérieur de l'étoile tous les atomes sont complètement ionisés.

Supposons d'abord que l'étoile se compose d'un seul élément de numéro atomique Z et de masse atomique A. Puisque dans le cas d'une ionisation complète chaque atome compte Z électrons libres, on a

$$n = \frac{\rho}{Am_H}(1+Z). \tag{36.5}$$

Pour la quantité μ on obtient donc

$$\mu = \frac{A}{1+Z}. \tag{36.6}$$

La formule (36.6) donne $\mu = 1/2$ pour l'hydrogène, $\mu = 4/3$ pour l'hélium, $\mu \approx 2$ pour d'autres éléments. Ainsi, la masse moléculaire moyenne à l'intérieur des étoiles varie dans des limites relativement restreintes. Cependant, même de faibles différences dans la quantité μ sont très importantes. Ceci est dû au fait que d'après la formule (35.28) la température est proportionnelle à μ; or, la quantité d'énergie libérée dans les réactions nucléaires dépend très fortement de la température.

En fait une étoile se compose d'un mélange de différents éléments. Pour obtenir dans ce cas la formule de μ désignons par x_Z la fraction gravimétrique de l'élément de numéro atomique Z, c'est-à-dire admettons qu'à un gramme de matière stellaire il correspond x_Z grammes d'atomes de l'élément donné. Maintenant, pour la quantité n on trouve:

$$n = \sum \frac{x_Z \rho}{Am_H}(1+Z), \tag{36.7}$$

où la sommation s'effectue sur tous les éléments. En portant (36.7) dans (36.3), il vient

$$\mu = \frac{1}{\sum \frac{x_Z}{A}(1+Z)}. \tag{36.8}$$

Soient X la fraction gravimétrique de l'hydrogène, Y, la fraction gravimétrique de l'hélium et $1 - X - Y$, la fraction gravimétrique des autres éléments. Alors, au lieu de (36.8) on obtient

$$\mu = \frac{1}{2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}(1 - X - Y)} \qquad (36.9)$$

ou

$$\mu = \frac{4}{6X + Y + 2}. \qquad (36.10)$$

Nous avons déjà dit que la formule (36.10) n'est vérifiée que pour une ionisation totale des atomes au point donné de l'étoile. Si l'on ne peut pas admettre que l'ionisation est totale, alors dans la formule (36.8) il faut écrire au lieu de Z le nombre d'électrons arrachés à l'atome. Ce nombre peut être déterminé à l'aide de la formule d'ionisation (36.1).

2. Dégénérescence du gaz. A mesure qu'on s'enfonce dans l'étoile la croissance de la température s'accompagne d'une augmentation de la densité. Celle-ci est particulièrement forte dans les couches externes des étoiles avec une grande accélération de la pesanteur à la surface (en particulier, dans les naines blanches). Dans ce cas, à l'intérieur des étoiles peuvent exister des régions où le gaz est dégénéré, c'est-à-dire ne vérifie pas les lois de la statistique classique. En plus de l'équation d'état (36.4) il faut donc disposer de l'équation d'état du gaz dégénéré.

Considérons le gaz composé d'électrons libres. On sait qu'un tel gaz respecte la statistique de Fermi-Dirac, valable pour les particules jouissant de deux propriétés : 1) les particules sont indiscernables ; 2) chaque cellule de l'espace de phase ne peut pas contenir plus de deux particules. D'après la statistique indiquée le nombre d'électrons libres avec des impulsions allant de p à $p + dp$ est donné par la formule

$$dn_e = \frac{8\pi p^2\, dp}{h^3} \frac{1}{De^{\frac{p^2}{2mkT}} + 1}, \qquad (36.11)$$

où la quantité D est déterminée en partant de la condition que le nombre total d'électrons libres dans une unité de volume est donné, c'est-à-dire :

$$n_e = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^\infty \frac{p^2\, dp}{De^{\frac{p^2}{2mkT}} + 1}. \qquad (36.12)$$

Pour déduire l'équation d'état du gaz électronique il faut écrire l'expression de la pression. Si les vitesses des particules sont petites devant celles de la lumière, on a

$$P_e = \frac{2}{3} \int \frac{p^2}{2m} dn_e \tag{36.13}$$

ou d'après (36.11)

$$P_e = \frac{8\pi}{3mh^3} \int_0^\infty \frac{p^4\, dp}{De^{\frac{p^2}{2mkT}} + 1}. \tag{36.14}$$

En éliminant la quantité D des relations (36.12) et (36.14) on peut obtenir la dépendance entre P_e, n_e et T, c'est-à-dire l'équation d'état du gaz cherchée.

Supposons d'abord que $D \gg 1$. Alors des relations (36.12) et (36.14) on tire:

$$n_e = \frac{2\,(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3 D}\left(1 - \frac{1}{2^{3/2} D} + \ldots\right), \tag{36.15}$$

$$P_e = \frac{2\,(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3 D} kT \left(1 - \frac{1}{2^{5/2} D} + \ldots\right). \tag{36.16}$$

Il s'ensuit approximativement

$$P_e = n_e kT \left(1 + \frac{1}{2^{5/2} D} + \ldots\right) \tag{36.17}$$

et

$$D = \frac{2\,(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3 n_e}. \tag{36.18}$$

On voit que l'équation d'état (36.17) se distingue peu de l'équation d'état d'un gaz parfait ordinaire. Par conséquent, dans le cas considéré, le gaz est faiblement dégénéré. Si la quantité D est très grande, la dégénérescence peut être négligée. Ceci revient à négliger l'unité dans le dénominateur de la formule (36.11) et signifie qu'on passe de la statistique quantique à la statistique classique.

Mais si la quantité D est petite, c'est-à-dire si

$$\frac{2\,(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3 n_e} \ll 1, \tag{36.19}$$

le gaz est fortement dégénéré. Et la dégénérescence est d'autant plus grande que la température est plus basse et la densité plus élevée.

Pour des estimations numériques il faut tenir compte de ce que $D = 5 \cdot 10^{15}\, T^{3/2}/n_e$ et que le gaz est fortement dégénéré lorsque $D \ll 1$. Les températures à l'intérieur des étoiles étant très élevées, cette inégalité n'est réalisée que lorsque les densités sont très grandes. Par exemple, pour $T \approx 10^7$ kelvins il faut que $n_e \gg 10^{26}$ cm^{-3}.

L'équation d'état d'un gaz électronique fortement dégénéré peut se déduire également des relations (36.12) et (36.14). Supposons d'abord que $T = 0$. Dans ce cas d'après la statistique classique toutes les particules se trouvent dans la cellule de l'espace de phase d'impulsion $p = 0$, et par conséquent la pression du gaz est nulle. Or, en réalité les électrons obéissent au principe de Pauli qui n'admet pas plus de deux particules dans chaque cellule. Donc, à $T = 0$, les électrons occupent toutes les cellules avec des impulsions allant de $p = 0$ jusqu'à un certain P_{max}, et la pression du gaz est différente de zéro.

Dans notre cas, au lieu de (36.11) on a

$$dn_e = \frac{8\pi p^2\,dp}{h^3} \tag{36.20}$$

et on trouve à partir des relations (36.12) et (36.14):

$$n_e = \frac{8\pi}{h^3}\int_0^{p_{max}} p^2\,dp = \frac{8\pi}{3h^3}\,p_{max}^3, \tag{36.21}$$

$$P_e = \frac{8\pi}{3mh^3}\int_0^{p_{max}} p^4\,dp = \frac{8\pi}{15mh^3}\,p_{max}^5. \tag{36.22}$$

En portant p_{max} de (36.21) dans (36.22), il vient

$$P_e = \frac{1}{20}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3}\frac{h^2}{m}\,n_e^{5/3}. \tag{36.23}$$

Nous avons obtenu l'équation d'état du gaz électronique complètement dégénéré. Bien que pour la déduire on ait adopté $T = 0$, elle est néanmoins vraie, avec une grande précision pour des températures satisfaisant à l'inégalité $D \ll 1$. Ceci résulte du fait que pour de petits D les formules (36.12) et (36.14) conduisent à l'équation (36.23) à facteur du deuxième membre égal à

$$1 + \frac{20}{3}\left(\frac{\pi}{6}\right)^{4/3} D^{4/3}.$$

Ainsi, plus D est petit, c'est-à-dire plus la dégénérescence est forte, plus l'équation d'état (36.23) est précise. Insistons sur le fait que la température ne figure pas dans cette équation, bien qu'elle puisse être très élevée.

Pour déduire l'équation (36.23) nous avons fait appel à la formule de la pression (36.13), qui est justifiée seulement dans le cas des vitesses des particules petites devant la vitesse de la lumière. Cela signifie que l'équation (36.23) concerne un gaz non relativiste. Toutefois, il s'ensuit de la formule (36.21) qu'avec l'augmentation de la concentration des électrons libres leur impulsion maximale croît,

donc les vitesses peuvent aussi devenir proches de celles de la lumière. Aussi devons-nous obtenir une équation d'état du gaz électronique qui convienne également à ce cas.

Si les particules peuvent avoir des vitesses proches de celle de la lumière, alors au lieu de la formule (36.13) il faut écrire

$$P_c = \frac{1}{3m} \int \frac{p^2}{\sqrt{1+\frac{p^2}{m^2c^2}}} dn_c. \qquad (36.24)$$

En portant ici l'expression (36.20) on obtient

$$P_e = \frac{8\pi}{3mh^3} \int_0^{p_{\max}} \frac{p^4}{\sqrt{1+\frac{p^2}{m^2c^2}}} dp, \qquad (36.25)$$

ou, après l'intégration,

$$P_e = \frac{\pi m^4 c^5}{3h^3} [x(2x^2-3)\sqrt{1+x^2} + 3 \operatorname{arcsh} x], \qquad (36.26)$$

où l'on a introduit la notation $x = p_{\max}/mc$.

La formule (36.21) peut maintenant s'écrire:

$$n_e = \frac{8\pi m^3 c^3}{3h^3} x^3. \qquad (36.27)$$

Les relations (36.26) et (36.27) représentent l'équation d'état du gaz électronique complètement dégénéré sous forme paramétrique. Cette équation est vraie pour des vitesses quelconques des électrons.

Si $x \ll 1$, les relations (36.26) et (36.27) conduisent à l'équation (36.23) obtenue précédemment pour un gaz non relativiste. Mais si $x \gg 1$, alors les relations citées entraînent

$$P_e = \frac{1}{8}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \operatorname{ch} n_e^{4/3}. \qquad (36.28)$$

Ceci est l'équation d'état d'un gaz électronique relativiste complètement dégénéré.

En égalant les valeurs de P_e données par les formules (36.23) et (36.28) on peut déterminer la valeur limite de n_e, qui sépare la région du gaz non relativiste de celle du gaz relativiste. Cette valeur de n_e est de l'ordre de 10^{30} cm^{-3}. Par conséquent, pour $n_e \ll 10^{30}$ cm^{-3} le gaz dégénéré est non relativiste et pour $n_e \gg 10^{30}$ cm^{-3}, il est relativiste. Les formules (36.26) et (36.27) couvrent aussi bien ces deux cas que la région intermédiaire qui se trouve entre eux.

3. Transfert d'énergie à l'intérieur d'une étoile. Nous avons déjà noté que dans le transfert d'énergie à l'intérieur d'une étoile un rôle important revient au rayonnement. Il convient donc d'établir

dans quels processus l'énergie rayonnante est absorbée à l'intérieur de l'étoile. Comme dans la photosphère les principaux processus en cause sont les suivants: 1) transitions des électrons des états liés aux états libres, c'est-à-dire photo-ionisation; 2) transitions des électrons des états libres aux états libres; 3) diffusion du rayonnement par les électrons libres.

Les températures à l'intérieur d'une étoile étant très élevées, les atomes légers (en particulier, l'hydrogène et l'hélium) sont complètement ionisés. Il s'ensuit que l'absorption du rayonnement liée à la photo-ionisation des atomes ne peut être réalisée que par les atomes lourds. Les atomes lourds étant également privés d'une part importante de leurs électrons, on peut les considérer approximativement comme hydrogénoïdes. Le coefficient d'absorption dû à la photo-ionisation des atomes d'hydrogène est donné par la formule (5.8) du premier chapitre. On écrit également d'une façon analogue le coefficient d'absorption défini par la photo-ionisation des atomes hydrogénoïdes

$$\alpha'_\nu = n_e n^+ \frac{2^4 \pi e^6}{3\sqrt{3}\, ch\, m} \frac{Z_1^2}{(2\pi mkT)^{1/2}} \frac{\chi_1}{kT} \frac{1}{\nu^3} \sum_{i=i_0}^{\infty} \frac{g_{i\nu}}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT}}, \quad (36.29)$$

où Z_1 est la charge efficace d'un ion.

Les transitions libre-libre ont lieu surtout dans le champ des noyaux d'hydrogène et d'hélium. Le coefficient d'absorption défini par ces transitions vaut:

$$\alpha''_\nu = n_e n^+ \frac{2^3 \pi e^6 Z_1^2}{3\sqrt{3}\, chm\, (2\pi mkT)^{1/2}} \frac{g_\nu}{\nu^3}. \quad (36.30)$$

Pour $Z_1 = 1$, c'est-à-dire pour l'hydrogène, on obtient d'après cette formule la formule (5.10) du premier chapitre.

Le coefficient de diffusion par les électrons libres est donné, comme on le sait, par la formule

$$\sigma_e = n_e \sigma_0 = n_e \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2. \quad (36.31)$$

Dans l'équation (35.46), qui exprime le bilan énergétique de l'étoile, figure le coefficient d'absorption moyen $\varkappa$ par unité de masse. Les expressions des coefficients d'absorption volumiques indiquées ci-dessus doivent donc être moyennées selon la fréquence et il faut utiliser la relation $\bar{\alpha} = \varkappa\rho$.

Le coefficient d'absorption moyen des atomes d'hydrogène a déjà été défini au premier chapitre, il est donné par la formule (5.34). Cette formule est également applicable aux atomes hydrogénoïdes. En partant de cette formule on peut obtenir l'expression suivante

des coefficients d'absorption dus aux photo-ionisations et aux transitions libre-libre respectivement :

$$\varkappa' = 2{,}4\,\frac{\chi_1}{kT}\,\frac{n_e n^+}{\rho}\,\frac{80 e^6 h^2 Z_1^2}{\pi^2 \sqrt{3}\, c\, (2\pi m)^{3/2}}\,\frac{\bar{g}}{(kT)^{7/2}} \qquad (36.32)$$

et

$$\varkappa'' = \frac{n_e n^+}{\rho}\,\frac{80 e^6 h^2 Z_1^2}{\pi^2 \sqrt{3}\, c\, (2\pi m)^{3/2}}\,\frac{\bar{g}}{(kT)^{7/2}}. \qquad (36.33)$$

Ici $\bar{g}$ désigne la valeur moyenne du facteur de Gaunt.

Les quantités n_e et n^+ qui figurent dans les formules (36.32) et (36.33) dépendent de la densité et de la composition chimique. Comme dans ce qui précède, soient X la fraction gravimétrique d'hydrogène et Y, la fraction gravimétrique d'hélium. Le nombre d'électrons libres dans 1 cm³ produits par ionisation de l'hydrogène et de l'hélium est égal respectivement à $X\rho/m_{\rm H}$ et $Y\rho/2m_{\rm H}$. On peut admettre que l'ionisation des éléments lourds donne $^1/_2\,A\,(1 - X - Y)\,\frac{\rho}{Am_{\rm H}}$ électrons libres dans 1 cm³. La concentration totale des électrons libres est donc

$$n_e = \frac{1}{2}\,(1+X)\,\frac{\rho}{m_{\rm H}}. \qquad (36.34)$$

La quantité n^+ qui figure dans la formule (36.32) représente la concentration des atomes de l'élément donné au stade d'ionisation qui suit celui dans lequel se trouvent les ions absorbants. Evidemment, en chaque point de l'étoile l'absorption est assurée essentiellement par les atomes qui se trouvent à un stade défini d'ionisation. Nous avons déjà dit que pour ce stade d'ionisation la quantité χ_1/kT doit être de l'ordre de l'unité. On peut admettre que la quantité n^+ est égale approximativement à la concentration de tous les atomes de l'élément considéré, c'est-à-dire égale à la fraction gravimétrique de cet élément multipliée par $\rho/Am_{\rm H}$. En sommant les quantités $n^+Z_1^2$ pour tous les atomes lourds et en adoptant pour Z_1^2/A une certaine valeur moyenne, on obtient la quantité $(1 - X - Y)\,\frac{\rho}{m_{\rm H}}\,\frac{Z_1^2}{A}$. Bien entendu ce calcul est assez grossier.

La quantité n^+ qui figure dans la formule (36.33) est la concentration des atomes ionisés d'hydrogène ou d'hélium. Pour l'hydrogène la quantité $n^+Z_1^2$ est égale à $X\rho/m_{\rm H}$, et pour l'hélium, à $Y\rho/m_{\rm H}$. La somme de ces quantités est égale à $(X + Y)\,\frac{\rho}{m_{\rm H}}$.

En tenant compte de ce qui vient d'être dit, au lieu des formules (36.32) et (36.33) on obtient

$$\varkappa' = C'\bar{g}\,(1+X)\,(1-X-Y)\,\frac{\rho}{T^{7/2}} \qquad (36.35)$$

et

$$\varkappa'' = C''\bar{g}\,(1+X)\,(X+Y)\,\frac{\rho}{T^{7/2}}, \qquad (36.36)$$

où C' et C'' sont des constantes.

Les formules (36.35) et (36.36) sont obtenues en moyennant les coefficients d'absorption selon la fréquence pour une fonction de poids représentant l'intensité de Planck. Mais d'habitude les coefficients d'absorption moyens se calculent d'après la formule de Rosseland. Cependant dans ce cas-là aussi on obtient des formules qui ressemblent aux formules (36.35) et (36.36). La seule différence entre elles réside dans les coefficients numériques. Par exemple, dans l'ouvrage de Schwarzschild [4] l'auteur donne pour les moyennes de Rosseland les expressions suivantes:

$$\varkappa' = 4{,}3\cdot 10^{25}\,\frac{\bar{g}}{t}\,(1+X)\,(1-X-Y)\,\frac{\rho}{T^{7/2}}, \qquad (36.37)$$

$$\varkappa'' = 3{,}7\cdot 10^{22}\bar{g}\,(1+X)\,(X+Y)\,\frac{\rho}{T^{7/2}}. \qquad (36.38)$$

Ici t est le *facteur* dit *de guillotine* (de l'ordre de l'unité).

Le coefficient de diffusion par les électrons libres calculé d'après la formule (36.31) ne dépend pas de la fréquence. En posant $\sigma_e = \varkappa_e\rho$ et en utilisant la formule (36.34), on obtient

$$\varkappa_e = \frac{\sigma_0}{2m_{\mathrm{H}}}\,(1+X) = 0{,}2\,(1+X). \qquad (36.39)$$

Les formules (36.37) à (36.39) déterminent les coefficients d'absorption moyens en fonction de la composition chimique, de la densité et de la température. Ces formules permettent de conclure que le principal responsable de l'absorption de l'énergie rayonnante à l'intérieur des étoiles est la photo-ionisation. L'apport des transitions libre-libre n'est notable que dans le cas où la teneur relative en hydrogène et hélium est élevée. La diffusion de la lumière par les électrons libres présente un grand intérêt dans le cas de faibles densités et de températures élevées.

Outre le rayonnement, la conductivité thermique joue un certain rôle dans le transfert d'énergie à l'intérieur des étoiles. La quantité d'énergie thermique à l'intérieur des étoiles dépasse même la quantité d'énergie rayonnante. Cependant, le rôle du rayonnement est quand même plus grand que celui de la conductivité thermique, car la vitesse et le libre parcours sont bien plus grands pour les photons que pour les électrons. En chaque point de l'étoile l'énergie thermique se transforme en énergie rayonnante et inversement (lors de l'absorption et de l'émission des photons), et l'énergie est transportée surtout lorsqu'elle se trouve sous forme d'énergie rayonnante. Mais dans certains cas il faut encore prendre en considération le transfert

d'énergie par conductivité thermique électronique. Le rôle relatif de celle-ci croît avec l'augmentation de la densité. Ce rôle est particulièrement grand dans le cas des naines blanches, car le gaz électronique y subit une dégénérescence. Il en est ainsi du fait que dans un gaz dégénéré tous les états inférieurs sont occupés et le parcours libre d'un électron devient très grand.

Lorsque nous avons examiné la photosphère du Soleil, nous avons étudié la convection (au § 15), qui est encore un mécanisme de transfert d'énergie. Dans les couches superficielles des étoiles le rôle du transfert convectif peut être important. L'application du critère (15.10) du Chapitre III a montré que dans certaines parties à l'intérieur des étoiles l'équilibre radiatif peut devenir instable et déclencher la convection. Si la puissance des sources d'énergie croît sensiblement en s'approchant du centre, l'étoile doit posséder un noyau convectif. Dans ce cas l'équation (35.46) qui exprime la condition du bilan énergétique doit être modifiée en conséquence.

4. Réactions nucléaires comme source de l'énergie stellaire. En recherchant les sources de l'énergie stellaire, on a depuis longtemps émis l'idée que de grandes quantités d'énergie peuvent être élaborées par des réactions nucléaires. Supposons que dans une certaine réaction il se forme un noyau dont la masse est plus petite d'une quantité ΔM que la somme des masses des noyaux participant à la réaction. Alors, d'après le principe d'Einstein, qui établit l'équivalence de la masse et de l'énergie, une telle réaction libère une énergie

$$\Delta E = c^2 \Delta M, \qquad (36.40)$$

où c est la vitesse de la lumière.

Les réactions nucléaires qui transforment l'hydrogène en hélium jouent le rôle principal dans l'émission de l'énergie à l'intérieur d'une étoile. On sait que la masse atomique de l'hydrogène est égale à 1,008 et la masse atomique de l'hélium, à 4,003 (en unités d'oxygène). Lorsqu'un atome d'hélium se forme à partir de quatre atomes d'hydrogène, il se libère une énergie qui correspond à peu près à 0,7 % de la masse. Par conséquent, une étoile composée initialement d'hydrogène doit libérer lors de la transformation d'hydrogène en hélium une énergie

$$\Delta E \approx 6 \cdot 10^{18} M, \qquad (36.41)$$

où M est la masse de l'étoile. En particulier, pour le Soleil on a $\Delta E \approx 10^{52}$ ergs. Cette énergie peut assurer le rayonnement du Soleil avec sa luminosité actuelle pendant 10^{11} ans, c'est-à-dire assez longtemps du point de vue des idées modernes sur les délais de vie des étoiles. L'hydrogène est transformé en hélium à l'intérieur des étoiles selon deux cycles de réactions : le cycle proton-proton et le cycle de carbone.

La branche principale du cycle proton-proton, dit aussi *cycle d'hydrogène*, se compose de trois réactions

1) ${}^1H+{}^1H \rightarrow {}^2H+e^++\nu$ (0,42 MeV),
2) ${}^1H+{}^2H \rightarrow {}^3He+\gamma$,
3) ${}^3He+{}^3He \rightarrow {}^4He+{}^1H+{}^1H$.

Nous voyons que d'abord, lors de la collision de deux protons, il se forme un deutéron (noyau de l'hydrogène lourd), un positron et un neutrino. Le positron fusionne aussitôt avec un électron quelconque et disparaît avec lui en émettant deux quanta γ. Le neutrino sort sans obstacle de l'étoile en emportant avec lui une certaine partie d'énergie libérée. Ensuite le deutéron qui vient de se former fusionne avec un proton quelconque pour faire apparaître un noyau de ${}^3He$ et émettre un quantum γ. Enfin, la collision de deux particules ${}^3He$ donne naissance à un noyau d'hélium ${}^4He$ (particule α) et à deux protons.

Comme le montrent les estimations, de tous les noyaux d'hélium qui apparaissent dans le cycle d'hydrogène 80 % environ sont produits par sa branche principale. Les autres 20 % donnent deux branches latérales dans lesquelles, au lieu de la dernière des réactions précitées, a d'abord lieu la réaction avec formation de béryllium :

$${}^3He+{}^4He \rightarrow {}^7Be+\gamma.$$

Ensuite dans la première branche latérale, qui domine sensiblement la deuxième, se déroulent les réactions :

$${}^7Be+e^- \rightarrow {}^7Li+\nu \quad (E_\nu=0{,}86 \text{ MeV}),$$
$${}^7Li+{}^1H \rightarrow {}^4He+{}^4He,$$

et dans la deuxième, les réactions :

$${}^7Be+{}^1H \rightarrow {}^8B+\gamma,$$
$${}^8B \rightarrow {}^8Be+e^++\nu \quad (E_{max}=14 \text{ MeV}),$$
$${}^8Be \rightarrow {}^4He+{}^4He.$$

Le cycle du carbone, appelé également *cycle de Bethe*, compte six réactions :

1) ${}^{12}C+{}^1H \rightarrow {}^{13}N+\gamma$,
2) ${}^{13}N \rightarrow {}^{13}C+e^++\nu$ ($E_{max}=1{,}2$ MeV),
3) ${}^{13}C+{}^1H \rightarrow {}^{14}N+\gamma$,
4) ${}^{14}N+{}^1H \rightarrow {}^{15}O+\gamma$,
5) ${}^{15}O \rightarrow {}^{15}N+e^++\nu$ ($E_{max}=1{,}7$ MeV),
6) ${}^{15}N+{}^1H \rightarrow {}^{12}C+{}^4He$.

Dans ce cycle le carbone joue le rôle de catalyseur.

Pour toutes les réactions mentionnées, liées à l'émission d'un neutrino, on indique entre parenthèses l'énergie qu'emporte ce dernier. De plus, par E_ν on entend l'énergie discrète et par E_{max}, la valeur maximale de l'énergie dans le cas du spectre énergétique continu du neutrino.

La quantité d'énergie libérée par la formation d'un noyau d'hélium dans le cycle d'hydrogène est de $4{,}2\cdot10^{-5}$ erg et dans le cycle du carbone, $4{,}0\cdot10^{-5}$ erg. La différence entre ces chiffres s'explique par le fait que dans le deuxième cycle (celui du carbone) l'énergie emportée par un neutrino est plus grande que dans le premier (cycle d'hydrogène).

Pour déterminer la quantité d'énergie élaborée par un gramme de matière en une seconde (dans ce qui précède cette quantité a été notée ε) il faut connaître les sections efficaces des réactions nucléaires. Le calcul théorique de ces sections tient compte du fait que les forces de cohésion nucléaires agissent seulement à des distances qui ne dépassent pas selon l'ordre 10^{-12} cm, alors que d'après la loi de Coulomb les noyaux se repoussent à des distances plus grandes. Si les noyaux qui entrent en collision ont des charges Z_1e et Z_2e, alors à une distance r entre eux l'énergie de répulsion est $Z_1Z_2e^2/r$, et leur énergie cinétique moyenne est égale à $3\ kT$. Aussi, pour que la barrière de Coulomb (pour $r \approx 10^{-12}$ cm) soit surmontée par la plupart des noyaux, il faut que la température soit de l'ordre de $T \approx 5 \times \times 10^8\, Z_1Z_2$. Puisqu'une telle température est trop élevée même pour l'intérieur des étoiles, les noyaux franchissent en réalité la barrière de Coulomb par « effet tunnel », c'est-à-dire grâce à la probabilité définie pour que la barrière soit franchie par une particule d'énergie inférieure à la grandeur de la barrière.

Les sections efficaces des réactions nucléaires ont été établies théoriquement et expérimentalement (voir, par exemple, [5] et [6]). Il en a résulté pour le cycle proton-proton

$$\varepsilon = 2{,}5\cdot10^6\rho X^2 \left(\frac{10^6}{T}\right)^{2/3} e^{-33{,}8\left(\frac{10^6}{T}\right)^{1/3}}, \tag{36.42}$$

et pour le cycle du carbone

$$\varepsilon = 9{,}5\cdot10^{28}\rho X X_{CN} \left(\frac{10^6}{T}\right)^{2/3} e^{-152{,}3\left(\frac{10^6}{T}\right)^{1/3}}. \tag{36.43}$$

Ici X est la fraction gravimétrique de l'hydrogène; X_{CN}, la fraction gravimétrique du carbone et de l'azote.

Pour des intervalles de températures définis les formules (36.42) et (36.43) peuvent se mettre sous une forme plus simple. Par exemple, pour des températures de $3\cdot10^6$ à $2\cdot10^7$ kelvins, au lieu de (36.42) on a

$$\varepsilon = 9\cdot10^{-30}\rho X^2 T^4, \tag{36.44}$$

et pour des températures proches de $2\cdot10^7$ kelvins, au lieu de (36.43) on obtient

$$\varepsilon = 3\cdot10^{-150}\rho X X_{CN} T^{21}. \qquad (36.45)$$

Les expressions du type (36.44) et (36.45) s'emploient pour des calculs approchés.

Ces formules montrent que pour le cycle du carbone la quantité ε croît avec la température plus vite que pour le cycle proton-proton. Pour des températures d'environ 15 à 20 millions de kelvins les deux formules de ε donnent à peu près les mêmes résultats. A des températures plus basses, le rôle principal dans l'élaboration de l'énergie revient au cycle proton-proton, et à des températures plus élevées, au cycle du carbone.

Outre les réactions nucléaires examinées ci-dessus, dans lesquelles l'hydrogène se transforme en hélium, l'intérieur des étoiles peut également être le siège d'autres réactions. A des températures de l'ordre de 10^8 kelvins la plus importante est la réaction qui transforme l'hélium en carbone (on l'appelle chaîne 3α)

$$3\,{}^4\mathrm{He} \to {}^{12}\mathrm{C} + \gamma.$$

L'énergie libérée par cette réaction se calcule d'après la formule

$$\varepsilon = 10^{-8}\rho^2 Y^3 \left(\frac{T}{10^8}\right)^{30}, \qquad (36.46)$$

où Y est la fraction gravimétrique de l'hélium.

Les formules indiquées de la quantité ε ont une grande importance pour l'astrophysique, car les réactions nucléaires sont la source principale de l'énergie stellaire.

Il faut également noter qu'au cours des réactions nucléaires certains noyaux atomiques se transforment en d'autres noyaux, c'est-à-dire qu'on observe la synthèse des éléments chimiques (synthèse nucléaire). Nous en avons déjà rencontré des exemples: l'hydrogène se transforme en hélium, l'hélium, en carbone. A des températures de l'ordre de 10^8 kelvins les étoiles sont également le siège de la synthèse d'atomes plus complexes dans les réactions

$$ {}^{12}\mathrm{C} + {}^4\mathrm{He} \to {}^{16}\mathrm{O} + \gamma,$$
$$ {}^{16}\mathrm{O} + {}^4\mathrm{He} \to {}^{20}\mathrm{Ne} + \gamma,$$
$$ {}^{20}\mathrm{Ne} + {}^4\mathrm{He} \to {}^{24}\mathrm{Mg} + \gamma.$$

Des températures plus élevées déclenchent également des réactions entre les noyaux des éléments lourds, par exemple:

$$ {}^{12}\mathrm{C} + {}^{12}\mathrm{C} \to {}^{23}\mathrm{Na} + {}^1\mathrm{H}, \quad {}^{16}\mathrm{O} + {}^{16}\mathrm{O} \to {}^{32}\mathrm{S} + \gamma.$$

La physique nucléaire détermine les sections efficaces de nombreuses réactions qui se déroulent dans les étoiles. Les processus de la syn-

thèse nucléaire expliquent la composition chimique non seulement des étoiles mais encore du milieu interstellaire, puisque la matière est éjectée en grande quantité par les étoiles dans l'espace interstellaire.

§ 37. Structure et évolution des étoiles

1. Equations fondamentales Au § 35 nous avons écrit les équations fondamentales de la théorie de la structure interne des étoiles ((35.5) et (35.46)). La première d'entre elles exprime la condition d'équilibre mécanique et la deuxième, la condition du bilan énergétique. Ensuite on a établi comment les paramètres figurant dans ces équations dépendent des conditions physiques à l'intérieur de l'étoile. Ceci permet d'obtenir les solutions des équations citées sans aucune des suppositions supplémentaires caractéristiques de la première étape de l'élaboration de la théorie.

Les équations fondamentales de la structure interne des étoiles peuvent s'écrire sous la forme du système d'équations suivant:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2}\rho \qquad (37.1)$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho, \qquad (37.2)$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac}\frac{\varkappa\rho}{T^3}\frac{L_r}{4\pi r^2}, \qquad (37.3)$$

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon\rho. \qquad (37.4)$$

Il est évident qu'en portant (37.2) dans (37.1) on obtient l'équation (35.5) et en portant (37.4) dans (37.3), l'équation (35.46).

La pression P qui figure dans l'équation (37.1) est la somme de la pression du gaz et de la pression du rayonnement. A l'aide de l'équation d'état d'un gaz et de la loi de Stefan-Boltzmann la pression P est exprimée à travers la température T, la densité ρ et le poids moléculaire moyen μ. A son tour la quantité μ est définie par la donnée de la composition chimique. Par la formule (36.10) elle est exprimée à l'aide de la fraction gravimétrique de l'hydrogène X et de l'hélium Y.

Le coefficient d'absorption moyen $\varkappa$ et la quantité d'énergie élaborée ε sont également exprimés à l'aide de ρ, T, X et Y. Les formules correspondantes ont été données au paragraphe précédent.

De la sorte, le système de quatre équations donné ci-dessus (37.1)-(37.4) sert à calculer quatre fonctions inconnues: M_r, L_r, ρ et T. Les quantités X et Y qui figurent dans ce système sont considérées comme données.

Au système d'équations cité il convient encore d'ajouter les conditions aux limites. Evidemment, au centre de l'étoile on a:

$$M_r = 0, \quad L_r = 0 \quad \text{pour } r = 0, \tag{37.5}$$

et à la limite de l'étoile:

$$\rho = 0, \quad T = 0 \quad \text{pour } r = R. \tag{37.6}$$

Toutefois, il faut tenir compte du fait que certaines formules justifiées pour les couches internes de l'étoile (en particulier, les expressions de $\varkappa$ et μ) sont inapplicables aux couches superficielles. En effet, en déduisant ces formules nous avons supposé que le gaz est fortement ionisé, alors que dans les couches superficielles l'ionisation du gaz est faible. Aussi, les résultats auxquels peut aboutir l'application des équations mentionnées et des conditions aux limites (37.6) à toute l'étoile peuvent être incertains. Un moyen plus correct pour résoudre le problème consiste à déterminer la structure des couches superficielles sur la base de la théorie des photosphères et à résoudre les équations données avec les conditions aux limites découlant des données sur la structure de la photosphère.

Le système d'équations (37.1)-(37.4) avec les conditions aux limites indiquées et pour des valeurs données de X et Y détermine entièrement la structure de l'étoile. En résolvant ce système on trouve également les valeurs des quantités M_r et L_r pour $r = R$, c'est-à-dire la masse de l'étoile M et la luminosité L. En réalité, pour chaque étoile les valeurs de M et L sont données. Le problème de la détermination de la structure d'une étoile consiste donc non seulement à résoudre le système précité, mais encore à choisir les valeurs convenables de X et Y.

Toutefois, à l'intérieur de l'étoile la composition chimique peut être très différente et, par conséquent, les quantités X et Y peuvent l'être elles aussi. Pour cette raison le problème de la recherche de la structure d'une étoile n'est pas déterminé. La diversité dans la composition chimique à des profondeurs différentes est due à la variation de la vitesse des réactions nucléaires lors du passage d'un point de l'étoile à un autre: cette vitesse est d'autant plus grande que ρ et T sont plus élevées. L'intérieur des étoiles peut donc comporter des régions où l'hydrogène est entièrement ou partiellement brûlé. Pour établir des modèles théoriques il faut tenir compte de tous ces faits. Par conséquent, la théorie de la structure interne des étoiles est inséparable du problème de leur évolution.

2. Méthodes de calcul des modèles stellaires. Nous avons vu dans ce qui précède que la résolution du problème de la structure interne des étoiles se ramène à l'intégration du système d'équations différentielles (37.1)-(37.4) dans les conditions aux limites (37.5) et (37.6). Cette intégration est réalisée numériquement sur ordinateur.

On en tire des modèles théoriques des étoiles. Nous allons donner maintenant une description sommaire des méthodes employées pour leur calcul.

L'intégration des équations indiquées peut débuter à partir du centre de l'étoile. Puisque pour $r = 0$ on ne connaît que deux des fonctions cherchées ($M_r = 0$ et $L_r = 0$), il faut donner également en ce point les valeurs de la pression et de la température. Pour de petits r la solution des équations peut s'obtenir sous la forme d'une série. En se bornant aux termes de l'ordre r^3, on a

$$M_r = \frac{4}{3}\pi\rho_c r^3, \qquad (37.7)$$

$$L_r = \frac{4}{3}\pi\rho_c\varepsilon_c r^3, \qquad (37.8)$$

$$P = P_c - \frac{2}{3}\pi G\rho_c^2 r^2, \qquad (37.9)$$

$$T = T_c - \frac{\varkappa_c\varepsilon_c\rho_c^2}{8acT_c^3} r^2, \qquad (37.10)$$

où l'indice c désigne les valeurs des quantités au centre de l'étoile. Pour passer des petits aux grands r il faut recourir à l'intégration numérique des équations. Elle prend fin lorsque la densité et la température atteignent leurs valeurs à la surface de l'étoile ($\rho = 0$ et $T = 0$). De plus, on obtient des valeurs définies de la masse de l'étoile M, sa luminosité L et son rayon R. Toutefois un tel modèle peut différer sensiblement des étoiles réelles, c'est-à-dire ne pas satisfaire aux relations « masse-luminosité » et « spectre-luminosité ». Pour éliminer la divergence il faut choisir des valeurs de P_c et T_c plus appropriées. Si ceci ne donne pas non plus de bons résultats, il faut changer la composition chimique adoptée.

L'intégration du système d'équations (37.1)-(37.4) peut débuter également à partir de la surface de l'étoile. Pour les couches externes de celle-ci, tout comme pour sa région centrale, on peut obtenir la solution sous une forme analytique. Elle est fondée sur le fait que les couches externes ne possèdent pas de sources d'énergie et que la part de la masse de l'étoile qu'elles représentent n'est guère importante. On peut donc admettre que dans ces couches $M_r = M$ et $L_r = L$. Par conséquent, nous devons déterminer seulement la variation de la température et de la pression en fonction de r.

En divisant (37.1) par (37.3) et en utilisant la permanence de la masse et de la luminosité on trouve

$$\frac{dP}{dT} = \frac{16\pi G\,ac\,M}{3\varkappa L} T^3. \qquad (37.11)$$

D'après (36.37) et (36.38) le coefficient d'absorption $\varkappa$ qui figure ici peut s'écrire

$$\varkappa = \varkappa_0 \frac{\rho}{T^{7/2}}, \tag{37.12}$$

où $\varkappa_0$ = const. En portant (37.12) dans (37.11), en appliquant l'équation d'état (36.4) et en procédant à l'intégration, on obtient

$$P^2 = \frac{64\pi GMacR^*}{51\varkappa_0 \mu L} T^{17/2}. \tag{37.13}$$

La formule (37.13) lie la pression à la température. Pour obtenir la relation entre la température et la profondeur il faut porter les expressions (37.12), (37.13) et (36.4) dans l'équation (37.3). Après cela on intègre pour obtenir

$$T = \frac{4GM\mu}{17R^*}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right). \tag{37.14}$$

En passant des couches externes de l'étoile aux couches internes, on détermine la structure interne de l'étoile par intégration numérique des équations (37.1)-(37.4), et en particulier, on trouve notamment les valeurs de la densité et de la température en son centre (c'est-à-dire les quantités ρ_c et T_c). Cependant, ce genre d'intégration peut nous conduire à une profondeur déterminée à des conditions qui imposeront la modification des équations de départ. Un exemple peut en être fourni par la croissance rapide de la densité qui conduit à la dégénérescence du gaz. Dans ce cas l'équation (36.4) doit être remplacée par les équations d'état du gaz dégénéré, données au paragraphe précédent. Comme un autre exemple indiquons l'apparition de la convection, déclenchée par l'accroissement rapide de la température. Il s'ensuit qu'au lieu du transfert d'énergie radiatif, il faut envisager le transfert de l'énergie par convection. Notons encore qu'à une certaine profondeur toute la masse donnée de l'étoile peut s'avérer épuisée. Il faut alors modifier la composition chimique adoptée. Celle-ci doit être également modifiée lorsque le centre est atteint avant que toute la masse ou toute la luminosité ne soient épuisées.

Pour les étoiles à structure complexe l'intégration des équations mentionnées est plus commode à partir de la surface qu'à partir du centre. Cependant, dans la pratique, lors du calcul d'un seul et même modèle, l'intégration est ordinairement menée aussi bien à partir de la surface qu'à partir du centre pour assembler les deux solutions à une profondeur déterminée (c'est-à-dire atteindre à cette profondeur la continuité de toutes les fonctions cherchées).

Pour résoudre les équations (37.1)-(37.4), outre la « méthode d'assemblage » décrite on a également proposé la « méthode des différences » qui a trouvé une application assez large. Dans cette méthode tout l'intervalle d'intégration est divisé en un grand nombre de

petits intervalles, et les quantités cherchées sont considérées comme des valeurs des fonctions inconnues aux points de division, alors que les différentielles qui figurent dans les équations de départ sont remplacées par les différences correspondantes. Il en résulte que le problème se ramène à la résolution d'un système d'équations algébriques de degré élevé. Pour la commodité des calculs au lieu de la variable indépendante r on utilise la masse comprise dans une sphère de rayon r, et on fait également d'autres transformations de variables. L'application de la méthode des différences impose l'utilisation d'ordinateurs puissants.

L'établissement du modèle d'une étoile donnée est lié à une indétermination due à un certain arbitraire dans le choix de la composition chimique. Aussi dans le calcul des modèles tient-on compte de l'évolution probable de l'étoile. Dans ces conditions on admet généralement qu'à l'état initial la composition chimique de l'étoile est homogène, sa teneur en hydrogène étant élevée mais diminuant par suite des réactions nucléaires. La diminution de la quantité X avec le temps peut s'écrire sous une forme générale :

$$\frac{\partial X}{\partial t} = f(\rho, T, X). \qquad (37.15)$$

La diminution de la quantité X modifie également les quantités μ, $\varkappa$, ε. Il en résulte une modification de la structure stellaire. Après le calcul du modèle de l'étoile à l'état initial pour la valeur de X adoptée (pour l'instant $t = 0$), on peut calculer le modèle de l'étoile pour l'instant t_1, avec des valeurs de X obtenues d'après la formule (37.15) pour chaque point de l'étoile. D'une façon analogue on peut calculer également le modèle de l'étoile pour l'instant suivant t_2, etc. C'est ainsi qu'on détermine la séquence évolutive des modèles stellaires.

Dans les calculs mentionnés la masse de l'étoile est considérée comme constante, alors qu'on calcule la luminosité et le rayon. Puisqu'il existe déjà un grand nombre de modèles calculés, aucun besoin n'est de refaire tout le travail pour un nouveau modèle. On peut prendre comme première approximation un modèle déjà calculé avec des paramètres proches et effectuer le calcul par la méthode des itérations. Cette méthode est particulièrement commode pour déterminer l'évolution d'une étoile. Dans ce cas le calcul du modèle pour un moment donné peut faire appel au modèle relatif au moment précédent. La plupart des modèles stellaires sont calculés précisément de cette façon.

3. Modèles stellaires. Les méthodes décrites pour le calcul des modèles d'étoiles ont été appliquées à des étoiles de types différents. Nous allons indiquer quelques-uns des résultats obtenus, en les puisant surtout dans l'ouvrage de M. Schwarzschild [4].

Dans les étoiles de la partie supérieure de la séquence principale le plus grand rôle dans l'élaboration de l'énergie revient au cycle de carbone. Dans les parties centrales de ces étoiles le transfert d'énergie est réalisé par convection et dans les parties extérieures, par rayonnement. Le noyau convectif de l'étoile comporte toutes les sources d'énergie et une fraction notable de la masse.

Tableau 57

Caractéristiques des étoiles de la partie supérieure de la séquence principale

$\frac{M}{M_\odot}$	$\lg \frac{L}{L_\odot}$	$\lg \frac{R}{R_\odot}$	$\lg T_e$	Spectre	T_c	ρ_c
10	3,477	0,559	4,350	B1	$2,76 \cdot 10^7$	7,80
5	2,463	0,379	4,188	B5	$2,36 \cdot 10^7$	19,5
2,5	1,327	0,202	3,991	A2	$1,98 \cdot 10^7$	48,3

Le Tableau 57 consigne les résultats du calcul des modèles d'étoiles des classes spectrales B et A. Pour les calculs on a admis que la composition chimique ne change pas avec la profondeur. On a également supposé que la teneur en hydrogène et en hélium est la même pour toutes les étoiles ($X = 0{,}90$; $Y = 0{,}09$). Les calculs ont été effectués pour des étoiles de masses égales à 10,5 et 2,5 masses du Soleil. Pour chaque étoile on a ainsi déterminé la luminosité L, le rayon R et la température effective T_e, ainsi que la densité ρ_c et la température T_c au centre.

Pour comparer la théorie aux observations les résultats des calculs ont été portés sur des diagrammes masse-luminosité et spectre-luminosité. Il s'est avéré que les points qui correspondent aux modèles calculés se rangent très près des courbes moyennes construites sur la base des données d'observation. Ceci peut être considéré comme justification de la théorie.

Parmi les étoiles de la partie inférieure de la séquence principale l'étude a porté surtout sur le Soleil. Les modèles du Soleil ont été établis pour une composition chimique aussi bien homogène qu'in homogène. Les résultats des calculs de l'un des modèles sont portés dans le Tableau 58, qui donne les valeurs des quantités physiques principales en fonction de la distance r au centre.

Le tableau montre qu'à l'approche du centre du Soleil la quantité X décroît. Ceci s'explique par la consommation de l'hydrogène dans les parties centrales de l'étoile au cours de l'évolution.

Les données indiquées pour le Soleil correspondent à son état actuel. Pour le Soleil on a déterminé la variation de la luminosité et du rayon non seulement dans le passé, mais aussi dans l'avenir.

Tableau 58

Modèle du Soleil à l'état contemporain

$\frac{r}{R}$	$\frac{M_r}{M}$	$\frac{L_r}{L}$	X	lg P	lg T	lg ρ
0	0	0	0,494	17,351	7,165	+2,128
0,1	0,073	0,396	0,611	17,135	7,102	+1,932
0,2	0,337	0,909	0,723	16,667	6,971	+1,561
0,3	0,626	0,994	0,744	16,072	6,823	+1,109
0,4	0,818	1,000	0,744	15,432	6,676	+0,616
0,5	0,919	1,000	0,744	14,788	6,535	+0,113
0,6	0,967	1,000	0,744	14,144	6,397	−0,393
0,7	0,988	1,000	0,744	13,489	6,256	−0,907
0,8	0,996	1,000	0,744	12,792	6,103	−1,451
0,9	0,999	1,000	0,744	11,898	5,782	−2,204
1,0	1,000	1,000	0,744	—	—	—

Bien entendu on ne saurait faire entièrement foi à ces résultats, mais ils présentent un certain intérêt.

La justesse du modèle calculé peut être vérifiée par la mesure du flux de neutrinos provenant du Soleil. Ces particules se forment par réactions nucléaires dans la région centrale du Soleil; leur pouvoir de pénétration étant énorme, elles traversent sans obstacles les couches externes. Par conséquent, d'après le flux de neutrinos observé on peut directement juger de la puissance des réactions nucléaires et de la température au centre du Soleil. Les neutrinos passant à travers toute l'épaisseur de la Terre sans être absorbés, il est extrêmement difficile de les déceler. Toutefois, en 1967, sous la direction de Davis on a construit une installation puissante qui permet de détecter les neutrinos d'après les réactions qu'ils provoquent. Pendant plusieurs années l'installation n'a pas donné de résultats définis, mais finalement on est quand même parvenu à enregistrer les neutrinos solaires, et il s'est avéré que le flux observé est à peu près trois fois inférieur à la valeur théorique.

La difficulté essentielle de l'expérience de Davis consistait en ce que son installation ne détectait que les neutrinos dont l'énergie est supérieure à 0,82 MeV. Donc l'expérience permettait d'enregistrer non pas tous les neutrinos solaires, mais seulement une partie d'entre eux, produite dans la branche latérale du cycle d'hydrogène où se déroule une réaction avec la participation du bore. Or, les estimations montrent que la quantité des neutrinos de bore est des dizaines de fois inférieure au flux total des neutrinos solaires. Cependant, la réaction avec la participation du bore dépend sensiblement de la température, et par conséquent la température observée s'est avérée inférieure à sa valeur théorique de 10 à 15 % seulement.

Pour l'instant on n'a pas encore élucidé la cause de cette divergence : est-elle due aux défauts de la théorie ou à ceux de l'expérience?

Dans les étoiles de la partie inférieure de la séquence principale la source d'énergie essentielle est le cycle proton-proton. Ces étoiles ne possèdent pas de noyau convectif, mais elles ont une zone convective extérieure dont l'épaisseur dépend sensiblement de la masse de l'étoile. Indiquons à titre d'exemple les caractéristiques calculées de l'étoile Castor C de la classe spectrale M0. Avec une certaine composition chimique ($X = 0{,}70$; $Y = 0{,}27$) on a obtenu pour la température et la densité au centre les valeurs $T_c = 8{,}9 \cdot 10^6$ K; $\rho_c = 76$ g/cm³ et avec une autre composition ($X = 0{,}90$; $Y = 0{,}09$), les valeurs $T_c = 7{,}8 \cdot 10^6$ K; $\rho_c = 81$ g/cm³. On voit que les conditions physiques à l'intérieur de ces étoiles dépendent faiblement de la composition chimique adoptée.

Disons encore quelques mots de la structure des géantes rouges. D'après les calculs elle est très complexe. A l'intérieur de l'étoile se trouve un noyau isotherme très petit où l'hydrogène a été complètement brûlé. Ce noyau est entouré d'une couche mince qui élabore l'énergie lors des réactions nucléaires. Ensuite vient la zone en équilibre radiatif, suivie d'une zone convective très étendue. Le rayon du noyau est d'environ 0,001 de rayon de l'étoile, et dans ce noyau la densité est de l'ordre de 10^6 g/cm³. Par conséquent, le noyau ressemble à une naine blanche. La température du noyau est de l'ordre de 40 millions de kelvins, tandis que celle de la zone convective n'atteint qu'une centaine de milliers de kelvins, et cette chute de la température se produit sur une petite partie du rayon. Le calcul des modèles des géantes rouges est assez difficile, surtout par suite de la région de transition entre le noyau et la zone convective, si bien que nos renseignements sur la structure de ces étoiles ne sont pas très sûrs.

4. Equation d'évolution d'une étoile. La méthode de calcul des modèles stellaires exposée ci-dessus est fondée sur l'hypothèse qu'à chaque instant l'étoile est stable. Autrement dit, l'évolution d'une étoile est vue comme un passage par une suite d'états d'équilibre. Or, une telle méthode doit être considérée comme approximative. En effet, au lieu des équations d'équilibre de l'étoile il faut envisager à chaque instant l'équation d'évolution de l'étoile, qui décrit les modifications de celle-ci avec le temps. Dans les équations d'évolution toutes les quantités cherchées dépendent de la distance r au centre et du temps t, et ces équations elles-mêmes sont des équations à dérivées partielles.

Les calculs montrent que l'équilibre mécanique d'une étoile s'établit bien plus vite que le bilan énergétique. On peut donc laisser inchangées les équations (37.1) et (37.2) qui expriment les conditions d'équilibre mécanique, mais en y substituant cependant des dérivées partielles aux dérivées ordinaires. Mais pour obtenir les équa-

tions qui remplacent l'équation du bilan énergétique, au lieu de la quantité ε il faut écrire dans l'équation (37.4) la somme

$$\varepsilon-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{R_*}{\mu}T\right)-P\frac{\partial V}{\partial t},$$

où V est le volume spécifique. Le deuxième terme de cette somme représente la diminution de l'énergie libérée par unité de masse par suite du chauffage et le troisième, son augmentation à la suite de la compression. Puisque $V=1/\rho$, le dernier terme de la somme peut s'écrire également sous la forme $\frac{P}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial t}$. Au lieu de (37.4) on a donc

$$\frac{1}{4\pi r^2\rho}\frac{\partial L_r}{\partial r}=\varepsilon-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{R_*}{\mu}T\right)+\frac{P}{\rho^2}\frac{\partial\rho}{\partial t}. \qquad (37.16)$$

De la sorte, comme équation d'évolution d'une étoile on obtient les équations (37.1)-(37.3), dans lesquelles d/dr est remplacé par $\partial/\partial r$, ainsi que l'équation (37.16).

Une question se pose, à savoir: dans quels cas l'équation d'évolution d'une étoile peut-elle être remplacée par les équations d'équilibre et dans quels cas est-ce impossible? Evidemment, pour répondre à cette question une grande importance revient à la détermination du temps moyen pendant lequel l'énergie élaborée à l'intérieur d'une étoile sort à l'extérieur. Si ce temps est petit devant celui pendant lequel la puissance de la source d'énergie change perceptiblement, la substitution mentionnée est possible, mais si tel n'est pas le cas, elle est impossible.

Pour établir le temps moyen nécessaire pour que l'énergie quitte l'étoile il faut diviser la quantité d'énergie à l'intérieur de l'étoile par la quantité d'énergie qui sort de l'étoile par unité de temps, c'est-à-dire par la luminosité. Sur la base du théorème de viriel, l'énergie qui se trouve à l'intérieur de l'étoile (thermique et rayonnante) est égale selon l'ordre de grandeur à la valeur absolue de l'énergie gravifique. Pour des estimations grossières nous pouvons considérer une étoile comme une sphère polytropique et utiliser pour son énergie gravifique la formule (35.36). Dans ce cas la détermination du temps moyen de la sortie de l'énergie hors de l'étoile conduit aux résultats suivants:

pour le Soleil		$\bar{t}=2\cdot10^7$ ans;
pour une étoile	B0	$\bar{t}=10^5$ »;
» »	A0	$\bar{t}=10^6$ »;
» »	K0	$\bar{t}=5\cdot10^7$ »;
» »	M0	$\bar{t}=2\cdot10^8$ ».

Une étude détaillée du processus de diffusion du rayonnement à l'intérieur d'une étoile rend également possible le calcul du temps moyen de la sortie de l'énergie élaborée en un point quelconque,

c'est-à-dire de la quantité $\bar{t}(r)$. En particulier, le temps moyen de la sortie de l'énergie élaborée au centre du Soleil est égal à $\bar{t}(0) = 6\cdot10^7$ ans.

On voit que pour que l'énergie sorte d'une étoile à l'extérieur il faut des intervalles de temps énormes. Mais les variations notables de la puissance des sources énergétiques à l'intérieur de l'étoile sont aussi très lentes. Donc, l'idée de l'évolution d'une étoile comme une succession d'états d'équilibre est en quelque mesure justifiée. Cependant, si à l'intérieur d'une étoile certaines sources d'énergie succèdent rapidement à d'autres sources, il faut alors recourir aux équations d'évolution. C'est aussi le cas lorsqu'on étudie les premières étapes précoces de l'évolution stellaire. A cet effet il faut également rejeter la condition d'équilibre mécanique adoptée précédemment.

5. Structure des naines blanches. On sait que les naines blanches occupent l'angle gauche inférieur du diagramme spectre-luminosité, c'est-à-dire qu'elles possèdent des luminosités très faibles et des températures superficielles très élevées. Il s'ensuit directement que les rayons des naines blanches sont très petits (de l'ordre d'un centième du rayon du Soleil). Certaines naines blanches font partie des systèmes binaires, ce qui rend possible en principe la détermination de leurs masses. Les masses ont été déterminées pour trois naines blanches et se sont avérées proches de celle du Soleil. En partant de ces données on peut conclure que les naines blanches possèdent des densités énormes, en moyenne de l'ordre de 10^6 g/cm^3, alors que les concentrations moyennes sont de l'ordre de 10^{30} cm^{-3}.

Des densités aussi grandes font penser que dans ces objets le gaz peut subir une dégénérescence. Appliquons aux naines blanches l'inégalité (36.19) qui est la condition de la dégénérescence d'un gaz. Pour les électrons (pour $n_e \approx 10^{30}$ et $T \approx 10^7$) le premier membre de cette inégalité est de l'ordre de 10^{-3} et pour les protons, de l'ordre de 10^2 (pour les autres noyaux atomiques il est encore plus grand). Par conséquent, à l'intérieur des naines blanches le gaz électronique est dégénéré, tandis que le gaz de noyaux ne l'est pas.

La pression du gaz à l'intérieur d'une étoile se compose de la pression des électrons libres et de la pression des noyaux atomiques, c'est-à-dire

$$P_G = P_e + P_a. \tag{37.17}$$

Mais la pression du gaz électronique dégénéré dépasse sensiblement la pression du gaz non dégénéré des noyaux, c'est-à-dire que $P_e > P_a$, car dans le premier cas les particules occupent des niveaux énergétiques en moyenne plus élevés que dans le deuxième.

On montre également sans peine que dans les conditions des naines blanches la pression du gaz est considérablement plus grande que la pression de rayonnement. On peut donc admettre que la pression

totale P à l'intérieur des naines blanches est égale à la pression du gaz électronique dégénéré.

Nous avons vu dans ce qui précède que dans l'équation d'état du gaz électronique fortement dégénéré figurent seulement la pression et la densité, tandis que la température n'y figure pas. Cela signifie que la distribution de la pression et de la densité à l'intérieur d'une naine blanche peut être calculée seulement d'après l'équation d'état et l'équation d'équilibre mécanique, sans qu'il soit nécessaire d'examiner l'équation du bilan énergétique. Par conséquent, la structure d'une naine blanche se détermine d'une façon bien plus simple et plus sûre que celle des autres étoiles.

Prenons d'abord pour P l'expression (36.23), c'est-à-dire considérons que le gaz électronique dégénéré est non relativiste. En posant $n_e = \rho/\mu_e m_{\rm H}$ l'équation d'état (36.23) peut se récrire

$$P = C\rho^{5/3}, \quad (37.18)$$

où

$$C = \frac{1}{20}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2}{m\,(\mu_e m_{\rm H})^{5/3}}, \quad (37.19)$$

et la quantité μ_e est d'après (36.34)

$$\mu_e = \frac{2}{1+X}. \quad (37.20)$$

L'équation (37.18) représente une relation polytropique entre P et ρ. Les naines blanches considérées sont donc des sphères polytropiques pour lesquelles $k = \frac{5}{3}$, et par suite $n = \frac{3}{2}$. La distribution de P et de ρ à l'intérieur de l'étoile se calcule dans ce cas d'après la théorie d'Emden exposée ci-dessus.

Il convient pourtant de signaler une particularité notable des naines blanches. Dans la théorie d'Emden la constante C est considérée à l'avance comme inconnue et ce n'est qu'ensuite qu'elle est exprimée à l'aide de M, R et n par la formule (35.24). Or, dans le cas des naines blanches la quantité C est donnée par la formule (37.19). Comme les expressions de C indiquées doivent être égales entre elles, nous aboutissons à la conclusion que la masse et le rayon d'une naine blanche sont liés entre eux. Notamment, on tire de (35.24) $\left(\text{pour } n = \frac{3}{2}\right)$ et de (37.19) :

$$R = \frac{2{,}8\cdot 10^9}{\mu_e^{5/3}}\left(\frac{M_\odot}{M}\right)^{1/3}. \quad (37.21)$$

La relation (37.21) montre que la masse d'une naine blanche est d'autant plus grande que sa densité moyenne est élevée.

Comme nous l'avons déjà dit, l'équation d'état (37.18) n'est justifiée que pour les électrons dont les vitesses sont petites devant la vitesse de la lumière. Cela signifie que les résultats précités se

rapportent seulement aux naines blanches à densités relativement faibles, c'est-à-dire aux masses relativement petites. Une théorie générale des naines blanches a été établie par S. Chandrasekhar (voir [3]) qui a utilisé les relations (36.26) et (36.27) comme équation d'état du gaz dégénéré électronique.

Ces relations peuvent s'écrire:

$$P = Af(x), \quad \rho = Bx^3, \tag{37.22}$$

où

$$A = \frac{\pi m^4 c^5}{3h^3}, \quad B = \frac{8\pi \mu_e m_H m^3 c^3}{3h^3} \tag{37.23}$$

et

$$f(x) = x(2x^3 - 3)\sqrt{1+x^2} + 3 \operatorname{arcsh} x. \tag{37.24}$$

En portant l'expression (37.22) dans l'équation d'équilibre mécanique (35.5) on obtient l'équation suivante pour le calcul du paramètre x:

$$\frac{A}{B}\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{x^3}\frac{df(x)}{dr}\right) = -4\pi G B x^3. \tag{37.25}$$

On trouve sans peine que

$$\frac{1}{x^3}\frac{df(x)}{dr} = 8\frac{d\sqrt{x^2+1}}{dr}. \tag{37.26}$$

En introduisant la notation $\sqrt{x^2+1} = y$ on a donc au lieu de l'équation (37.25):

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dy}{dr}\right) = -\frac{\pi G B^2}{2A}(y^2-1)^{3/2}. \tag{37.27}$$

Il est clair qu'à l'équation (37.27) il faut ajouter les conditions aux limites suivantes:

$$\frac{dy}{dr} = 0 \quad \text{pour } r = 0, \tag{37.28}$$

$$y = 1, \quad \frac{1}{\rho}\frac{dP}{dr} = -\frac{GM}{R^2} \quad \text{pour } r = R. \tag{37.29}$$

De la sorte, la solution de l'équation différentielle du deuxième ordre doit satisfaire à trois conditions aux limites. Il doit donc exister une certaine relation entre les paramètres figurant dans l'équation et les conditions aux limites. Ceci conduit à la relation entre la masse et le rayon d'une naine blanche.

Chandrasekhar a obtenu la relation mentionnée sous la forme du Tableau 59 qui consigne les valeurs de la masse, du rayon et de la densité moyenne d'une étoile. Le tableau est établi pour $\mu_e = 1$.

Tableau 59

Relation entre la masse et le rayon des naines blanches

$\frac{M}{M_\odot}$	R, cm	$\bar{\rho}$, g/cm³	$\frac{M}{M_\odot}$	R, cm	$\bar{\rho}$, g/cm³
5,75	0	∞	2,95	$1,51\cdot10^9$	$4,04\cdot10^5$
5,51	$4,13\cdot10^8$	$3,70\cdot10^7$	2,45	$1,72\cdot10^9$	$2,29\cdot10^5$
5,32	$5,44\cdot10^8$	$1,57\cdot10^7$	2,02	$1,93\cdot10^9$	$1,34\cdot10^5$
4,87	$7,69\cdot10^8$	$5,08\cdot10^6$	1,62	$2,15\cdot10^9$	$7,70\cdot10^4$
4,33	$9,92\cdot10^8$	$2,10\cdot10^6$	0,88	$2,79\cdot10^9$	$1,92\cdot10^4$
3,54	$1,29\cdot10^9$	$7,90\cdot10^5$	0	∞	0

Si la quantité μ_e diffère de l'unité, les valeurs de M doivent être multipliées par μ_e^{-2}, les valeurs de R par μ_e^{-1} et les valeurs de $\bar{\rho}$ par μ_e.

En résolvant les équations (37.27) on a également obtenu la quantité y, et donc aussi les quantités ρ et P sous forme de fonctions de r pour différentes valeurs de M. Ainsi, pour chaque masse il existe un rayon et une structure stellaire propres.

Pour de petites masses, la relation entre M et R donnée par le Tableau 59 se transforme en relation (37.21). Avec l'augmentation de M cette relation s'écarte de la relation (37.21). Cependant, la masse d'une étoile composée de gaz dégénéré ne peut pas être aussi grande voulue. Cette affirmation importante est facile à démontrer. Lorsque la densité moyenne d'une étoile croît, l'équation d'état d'un gaz se transforme en équation (36.28) qui peut s'écrire:

$$P = C\rho^{4/3}, \tag{37.30}$$

où

$$C = \frac{1}{8}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3}\frac{ch}{(\mu_e m_H)^{4/3}}. \tag{37.31}$$

Par conséquent, d'après sa structure une naine blanche s'approche de la sphère polytropique pour laquelle $n=3$. Le calcul de la quantité C pour $n = 3$ d'après la formule (35.24) révèle que cette quantité ne dépend que de M et ne dépend pas de R. En égalant les expressions de C données par les formules (35.24) et (37.31), on obtient pour la masse une valeur égale à

$$M = 5{,}75\mu_e^{-2}M_\odot. \tag{37.32}$$

Cette valeur de la masse, appelée limite de Chandrasekhar, correspond au cas où $\bar{\rho} \to \infty$ et $R \to 0$.

Le résultat le plus important de la théorie des naines blanches est la relation obtenue pour ces dernières entre les masses et les rayons. La comparaison de la théorie avec les observations présente un grand intérêt, mais les données d'observation sont malheureusement très peu nombreuses. A l'heure actuelle on connaît les masses de trois naines blanches seulement: 0,98 $M_\odot$, pour Sirius B; 0,65 $M_\odot$ pour Procyon B et 0,45 $M_\odot$ pour 40 Eridan B. Toutes ces étoiles font partie des systèmes binaires et leurs masses sont déterminées d'après les lois de Kepler. Le rayon d'une étoile se calcule, comme on le sait, d'après la magnitude absolue et la température superficielle établie d'après la forme du spectre. Malheureusement, le rayon du satellite de Sirius est difficile à trouver par suite de la forte influence sur son spectre du rayonnement de Sirius lui-même. Les rayons du satellite de Procyon et de 40 Eridan B sont égaux à 0,010 $R_\odot$ et 0,016$R_\odot$ respectivement. La comparaison des données d'observation avec les résultats des calculs donnés dans le Tableau 59 montre qu'ils s'accordent bien. Pour la quantité μ_e qui figure dans la relation théorique entre M et R on obtient des valeurs proches de 2. La quantité μ_e étant liée à la fraction gravimétrique de l'hydrogène X par la formule (37.20), cela signifie qu'il y a très peu d'hydrogène dans les naines blanches. Plus loin nous verrons qu'on aboutit à la même conclusion en examinant les luminosités des naines blanches.

Il convient encore de dire que les observations des naines blanches permettent d'obtenir directement la quantité M/R. Ce calcul est fondé sur la mesure du décalage des raies spectrales vers le rouge qui se produit lorsque le rayonnement sort du champ gravifique de l'étoile. On sait que la valeur du « décalage rouge » est donnée par la formule:

$$\Delta\lambda = \lambda \frac{GM}{c^2R} ; \tag{37.33}$$

exprimée en vitesses elle peut atteindre une valeur de l'ordre de 100 km/s pour les naines blanches. Bien entendu, pour les étoiles unitaires il est impossible de séparer le décalage vers le rouge du déplacement dopplérien dû au mouvement de l'étoile, mais cette séparation est possible pour les étoiles doubles. Les quantités M/R obtenues pour de nombreuses naines blanches fournissent des informations supplémentaires pour la vérification de la théorie.

Dans la théorie exposée des naines blanches on a supposé que le gaz électronique est dégénéré dans toute l'étoile. En fait il n'est pas bien entendu dégénéré dans les couches superficielles. Cependant, l'enveloppe de gaz non dégénéré possède une masse très faible et dans la théorie de l'équilibre mécanique de l'étoile on peut la négliger. Ceci s'explique par le fait que dans les couches superficielles d'une naine blanche l'accélération de la pesanteur est très grande, si bien qu'avec la profondeur la température et la densité augmentent ra-

pidement [d'après les formules (4.48) et (4.49) du Premier chapitre, le gradient de température est proportionnel à g, et $\rho \sim T^3$]. Le gaz électronique devient donc dégénéré à des distances relativement petites de la surface de l'étoile. Les calculs montrent que la dégénérescence survient dans les couches à température de l'ordre de quelques millions de kelvins. Par la suite la température ne croît pratiquement plus en raison de l'énorme conductivité thermique du gaz électronique dégénéré. De la sorte, on peut admettre qu'une naine blanche se compose d'un noyau dégénéré isotherme entouré d'une fine enveloppe de gaz non dégénéré.

En connaissant la distribution de la température et de la densité à l'intérieur d'une naine blanche, nous pouvons calculer également sa luminosité. A cet effet il faut utiliser la formule (36.42) qui détermine la quantité d'énergie libérée par la réaction proton-proton (nous savons que c'est précisément cette réaction qui joue le rôle principal dans l'élaboration de l'énergie à des températures pas trop élevées). Pour le calcul d'après cette formule il faut encore donner la fraction gravimétrique de l'hydrogène X. Nous procéderons d'une autre façon : d'après la luminosité observée de l'étoile essayons d'évaluer la quantité X. Puisque pour les naines blanches la quantité $\bar{\varepsilon} = L/M$ est petite (de l'ordre de 10^{-2}) et la densité moyenne $\bar{\rho}$, très grande (de l'ordre de 10^6 g/cm³), à une température de l'ordre de $5 \cdot 10^6$ kelvins la formule (36.42) donne pour la quantité X une valeur très petite : $X \approx 10^{-3}$. Par conséquent, à l'intérieur des naines blanches la teneur en hydrogène est bien plus petite que dans les autres étoiles. Si nous prenions pour X une valeur de l'ordre de l'unité, la luminosité calculée d'une naine blanche serait à peu près en million de fois plus grande que sa luminosité observée.

La conclusion sur la très faible teneur en hydrogène dans les naines blanches ne concerne pas bien entendu leurs couches superficielles, où la température est basse et où les réactions nucléaires n'ont pratiquement pas lieu. Toutefois, à mesure qu'on s'enfonce dans l'étoile, la puissance des réactions nucléaires croît et la teneur relative en hydrogène diminue. Il se peut qu'à l'intérieur d'une naine blanche la quantité d'hydrogène soit négligeable, tandis que les réactions nucléaires maintenant la luminosité de l'étoile se produisent dans les couches profondes de l'enveloppe.

Outre la luminosité due aux réactions nucléaires, les naines blanches peuvent rayonner également grâce à l'énergie dégagée par la compression gravifique (comme nous l'avons établi au § 35). Cependant, la compression n'est possible que dans le cas d'une dégénérescence incomplète du gaz, car dans le cas d'une dégénérescence complète, à chaque masse de l'étoile correspond son propre rayon. En raison de leurs luminosités très faibles les naines blanches peuvent rayonner longtemps (en demeurant des naines blanches) tout

simplement grâce à l'énergie thermique qu'elles contiennent, c'est-à-dire en se refroidissant lentement (voir [7] et [8]).

6. Etoiles à neutrons. Nous avons vu ci-dessus qu'une étoile de masse supérieure à la limite de Chandrasekhar déterminée par la formule (37.32) ne peut pas se trouver à l'état de naine blanche. Etant donné que pour les naines blanches $\mu_e \approx 2$, cette limite vaut $1{,}4\ M_\odot$. En fait la limite de la masse d'une naine blanche doit être quelque peu inférieure à cette valeur. Il en est ainsi du fait qu'avec l'augmentation de la masse la densité d'une naine blanche croît, et les densités très grandes déclenchent ce qu'on appelle la *neutronisation de la matière*. Compte tenu de cette circonstance on obtient pour la limite en question une valeur de $1{,}2\ M_\odot$.

Le processus de neutronisation consiste en l'absorption d'un électron par un proton ou par un autre noyau avec la formation d'un neutron. Dans ces conditions est émis un neutrino qui emporte avec lui une partie de l'énergie de l'électron. Dans les conditions ordinaires un neutron se désintègre rapidement en un proton et un électron, mais dans le cas d'un gaz électronique dégénéré, cette désintégration ne se produit pas, car un électron à énergie inférieure à celle de l'électron absorbé ne trouve déjà plus de place dans le gaz dégénéré étant donné que tous les niveaux énergétiques relativement bas sont occupés. La neutronisation débute à des densités de l'ordre de 10^9 à 10^{10} g/cm³, et dans le cas des densités nucléaires (de l'ordre de 10^{14} à 10^{15} g/cm³) elle devient presque totale.

Les étoiles composées d'un gaz de neutrons (appelées *étoiles à neutrons*) possèdent des configurations stables analogues à celles des naines blanches examinées précédemment. Cependant, leurs densités sont bien plus grandes que celles des naines blanches et leurs rayons sont donc plus petits.

Pour construire le modèle d'une étoile à neutrons il faut connaître l'équation d'état du gaz neutronique. Puisque c'est un gaz dégénéré, nous pouvons prendre comme première approximation l'équation d'état du gaz électronique dégénéré, en y remplaçant la masse d'un électron par celle d'un neutron et en admettant que $\mu_e = 1$. Si l'étoile se compose d'un gaz non relativiste, alors, d'une façon analogue à la formule (37.21), on obtient la relation suivante entre le rayon et la masse de l'étoile:

$$R = 1{,}5 \cdot 10^6 \left(\frac{M_\odot}{M}\right)^{1/3}. \qquad (37.34)$$

En considérant une étoile à neutrons comme étant composée d'un gaz relativiste, nous pouvons déterminer la masse limite d'une étoile. En posant $\mu_e = 1$ dans la formule (37.32), on trouve pour la masse limite une valeur de $5{,}75\ M_\odot$.

En réalité l'équation d'état d'un gaz neutronique peut différer sensiblement de la relation polytropique que nous avons adoptée. Pour

34—01064

écrire cette équation avec une précision plus grande il faut prendre en considération l'interaction entre les neutrons (dont la loi n'est pas encore parfaitement connue). D'autre part, il faut tenir compte de la présence dans le gaz neutronique d'une certaine quantité de protons et d'électrons, dont la part augmente avec l'approche de la surface de l'étoile. Dans les parties centrales des étoiles particulièrement denses il peut également y avoir des hypérons (c'est-à-dire des particules élémentaires instables de masse supérieure à celle d'un neutron). Il en résulte que la relation (37.34) entre la masse et le rayon d'une étoile à neutrons doit légèrement changer, de même que la valeur de la masse limite indiquée plus haut.

Il convient encore de prendre en considération le fait que dans le calcul des modèles des étoiles très denses il faut utiliser non pas la théorie de l'attraction de Newton, mais celle d'Einstein (voir [9]). Cela est nécessaire lorsque le rayon de l'étoile est comparable à son rayon gravifique

$$R_g = \frac{2GM}{c^2}. \qquad (37.35)$$

Les rayons des étoiles ordinaires sont bien plus grands que leurs rayons gravifiques (par exemple, pour le Soleil $R_g = 2{,}95$ km, alors que $R = 7 \cdot 10^5$ km). Cependant, comme le montre la comparaison des formules (37.34) et (37.35), pour les étoiles à neutrons le rayon R ne dépasse le rayon R_g que de quelques fois. Si on utilise l'équation d'état réelle du gaz neutronique et la théorie d'attraction relativiste, alors pour la masse limite d'une étoile à neutrons on obtient une valeur proche de $2{,}4\ M_\odot$.

Lorsque la masse d'une étoile dépasse la valeur limite indiquée, elle ne peut pas exister sous la forme d'une étoile à neutrons, car la force de pression du gaz neutronique n'équilibre pas la force de l'attraction. Une telle étoile se comprime et son rayon devient inférieur au rayon gravifique. Autrement dit, l'étoile se trouve à l'intérieur d'une sphère de rayon R_g qui porte le nom de *sphère de Schwarzschild*. La propriété principale de cette sphère consiste en ce qu'aucun rayonnement n'en sort à l'extérieur. C'est pourquoi une telle étoile s'appelle *trou noir*.

On sait qu'on a d'abord découvert les naines blanches et ce n'est qu'ensuite qu'elles ont été expliquées théoriquement. L'histoire de l'étude des étoiles à neutrons et des trous noirs a suivi une toute autre voie: l'existence éventuelle de ces objets a d'abord été établie par les théoriciens et ensuite on a commencé à les chercher dans le ciel. On peut admettre qu'en ce qui concerne les étoiles à neutrons ces recherches ont été couronnées de succès: elles sont identifiées aux pulsars (voir § 31). Pour ce qui est des trous noirs, leur découverte est liée à de grandes difficultés, puisqu'ils n'émettent pas eux-mêmes de lumière. Pour déceler les trous noirs on a donc fait appel

à deux méthodes: 1) recherche des étoiles massives sombres dans les systèmes doubles d'après le mouvement du compagnon visible; 2) étude des couples stellaires serrés dans lesquels la matière s'écoule d'une composante à l'autre. Si l'étoile qui capture la matière est une étoile à neutrons ou un trou noir, elle doit rayonner dans la région des rayons X du spectre grâce à l'énergie gravifique. Le choix entre ces deux types d'objets peut être fondé sur les renseignements disponibles sur la masse de l'étoile. A la suite de telles explorations on a retenu plusieurs trous noirs éventuels, en particulier la source à rayons X Cygne X-1 ; toutefois, leur nature hypothétique n'a en aucun cas été confirmée avec certitude.

7. Problème de l'évolution stellaire. Le problème de l'évolution stellaire, l'un des plus importants problèmes de l'astronomie, est lié à la théorie de la structure interne des étoiles. Actuellement sa résolution est fondée sur l'idée que le rôle principal dans l'évolution des étoiles revient aux réactions nucléaires. Les succès enregistrés par la physique nucléaire ont donc présenté un grand intérêt pour l'élaboration des vues modernes sur l'évolution stellaire exposées dans de nombreux ouvrages (voir, par exemple, [10]). Nous n'en ferons ici qu'une revue sommaire.

La plupart des chercheurs considère que les étoiles apparaissent à partir d'une matière diffuse. Initialement un nuage de matière diffuse se comprime jusqu'aux dimensions d'une étoile sous l'action de sa propre attraction. L'étoile qui apparaît ainsi s'échauffe par suite de la transformation de l'énergie gravifique en chaleur. Ensuite, à mesure que la température croît, dans l'étoile s'amorcent des réactions nucléaires qui transforment l'hydrogène en hélium. A cette époque la composition chimique de l'étoile est homogène, elle se compose essentiellement d'hydrogène. Sur le diagramme spectre-luminosité l'étoile se situe dans la séquence principale.

Le sort ultérieur d'une étoile dépend sensiblement de sa masse. Plus celle-ci est grande, plus les réactions nucléaires à l'intérieur sont rapides. A mesure que l'hydrogène brûle, le poids moléculaire croît et il en résulte l'augmentation de la température. Ceci renforce la luminosité, et sur le diagramme spectre-luminosité l'étoile se déplace à droite et vers le haut de la séquence principale. D'après les calculs c'est précisément une telle évolution que doit subir une étoile de grande masse. Le Soleil peut demeurer sur la séquence principale environ 10 milliards d'années. Les étoiles des classes spectrales avancées, c'est-à-dire de petites masses, n'ont pas pu quitter la séquence principale pendant la durée de vie de la Galaxie.

Ainsi, un ensemble d'étoiles du même âge doit occuper une position bien définie sur le diagramme spectre-luminosité: les étoiles des classes avancées doivent appartenir à la classe principale, alors que les étoiles des premières classes doivent être déplacées vers le haut à droite. De plus, avec l'augmentation de l'âge de l'ensemble d'étoi-

les, l'inflexion de la séquence principale doit se déplacer dans le sens des classes spectrales avancées. La conclusion théorique peut être vérifiée par des données d'observation. A cet effet il convient d'observer les amas stellaires, car chacun d'eux se compose vraisemblablement d'étoiles du même âge environ. Il s'est avéré que les diagrammes spectre-luminosité construits pour les amas sur la base des données d'observation sont tout à fait semblables aux diagrammes théoriques. Ceci permet de distinguer les amas jeunes des amas vieux, et en général de se prononcer sur l'âge des amas isolés. Le bon accord entre les diagrammes spectre-luminosité théoriques et observés des amas stellaires est considéré comme l'un des principaux arguments en faveur de la théorie moderne de l'évolution stellaire.

Les voies évolutives des étoiles après la combustion de la masse notable d'hydrogène à l'intérieur de l'étoile sont très compliquées. Lorsque dans la région centrale de l'étoile l'hydrogène est presque complètement brûlé, cette région, privée de sources d'énergie, commence à se comprimer rapidement. Ceci entraîne la hausse de la température et le déclenchement de la combustion de l'hydrogène dans la couche adjacente au noyau isotherme dense ainsi formé. Ce processus provoque l'expansion de l'étoile et l'apparition d'une enveloppe convective étendue. Dans cet état une étoile peut probablement perdre de grandes quantités de matière. Il se peut que de telles étoiles soient observées sous la forme de géantes rouges. Comme le montrent les observations, dans les géantes rouges il y a réellement l'écoulement de la matière. La dissipation progressive de l'enveloppe conduit à la formation d'une étoile chaude sous la forme d'une naine blanche. Après avoir dépensé les restes de l'énergie nucléaire, une naine blanche rayonne déjà grâce au refroidissement. De la sorte, les naines blanches sont le dernier stade de l'évolution stellaire.

Cependant, les étoiles sont loin de terminer toutes leur évolution précisément de cette manière. Nous avons déjà dit que seule une étoile dont la masse ne dépasse pas 1,2 $M_{\odot}$ après l'éjection de la matière peut se transformer en naine blanche. Mais si la masse finale d'une étoile est plus grande, alors, d'après la théorie, elle se transforme soit en étoile à neutrons, soit en trou noir. Il est très probable que les étoiles à neutrons sont formées par les explosions des supernovae. Et nous ne savons pas pour l'instant comment se forment les trous noirs.

L'élaboration de la théorie de l'évolution stellaire a heurté de nombreux problèmes fort ardus. L'un d'eux est la nécessité d'établir si à l'intérieur d'une étoile la matière subit ou non un brassage (outre les zones convectives où le brassage a naturellement lieu). La voie évolutive initiale décrite ci-dessus est fondée sur l'hypothèse de l'absence de brassage. Dans le cas contraire, c'est-à-dire si l'hydrogène est amené en permanence depuis les couches périphériques dans les régions centrales, l'évolution est plus rapide et le chemin que

l'étoile parcourt sur le diagramme spectre-luminosité se présente d'une autre façon. Toutefois, l'accord entre les diagrammes spectre-luminosité théoriques et observés des amas peut être considéré comme la confirmation de l'hypothèse sur l'évolution de l'étoile sans brassage de la matière.

Une autre question importante concerne l'éjection de la matière par une étoile au cours de l'évolution stellaire. Nous avons déjà dit (au Chapitre VI) qu'un fort écoulement de la matière est propre aux étoiles chaudes des types WR, P Cygne et Be. Les observations témoignent également de l'écoulement de la matière à partir des géantes rouges, ce qui conduit probablement en fin de compte à la formation des naines blanches. Des quantités énormes de matière sont éjectées par les explosions des supernovae. Tous ces processus non stationnaires et les processus analogues doivent être étudiés en détail par la théorie de l'évolution stellaire.

Le problème jouit aussi d'un grand intérêt pour la théorie de l'évolution des étoiles qui appartiennent aux systèmes doubles serrés. Dans ces systèmes la matière d'une des composantes peut s'écouler vers l'autre. Nous avons déjà décrit des exemples de tels processus (novae, sources de rayons X). Les calculs montrent que l'écoulement débute au stade évolutif de l'étoile, lorsqu'il s'y forme un noyau dense et qu'elle augmente en dimensions. Evidemment, l'écoulement peut fortement influencer l'évolution des deux composantes d'un couple serré.

Il convient encore de relever un certain courant dans la cosmogonie, selon lequel on tente d'obtenir des renseignements sur l'origine et l'évolution des étoiles par l'analyse des données d'observation. Dans ce courant l'acquisition la plus éminente est la découverte et l'étude des associations stellaires par Ambartsoumian et ses collaborateurs.

On sait qu'une association stellaire constitue un groupe d'étoiles, qui d'après plusieurs indices peut être considéré comme ayant apparu à une époque relativement récente (de l'ordre d'un million d'années). Le fait même de l'existence des associations conduit à deux conclusions importantes: 1) les étoiles naissent par groupes; 2) le processus de la formation des étoiles se poursuit jusqu'aujourd'hui. Ambartsoumian a prédit l'expansion des associations à des vitesses de l'ordre de 5 km/s, ce qui a été observé par la suite. Il a émis également l'hypothèse sur la naissance des étoiles sous forme d'associations à partir de corps préstellaires plus denses. Les associations sont des formations très instables (leur énergie est positive). Elles se décomposent rapidement et les étoiles qui les constituent se mélangent à d'autres étoiles formées antérieurement. On peut tenter d'établir l'évolution ultérieure d'une étoile en étudiant les caractéristiques spatiales et cinématiques des étoiles, ainsi que d'autres particularités observées (voir [11] et [12]).

En conclusion de ce chapitre nous pouvons dire que durant ces dernières trente à quarante années la théorie de la structure et de l'évolution des étoiles a connu de très grands succès.

Bibliographie du Chapitre VIII

1. EMDEN R. Gaskugeln. 1907.
2. EDDINGTON A. Internal Constitution of the Stars. 1926.
3. CHANDRASEKHAR S. An Introduction to the Study of Stellar Structure.. 1939.
4. SCHWARZSCHILD M. Structure and Evolution of the Stars. 1958.
5. FRANK-KAMÉNETSKI L. Processus physiques à l'intérieur des étoiles. Phyzmathghiz, Moscou, 1959 (en russe).
6. LANG K. R. Astrophysical Formulae. Heidelberg: Springer, 1974.
7. Naines blanches. Moscou, Mir, 1975.
8. DIBAÏ E., KAPLAN S. Dimensions et similitude des quantités astrophysiques. Moscou, Naouka, 1976 (en russe).
9. ZELDOVITCH Y., NOVIKOV I. Théorie de la gravitation et évolution des étoiles. Moscou, Naouka, 1971 (en russe).
10. Origine et évolution des galaxies et des étoiles. Sous la direction de S. Pickelner. Moscou, Naouka, 1976 (en russe).
11. AMBARTSOUMIAN V. Problèmes de l'évolution de l'Univers. Erévan, Editions de l'Académie des Sciences de la R.S.S. d'Arménie, 1968 (en russe).
12. Problèmes de la cosmogonie moderne. Moscou, Naouka, 1969 (en russe).

INDEX

Absorption à l'intérieur d'une étoile 508
— dans la raie spectrale 92
— — — —, effet Stark 103
— — — —, effet de pression 99
— dans le spectre continu 53
— — — —, par les atomes d'hydrogène 57, 60
— — — —, par les ions négatifs d'hydrogène 60
— — — —, sur les fréquences radio 224
— négative 58, 93, 480
— —, pour les fréquences radio 225
Accrétion de la matière 411, 487
Activité solaire 188
Agitation thermique des atomes 95, 159
Albédo de Lambert (plan) 249
— de la particule 239
— des planètes 249
— sphérique 251
Amortissement du rayonnement 95
Associations stellaires 387, 533
Atmosphère d'une étoile, champs magnétiques 164
— —, concentration chimique 142
Atmosphère d'une étoile, concentration des électrons libres 157
— —, excitation et ionisation des atomes 153
— —, turbulence 158
— de Mars 257
— planétaire, couches supérieures 273
— —, diffusion de la lumière 236
— —, propriétés optiques 252
— —, structure 267
— —, température 267
— du Soleil (voir Chromosphère, Couronne) 180
— de la Terre 259
— de Vénus 252
— —, modèles théoriques 271
Atome à niveaux multiples 142
Autoabsorption dans les raies 192

Bilan énergétique des électrons libres 301

Champ magnétique des étoiles 164
— — de la Galaxie 453, 479
— — des taches solaires 186

Champ de rayonnement 12
Chromosphère du Soleil 190
— —, distribution des atomes selon la hauteur 195
— —, excitation des atomes 198
— —, intensité des raies 190, 192
Classification spectrale 166, 170
— —, influence de l'accélération de la pesanteur 169
Coefficient d'absorption 15, 237
— — moyen 63
— — vrai 237
— de brillance de l'atmosphère planétaire 240
— des probabilités de transition d'Einstein 92
— — — — des atomes d'hydrogène 95
— — — — pour les raies interdites 212
— de recombinaison 294
— de réflexion 240
Collisions des atomes avec les particules 100, 312, 319
Composition chimique des atmosphères stellaires 143
— — des nébuleuses planétaires 328
Conductivité thermique 11, 509
Convection 183
Courbe de croissance dressée d'après les données d'observation 149
— — du modèle d'Eddington 147
— — — de Schwarzschild-Schuster 144
— — d'une nova 391
— de lumière d'une nova 391
— — de Nova Hercule 405
— — de Vénus 256
Couronne solaire, concentration électronique 208
Couronne solaire excitation et ionisation des atomes 216
— —, propagation des ondes radio 230
— —, spectre 204, 211
— —, température 213
Cycle du carbone (de Bethe) 511
— proton-proton (d'hydrogène) 511

Décrément de Balmer dans les spectres des étoiles instables 375, 401
— — — — des nébuleuses 311
Densité interne de la matière des étoiles 491, 501, 517, 523
— de la matière dans la couronne solaire 214
— — dans les nébuleuses gazeuses 316
— — dans les photosphères stellaires 50, 78, 181
— de rayonnement 11
Diffusion incohérente de la lumière 131
— de la lumière dans l'atmosphère d'une étoile 117
— — — d'une planète 236
— — par les électrons libres 61, 75, 87, 205
— — dans une nébuleuse gazeuse 342
— — dans une nébuleuse de poussière 445
— — avec redistribution selon les fréquences 131, 201, 348, 356
Discontinuité de Balmer des étoiles instables 377
— — des nébuleuses 333, 340
— — dans les spectres stellaires 73, 79-80
Dissociation des molécules 174
Distribution des atomes selon

la hauteur dans la chromosphère 195

Eclairement 14
— des planètes 267
Ecoulement de la matière depuis les étoiles 376, 380
Effet de couverture (de serre) 83, 271
— Doppler 98
— Stark 100, 103
— Zeeman 164, 187
Ejection de la matière par l'étoile 420
Emission de deux photons 334
Energie de dissociation des molécules 174
— gravifique d'une étoile 493
— d'ionisation des atomes 155
— libérée par l'explosion d'une nova 412
— — dans les réactions nucléaires 512
Enveloppes des novae 395, 403, 412
Epaisseur optique de la chromosphère solaire 193
— — de la couronne solaire 211
Epaisseurs optiques des atmosphères planétaires 252, 257, 265
— — des nébuleuses de poussière 450
Equation du bilan énergétique d'une étoile 496
— d'Emden 491
— d'équilibre d'une étoile 489
— — mécanique 50, 70, 489
— — des photosphères 74
— — radiatif 17, 18, 117, 134, 237, 350, 356
— d'état du gaz dégénéré 503
Equation du bilan énergétique parfait 501
Equation intégrale d'Abel 208
— — de diffusion 129
— — de Milne 26, 28
— de la théorie de la structure interne d'une étoile 514
— de transfert en présence de l'effet Doppler 356
— — du rayonnement 14, 16, 20
— — — dans un milieu plan parallèle 20, 118, 237, 343
— — — dans un milieu sphérique symétrique 19, 84, 445
Equilibre hydrostatique 489
— radiatif 17, 45
— thermodynamique 42
— — local 42, 45
— — —, écart de l' 115
Eruption chromosphérique 188, 221, 234
Etat métastable d'un atome 213, 318, 380
Etendue des photosphères stellaires 81
Etoiles binaires (doubles) 85, 89, 365, 386, 411, 533
— éruptives 388
— magnétiques 164
— à neutrons 435, 529, 532
— à raies spectrales brillantes 365
— de la séquence principale 75, 519
— non stables (voir Nova, Supernova, etc.) 364
— du type Be 366, 376
— — T Taureau 387
— — UV Baleine 388
— — Wolf-Rayet 20
— — Z Andromède 386
Evolution stellaire 531
Excès de couleur 453
Excitation des atomes dans les atmosphères des étoiles 153

Excitation des atomes dans la chromosphère 198
— — par collisions 314, 321
— — dans la couronne solaire 216
— — dans le milieu interstellaire 462
— — dans les nébuleuses gazeuses 307
— — par photo-ionisation et recombinaisons 307

Facteur de dilution du rayonnement 281, 298, 460
Facules 188
Fluctuations de l'éclat de la Voie Lactée 441
Fluorescence 124, 128
Flux de rayonnement 12
Fonction d'Ambartsoumian 40, 129, 240
— de Holtsmark 104
Force d'oscillateur 95
Formule barométrique 196, 214
— de Boltzmann 57, 154
— de Maxwell 58
— de Planck 43
— de Saha 57, 154
— de Thomson 61

Galaxie, champs magnétiques 453, 479
—, rayonnement radio 472, 474
—, structure 479
Gaz dégénéré 503
— interstellaire, concentration 466, 478
— —, ionisation 454, 458
— —, mouvement 467
— —, température 466, 471, 475
Granulation 183

Hydrogène interstellaire 454

Indicatrice de diffusion 237
— — dans les atmosphères des planètes 256, 261
— — dans les nébuleuses de poussière 449
— — de Rayleigh 239
Indice de réfraction des ondes radio 213
Intensité du rayonnement des raies d'émission dans les spectres des nébuleuses 310
Intensités centrales des raies d'absorption 138
— du rayonnement 12
— du rayonnement des raies d'émission dans les spectres des étoiles instables 371
Ion négatif d'hydrogène 60
Ionisation des atomes dans les atmosphères stellaires 153
— — par collision 216, 301
— — dans la couronne solaire 216
— — à l'intérieur des étoiles 503, 508
— — dans le milieu interstellaire 454
— — dans les nébuleuses gazeuses 293
— — par rayonnement 55

Largeur équivalente d'une raie spectrale 142
Limite de Chandrasekhar 526
Loi de déplacement de Wien 268
— de Kirchhoff 43
— de Stefan-Boltzmann 44

Masers cosmiques 480
Milieu interplanétaire 235
Masses des enveloppes des novae 402, 411
— des nébuleuses diffuses 314
— — planétaires 315

Matière préstellaire 533
Méthode de Chandrasekhar 25
— d'Eddington 24
— de Schwarzschild-Schuster 22, 119
Méthodes de Zanstra pour la détermination de la température stellaire 287
Modèles des atmosphères planétaires 271
— — stellaires 116, 121
— de la chromosphère solaire 199
— des étoiles 498, 519
— de la photosphère solaire 181
— des photosphères stellaires 73, 74, 75
— du Soleil 519
Molécules dans les atmosphères des étoiles 174
— — des planètes 256, 263
— dans l'espace interstellaire 467, 480
Mouvement des enveloppes des étoiles non stables 412
— du gaz interstellaire 467, 478

Naines blanches, atmosphères 176
— —, photosphères 78
— —, structure interne 523
Nébuleuse du Crabe 430, 434
Nébuleuses cométaires 387
— gazeuses, composition chimique 328
— —, densités 314, 325
— —, distance 316
— —, ionisation des atomes 293
— —, masses 314
— —, pression de rayonnement 359
— —, spectres 279, 317, 330
Nébuleuses gazeuses, températures 305, 325
— — — des étoiles excitatrices 284, 291, 325
— planétaires (voir Nébuleuses gazeuses)
— de poussière, liaison avec les étoiles 438
— —, luminescence 444
— —, nature des particules 450
— à réflexion 444
Neutrino 488, 512, 520
Nova, données d'observation 391
—, énergie libérée par l'explosion 412
—, expansion de l'enveloppe 394, 420
—, première période de l'explosion 397
— récurrente(s) 393
—, stade nébulaire 402
Nova Hercule 404
Novoïdes 393
Noyaux des nébuleuses planétaires 280, 287, 292, 306

Ondes de choc dans les atmosphères stellaires 387
— — dans le gaz interstellaire 468
Origine des étoiles 531
— des nébuleuses planétaires 362

Photo-ionisation 55, 291, 300, 307
Photosphère des étoiles 11
— —, absorption du rayonnement 55
— — chaudes 75
— —, écarts de l'équilibre thermodynamique local 80

Photosphère des étoiles, équations fondamentales 20
— — étendues 81
— — froides 77
— —, structure 49
— des naines blanches 78
— du Soleil 76, 180
Polarisation du rayonnement de la couronne 205, 209
— — de la Nébuleuse du Crabe 431
— — des nébuleuses de poussière 450
— — radio des sources du Soleil 233
— — de Vénus 257
— — stellaire 452
Poussière interstellaire 438
— —, densité 451
— —, dimensions des particules 451
— —, luminescence 444
Pression du gaz à l'intérieur des étoiles 491, 498
— — dans la photosphère des naines blanches 78
— — du Soleil 181
— — — stellaire 50
— de radiation dans la chromosphère solaire 197
— — interne des étoiles 497, 498, 524
— — dans les nébuleuses gazeuses 359
— — dans la photosphère stellaire 52
Principe d'invariance 241
— de réciprocité 246
Profil d'une raie d'absorption 107, 110, 119, 123, 131, 137
— — d'émission 367, 368
Profondeur optique 21, 45, 238
— — des fréquences radio dans la couronne solaire 224
Propagation des ondes radio dans la couronne solaire 230
Protubérances 188
Pulsars 434

Quasars 484

Raie d'absorption dans le domaine radio 478
— — dans les spectres des étoiles non stables 386, 397
Raies d'absorption interstellaires 461
— interdites dans le spectre de la couronne 213
— — dans les spectres des galaxies 447
— — — des nébuleuses 317
— — — des novae 402
— L_α du « nébulium » 279, 291, 302, 402
— — dans le spectre d'une nébuleuse 348, 354
— — — du Soleil 201
— de rayonnement dans la diffusion cohérente 116
— — dans la diffusion incohérente 131
— — dans l'équilibre thermodynamique local 107
— —, intensités 311, 322, 371, 408
— —, — centrales 138
— —, largeurs équivalentes 110, 142
— — en présence de fluorescence 124
— —, profils 368, 369, 409
— — dans le spectre de la couronne 211
— — dans les spectres des nébuleuses 279
— — — des planètes 264
— — stellaires 338, 376, 380, 385, 388, 424
— — stellaires 107-142

Raies L_α, variation sur le disque du Soleil 140
Rayonnement cosmologique 484
— infrarouge des nébuleuses 341
— radio cosmique 469
— — du gaz interstellaire 470, 472, 474, 478
— — de la Métagalaxie 482
— — monochromatique de la Galaxie 474
— — de la Nébuleuse du Crabe 425, 430
— — des planètes 269
— — du Soleil 222
— — — calme 224
— — —, distribution sur le disque 227
— — —, sporadique 232
— — des sources discrètes de la Galaxie 392
— dans la raie spectrale 107, 117, 132
— dans le spectre continu 330, 335
— synchrotron 234, 270, 426, 473, 484
— — non thermique 233, 269, 472
— ultraviolet du Soleil 220
— X du Soleil 220
Rayons cosmiques 433
Réactions nucléaires 510
Recombinaisons 217, 293, 307, 330, 334, 342, 348, 372, 461
Réflexion du rayonnement par diffusion 237, 445
— de la lumière par la surface d'une planète 257
Relation « masse-luminosité » 170
Répartition des atomes selon la hauteur de la chromosphère 195
— de l'éclat sur le disque stellaire 29, 68
Répartition de l'éclat dans une nébuleuse de poussière 448
— de l'énergie du spectre stellaire 67
Résolvante de l'équation intégrale de diffusion du rayonnement 31, 33
Rotation des étoiles 159

Soleil, chromosphère 190
—, couronne 203
—, photosphère 180
—, rayonnement radio 222
—, structure interne 501, 519
—, supercouronne 234
Sources d'énergie stellaire 489, 510
— locales du rayonnement radio du Soleil 233
Spectre ultraviolet de la couronne du Soleil 220
— — des étoiles 76, 384
— — des noyaux des nébuleuses planétaires 288
— — du Soleil 199
Spectres continus de la couronne solaire 204
— — des étoiles 67
— — — du type Be 378
— — de la nébuleuse du Crabe 430
— — des nébuleuses cométaires 388
Sphère de Schwarzschild 530
Stratification du rayonnement dans les nébuleuses 300
Structure interne des étoiles de la séquence principale 519
— — du Soleil 520
Supercouronne du Soleil 234
Supernovae, résultats d'observations 424
—, masses des enveloppes 432
—, rayonnement radio des enveloppes 425

Synthèse nucléaire

Taches solaires 186
Taux d'émission 15, 21, 237
Température de brillance 223
— — du rayonnement radio 223, 269, 270, 470
— cinétique de la couronne 213
— — du gaz interstellaire 466
— effective 46
— — d'une étoile 46
— interne d'une étoile 492, 519
— d'ionisation 168
— — d'une étoile 168
— des nébuleuses 332
Température spectrophotométrique des étoiles 72, 378, 384
Théorème de Rosseland 282-284
— de viriel 495
Transfert de l'énergie à l'intérieur d'une étoile 507
Transitions libre-libre (free-free) 56, 58, 59, 66, 226, 508
Trou noir 530
Turbulence dans les atmosphères des étoiles 158
— du gaz interstellaire 467

Variables à éclipses 30, 69, 89
— à longue période 385
Vent solaire 216
— stellaire 384

TABLEAUX DES CONSTANTES PHYSIQUES ET ASTRONOMIQUES

Constantes physiques

Vitesse de la lumière	$c = 2{,}99792 \cdot 10^{10}$ cm·s^{-1}
Constante gravifique	$G = 6{,}672 \cdot 10^{-8}$ dyne·cm^{2}·g^{-2}
Constante de Planck	$h = 6{,}626 \cdot 10^{-27}$ erg·s
Charge de l'électron	$e = 4{,}802 \cdot 10^{-10}$ u.e.s.
Masse au repos de l'électron	$m = 9{,}109 \cdot 10^{-28}$ g
Masse d'un atome d'hydrogène	$m_H = 1{,}673 \cdot 10^{-24}$ g
Constante de Boltzmann	$k = 1{,}380 \cdot 10^{-16}$ erg·degré$^{-1}$
Constante de Stefan	$a = 7{,}568 \cdot 10^{-15}$ erg·cm^{-3}·degré$^{-4}$
Constante universelle des gaz	$R = 8{,}314 \cdot 10^{7}$ erg·g^{-1}·degré$^{-1}$
Rayon de la première orbite de Bohr	$a_0 = 0{,}529 \cdot 10^{-8}$ cm
Fréquence d'ionisation de l'hydrogène	$\nu_0 = 3{,}290 \cdot 10^{15}$ s^{-1}
Électron-volt en ergs	1 eV $= 1{,}602 \cdot 10^{-12}$ erg

Constantes astronomiques

Unité astronomique	$1{,}496 \cdot 10^{13}$ cm
Parsec	$3{,}086 \cdot 10^{18}$ cm
Année-lumière	$9{,}460 \cdot 10^{17}$ cm
Masse du Soleil	$1{,}991 \cdot 10^{33}$ g
Luminosité du Soleil	$3{,}86 \cdot 10^{33}$ erg·s^{-1}
Rayon du Soleil	$6{,}960 \cdot 10^{10}$ cm
Densité moyenne du Soleil	$1{,}41$ g·cm^{-3}
Accélération de la pesanteur à la surface solaire	$2{,}740 \cdot 10^{4}$ cm·s^{-2}
Nombre de secondes par an	$3{,}156 \cdot 10^{7}$ s

Pour des tableaux plus détaillés voir : Allen C.W. Astrophysical Quantities, 1973.